Calcolatrice grafica **HP** 50g

Guida per l'utente

i n v e n t

1° edizione
Codice HP F2229AA-90015

Avviso

REGISTRARE IL PRODOTTO AL SITO: <u>www.register.hp.com</u>

QUESTO MANUALE E QUALSIASI ESEMPIO CONTENUTO NEL MEDESIMO SONO FORNITI COSÌ COME SONO E SONO SOGGETTI A MODIFICA SENZA PREAVVISO. HEWLETT-PACKARD COMPANY NON OFFRE ALCUNA GARANZIA RELATIVAMENTE A QUESTO MANUALE, COMPRESE, A TITOLO ESEMPLIFICATIVO, EVENTUALI GARANZIE DI COMMERCIABILITÀ, DELLA VIOLAZIONE DI DIRITTI ALTRUI E DI IDONEITÀ PER UNO SCOPO SPECIFICO.

HEWLETT-PACKARD COMPANY NON SI ASSUME NESSUNA RESPONSABILITÀ PER QUALSIASI ERRORE O PER DANNI INCIDENTALI O CONSEQUENZIALI DOVUTI ALLA FORNITURA, LE PRESTAZIONI O L'USO DI QUESTO MANUALE O DEGLI ESEMPI IVI CONTENUTI.

Hewlett-Packard Company
16399 West Bernardo Drive
MS 8-600
San Diego, CA 92127-1899
USA

Cronologia di stampa

Edizione 1 Aprile 2006

Prefazione

Avete acquistato un computer numerico e simbolico compatto che faciliterà il calcolo e l'analisi matematica dei problemi in numerose discipline, dalla matematica elementare alle materie scientifiche e tecnologiche avanzate. Sebbene venga definito "calcolatrice" per via del suo formato compatto che richiama un dispositivo di calcolo portatile, l'HP 50g deve essere considerato un computer palmare grafico e programmabile.

L'HP 50g può operare in due diverse modalità di calcolo: *Notazione Polacca Inversa*(RPN) e *Algebrica* (ALG) (per maggiori informazioni, vedere pag. 1-13). La modalità RPN è stata integrata nelle calcolatrici per rendere più efficienti i calcoli. In questa modalità, gli operandi di un'operazione (ad esempio, *'2'* e *'3'* nell'operazione *'2+3'*) vengono digitati nello schermo del calcolatore e considerati come *stack* ("pila"), quindi viene inserito l'operatore (ad esempio, *'+'* nell'operazione *'2+3'*) per completare l'operazione. La modalità ALG, invece, imita il modo in cui si scrivono le espressioni aritmetiche su carta. Pertanto, l'operazione *'2+3'*, in modalità ALG verrà inserita nel calcolatore premendo i tasti *'2'*, *'+'* e *'3'*, nell'ordine indicato. Per completare l'operazione, si utilizza il tasto ENTER. La presente guida riporta esempi di applicazioni di diverse funzioni e operazioni di questa calcolatrice illustrando l'uso di entrambe le modalità.

La presente guida contiene esempi che illustrano l'uso delle funzioni e delle operazioni di base della calcolatrice. I capitoli sono organizzati per argomento in ordine di difficoltà. La trattazione inizia con l'impostazione delle modalità della calcolatrice e le opzioni del display e prosegue con il calcolo di numeri reali e complessi, operazioni con elenchi, vettori e matrici, esempi dettagliati di applicazioni grafiche, uso di stringhe, programmazione di base, programmazione grafica, manipolazione di stringhe, calcolo avanzato, applicazioni di calcolo multivariato, applicazioni di equazioni differenziali avanzate (ivi comprese la trasformata di Laplace e le serie e le trasformate di Fourier), nonché applicazioni di calcolo delle probabilità e statistiche.

Per le operazioni simboliche, la calcolatrice comprende un potente sistema CAS (Computer Algebraic System) che consente di selezionare diverse modalità di funzionamento, ad esempio, numeri complessi vs. numeri reali o modalità esatta (simbolica) vs approssimativa (numerica). Il display può essere modificato per rappresentare espressioni in stile "libro di testo", che può essere utile quando si lavora con matrici, vettori, frazioni, sommatorie, derivate e integrali. Il motore grafico ad alta velocità della calcolatrice produce figure complesse in brevissimo tempo.

Grazie all'uso delle porte a infrarossi, RS232 e USB e al cavo fornito con la calcolatrice, è possibile collegare la calcolatrice ad altre e a computer. Ciò consente uno scambio veloce ed efficiente di programmi e dati con altre calcolatrici o computer. La calcolatrice è dotata di una porta per scheda di memoria flash, che facilita il salvataggio e lo scambio di dati con altri utenti.

Le funzioni di programmazione della calcolatrice consentono a più utenti di sviluppare in modo efficiente applicazioni per scopi specifici. Sia che si tratti di applicazioni matematiche avanzate, soluzioni di problemi specifici o logging dei dati, i linguaggi di programmazione disponibili sulla vostra calcolatrice la rendono uno strumento di calcolo estremamente versatile.

Confidiamo che la calcolatrice diventi per voi un fido compagno per la scuola e le applicazioni professionali.

Indice

Capitolo 13 - Applicazioni di calcolo infinitesimale ,13-1

Capitolo 1
Per iniziare

Questo capitolo fornisce le informazioni di base sulle operazioni con la vostra calcolatrice. È studiato per consentire all'utente di prendere dimestichezza con le operazioni e le impostazioni fondamentali prima di eseguire un calcolo.

Operazioni di base

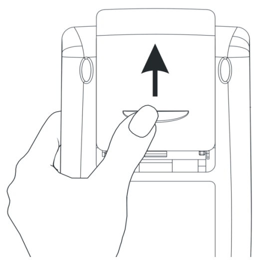
Le seguenti sezioni contengono nozioni di base sull'hardware della calcolatrice.

Batterie

La calcolatrice utilizza 4 batterie tipo AAA (LR03) come sorgente di alimentazione principale e una batteria al litio CR2032 per le funzioni di backup.
Prima di usare la calcolatrice, installare le batterie secondo la seguente procedura.

Per installare le batterie principali

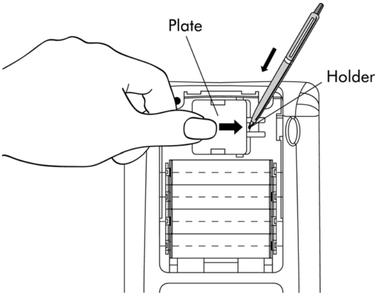
a. **Assicurarsi che la calcolatrice sia spenta.** Fare scorrere verso l'alto il coperchio del vano batterie come mostrato in figura.



b. Inserire 4 nuove batterie AAA (LR03) nel vano principale. Verificare che ogni batterie sia inserita nel senso corretto.

Per installare la batteria di backup

a **Assicurarsi che la calcolatrice sia spenta.** Premere sul supporto. Premere sulla piastrina nel senso indicato e sollevarla.



b. Inserire una nuova batteria al litio CR2032. Assicurarsi che il lato del polo positivo (+) sia rivolto verso l'alto.

c. Riposizionare la piastrina, premendo per farla rientrare in posizione.

Dopo l'installazione delle batterie, premere [ON] per accendere.

Avvertenza: Quando viene visualizzata l'icona batteria scarica, è necessario sostituire le batterie non appena possibile. Evitare tuttavia di togliere la batteria di backup e le batterie principali contemporaneamente, per non perdere i dati memorizzati.

Accensione e spegnimento della calcolatrice

Il tasto [ON] è situato nell'angolo in basso a sinistra della tastiera. Premerlo una volta per accendere la calcolatrice. Per spegnere la calcolatrice, premere il tasto shift destro [↱] (primo tasto nella seconda fila a partire dal fondo della tastiera), seguito dal tasto [ON]. Occorre notare che il tasto [ON] contiene un'etichetta OFF stampata nell'angolo in alto a destra per richiamare la funzione OFF.

Regolazione del contrasto del display

È possibile regolare il contrasto del display tenendo premuto il tasto [ON] mentre si premono i tasti [+] o [−]. La combinazione di tasti [ON] (tenere premuto) [+] rende più scura l'immagine a display. La combinazione di tasti [ON] (tenere premuto) [−] rende più chiara l'immagine a display

Descrizione del display della calcolatrice

Accendere nuovamente la calcolatrice. Il display avrà l'aspetto indicato di seguito.

Nella parte superiore del display sono presenti due righe di informazioni che descrivono le impostazioni della calcolatrice. La prima riga mostra i caratteri:

RAD XYZ HEX R= 'X'

La seconda riga mostra i caratteri: { HOME } indicante che la directory HOME è la directory corrente nella memoria della calcolatrice. Nel Capitolo 2, si apprenderà come salvare i dati nella calcolatrice memorizzandoli in file o variabili. Le variabili possono essere organizzate in directory e sottodirectory. È inoltre possibile creare una struttura ad albero di directory, simile a quella di un'unità disco rigido di un computer. È possibile navigare nella struttura ad albero di directory per selezionare quella desiderata. Navigando nella directory di file, la seconda riga del display cambierà in base alla directory e alla sottodirectory selezionata.

Nella parte inferiore del display sono visualizzate diverse etichette, riportate di seguito:

EDIT VIEW RCL STO PURGE CLEAR

tali etichette associate a sei *tasti funzione*, da F1 a F6:

F1 F2 F3 F4 F5 F6

Le sei etichette visualizzate nella parte inferiore del display varieranno in funzione del menu visualizzato. Tuttavia F1 sarà sempre associato alla prima etichetta visualizzata, F2 alla seconda, ecc.

Menu

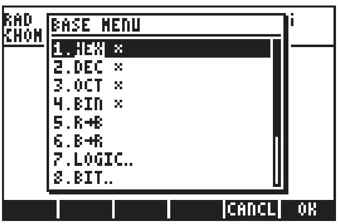
Le sei etichette associate ai tasti da F1 a F6 fanno parte di un menu di funzioni. Siccome la calcolatrice ha solo sei tasti funzione, possono venire visualizzate 6 etichette per volta. Un menu, tuttavia, può comprendere più di sei voci. Ciascun gruppo di 6 voci è chiamato una pagina del menu. Il menu corrente, denominato menu TOOL (Strumenti), rappresentato nella figura sottostante, contiene otto voci organizzate in due pagine. La pagina successiva, contenente le due voci successive del menu, è accessibile premendo il tasto NXT (menu NeXT). Questo tasto è il terzo da sinistra nella terza fila di tasti della tastiera. Premere NXT una seconda volta per tornare al menu TOOL, o premere il tasto TOOL (terzo tasto nella seconda fila di tasti della tastiera, a partire dall'alto).

Il menu TOOL è descritto nei dettagli alla sezione successiva. A questo punto, verranno illustrate alcune proprietà del menu che risulteranno utili per usare la calcolatrice.

Menu FUNZIONE e Riquadri di SELEZIONE

I menu, o menu FUNZIONE (SOFT menu), associano le etichette nella parte inferiore dello schermo menu ai sei tasti funzione (da F1 a F6). Premendo il tasto funzione appropriato, si attiva la funzione indicata nell'etichetta associata. Ad esempio, con il menu TOOL attivo, premendo il tasto CLEAR (F6) si attiva la funzione CLEAR che cancella il contenuto dello schermo. Provare a usare questa funzione digitando un numero, ad esempio 1 2 3 ENTER e premendo il tasto F6 .

I menu FUNZIONE sono normalmente usati per selezionare le varie funzioni correlate. I menu FUNZIONE, tuttavia, non sono il solo modo di accedere ai gruppi di funzione correlate della calcolatrice. È disponibile una modalità alternativa, che utilizza riquadri di SELEZIONE (CHOOSE boxes). Per vedere un esempio di riquadro di selezione, attivare il menu TOOL (premere TOOL), quindi premere la combinazione di tasti ↱ BASE (associata al tasto 3). In questo modo si aprirà il seguente riquadro di selezione:



Questo riquadro di SELEZIONE è denominato Menu BASE e contiene un elenco di funzioni numerate, a partire da 1. HEX x fino a 6. B→R. Questo display rappresenta la prima pagina del riquadro di SELEZIONE contenente sei funzioni menu. È possibile navigare fra i menu utilizzando i tasti freccia su e giù, ▲▼, situati nell'angolo in alto a destra della tastiera, sotto i tasti funzione F5 e F6. Per attivare una funzione specifica, evidenziare il nome della funzione utilizzando i tasti freccia su e giù, ▲▼, o premendo il numero corrispondente alla funzione nel riquadro di SELEZIONE. Una volta selezionato il nome della funzione OK, premere il tasto funzione (F6). Pertanto, se si desidera usare la funzione R→B (Reale in Binario), è possibile premere 6 F6.

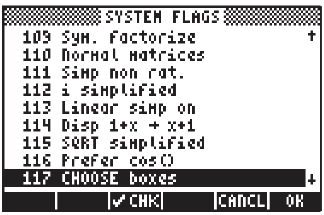
Per portarsi alla parte superiore della pagine menu corrente del riquadro di SELEZIONE, utilizzare ← ▲. Per spostarsi alla parte inferiore della pagina corrente, utilizzare ← ▼. Per spostarsi all'inizio del menu, utilizzare → ▲. Per spostarsi alla fine del menu, utilizzare → ▼.

Selezione dei menu FUNZIONE o dei riquadri di SELEZIONE

È possibile selezionare il formato nel quale i menu verranno visualizzati modificando un'impostazione nei flag di sistema della calcolatrice (un flag di sistema è una variabile della calcolatrice che controlla una certa operazione o modalità della stessa. Per maggiori informazioni sui flag, si rimanda al Capitolo 24). Il flag di sistema 117 può essere utilizzato per scegliere la visualizzazione mediante menu FUNZIONE o riquadri di SELEZIONE. Per accedere a questo flag utilizzare:

MODE FLAGS ▲ ← ▲▼

La calcolatrice visualizzerà la seguente schermata evidenziando la riga che inizia con il numero 117:



Per impostazioni predefinite, la riga avrà l'aspetto mostrato nella figura in alto. La riga evidenziata (117 CHOOSE Boxes) indica che l'impostazione corrente per la visualizzazione del menu è riquadri di SELEZIONE. Se si preferisce usare i tasti del menu FUNZIONE, premere il tasto funzione ✓CHK (F3), seguito da OK (F6). Premere nuovamente OK (F6) per tornare al display normale della calcolatrice.

Se ora si preme [→] BASE , invece del riquadro di SELEZIONE precedentemente visualizzato, il display mostrerà le sei etichette del menu funzione come prima pagina del menu STACK:

Per navigare tra le funzioni di questo menu, premere il tasto [NXT] key per spostarsi alla pagina successiva o [←] PREV (in combinazione con il tasto [NXT]) per spostarsi alla pagina precedente. Le seguenti cifre mostrano le diverse pagine del menu BASE, accessibile premendo il tasto [NXT] due volte:

Premendo il tasto [NXT] un'altra volta si tornerà alla prima pagina del menu.

Nota: Se nel flag di sistema 117, il tipo di visualizzazione è impostato su menu FUNZIONE (SOFT menu), la combinazione di tasti [→] (tenere premuto) [▼], visualizzerà un elenco di funzioni del menu FUNZIONE corrente. Ad esempio, per le prime due pagine del menu BASE, si visualizzerà:

Per tornare ai riquadri di SELEZIONE (CHOOSE boxes), utilizzare:

[MODE] FLAGS [▲] [←] [▲] [▼] ✓CHK OK OK.

Note:
1. Il menu TOOL, visualizzato premendo [TOOL], sarà sempre di tipo menu FUNZIONE.
2. La maggior parte degli esempi nel presente manuale d'uso, sono illustrati sia con l'uso di menu FUNZIONE che di riquadri di SELEZIONE. Le applicazioni di programmazione (Capitoli 21 e 22) utilizzano solo menu FUNZIONE.
3. Per ulteriori informazioni sui menu FUNZIONE e sui riquadri di SELEZIONE, vedere il Capitolo 2 della presente guida.

Menu TOOL

I tasti funzione del menu visualizzato, denominato menu TOOL, sono associati a operazioni relative alla manipolazione di variabili (per maggiori informazioni sulle variabili, vedere le pagine corrispondenti):

EDIT	F1	MODIFICA il contenuto di una variabile (vedere il Capitolo 2 e l'Appendice L per maggiori informazioni sulla funzione modifica)
VIEW	F2	VISUALIZZA i contenuti di una variabile
RCL	F3	RICHIAMA i contenuti di una variabile
STO	F4	MEMORIZZA i contenuti di una variabile
PURGE	F5	ELIMINA una variabile
CLEAR	F6	CANCELLA i dati a display o lo stack

La calcolatrice ha solo sei tasti funzione, quindi possono venire visualizzate 6 etichette per volta. Un menu, tuttavia, può comprendere più di sei voci. Ciascun gruppo di 6 voci è chiamato una pagina del menu. Il menu TOOL contiene otto voci organizzate in due pagine. La pagina successiva, contenente le due voci successive del menu, è accessibile premendo il tasto NXT (menu NeXT). Questo tasto è il terzo da sinistra nella terza fila di tasti della tastiera.
In questo caso, solo i primi due tasti funzione sono associati a comandi. Tali comandi sono:

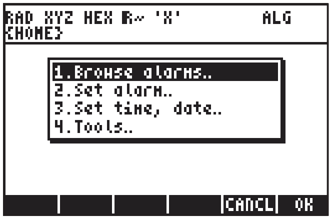
CASCM	F1	CASCMD: CAS CoMmanD: utilizzato per eseguire un comando dal CAS, mediante selezione da un elenco
HELP	F2	HELP: guida che descrive i comandi disponibili

Premendo il tasto NXT si visualizzerà il menu TOOL originale. Un altro modo per tornare al menu TOOL è quello di premere il tasto TOOL (terzo tasto da sinistra nella seconda fila di tasti della tastiera, a partire dall'alto).

Impostazione della data e dell'ora

La calcolatrice dispone di un orologio interno in tempo reale. L'orologio può essere permanentemente visualizzato sullo schermo e utilizzato per generare avvisi, nonché per gestire attività programmate. Questa sezione mostrerà come impostare la data e l'ora e fornirà inoltre le nozioni fondamentali sull'uso dei riquadri di SELEZIONE e l''inserimento di dati in una finestra di dialogo. Le finestre di dialogo della calcolatrice sono simili a quelle di un computer.

Per impostare la data e l'ora, selezionare il riquadro di selezione TIME, disponibile come funzione alternativa del tasto 9. Utilizzando la combinazione tasto shift destro, ↱ e tasto 9, si apre il riquadro di selezione TIME. Questa operazione può venire rappresentata anche come ↱ TIME . Il riquadro di selezione TIME viene visualizzato nella figura sottostante:



Come indicato in precedenza, il menu TIME fornisce quattro diverse opzioni, numerate da 1 a 4. Agli scopi del presente capitolo, verrà usata l'opzione *3. Set time, date….* Utilizzando il tasto freccia giù, ▽ , evidenziare questa opzione, quindi premere il tasto funzione OK. Viene visualizzato il seguente *modulo di input* (vedere l'Appendice 1-A) per l'impostazione della data e dell'ora:

Impostazione dell'ora del giorno

Utilizzando i tasti numerati, 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0, iniziare a regolare l'ora del giorno. Supponiamo di dover modificare l'ora in 11, premendo 1 1, essendo evidenziato il campo ora del modulo di input SET TIME AND DATE. In questo modo si inserirà il numero *11* nella riga inferiore del modulo di input:

Premere il tasto funzione OK per eseguire la modifica. Il valore *11* viene ora mostrato nel campo ora e il campo minuti viene automaticamente evidenziato:

Per modificare il campo minuti in 25, premere: 2 5 OK. Viene ora evidenziato il campo secondi. Supponiamo di dover modificare il campo secondi in 45, premere: 4 5 OK

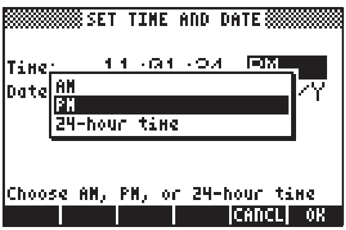
Viene ora evidenziato il campo formato ora. Per modificare questo campo rispetto alla configurazione corrente, è possibile premere il tasto +/- (secondo tasto da sinistra nella quinta fila di tasti della tastiera, partendo dal fondo) oppure premere il tasto funzione CHOOS (F2).

- Se si utilizza il tasto +/-, l'impostazione del campo formato ora verrà modificata secondo una delle seguenti opzioni:

  - o AM : indica che l'ora visualizzata si riferisce alle ore antimeridiane
  - o PM : indica che l'ora visualizzata si riferisce alle ore pomeridiane
  - o 24-hr : indica che l'ora indicata viene rappresentata nel formato a 24 ore, nel quale ad esempio 18:00 corrisponde a 6pm

  Utilizzando questa procedura, l'ultima voce selezionata verrà considerata l'opzione impostata per il formato dell'ora.

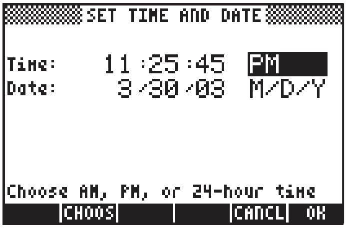
- Se si utilizza il tasto funzione CHOOS, sono disponibili le seguenti opzioni.



Utilizzare i tasti freccia su e giù, ▲ ▼, per selezionare l'opzione desiderata tra le tre disponibili (AM, PM, 24-hour time). Premere il tasto funzione OK per confermare la selezione.

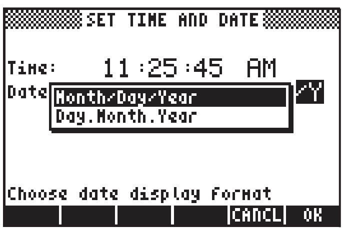
Impostazione della data

Dopo aver impostato il formato dell'ora, il modulo di input SET TIME AND DATE avrà il seguente aspetto:



Per impostare la data, impostare innanzitutto il formato data. Il formato predefinito è M/D/Y (mese/giorno/anno). Per modificare questo formato, premere il tasto freccia giù. Verrà evidenziato il formato data come mostrato di seguito:

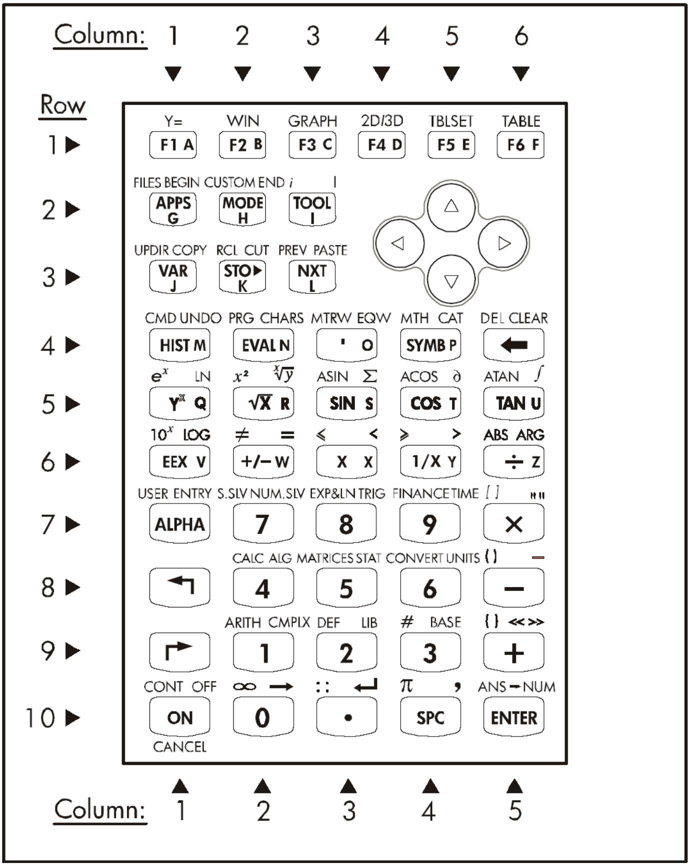
Utilizzare il tasto funzione CHOOS per visualizzare le opzioni del formato data:



Scegliere l'opzione desiderata utilizzando i tasti freccia su e giù, , quindi premere il tasto funzione OK per confermare la selezione.

Informazioni di base sulla tastiera della calcolatrice

La figura sottostante mostra uno schema della tastiera della calcolatrice con la numerazione delle righe e delle colonne.

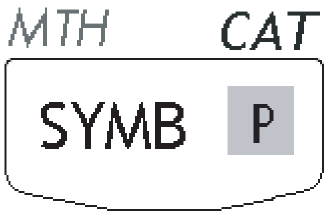


La figura mostra 10 righe di tasti e 3, 5, o 6 colonne. La riga 1 ha 6 tasti, le righe 2 e 3 hanno 3 tasti ciascuna e le righe dalla 4 alla 10 hanno 5 tasti ciascuna. Sono presenti 4 tasti freccia situati sul lato destro della tastiera nello spazio occupato dalle file 2 e 3.
Ogni tasto ha tre, quattro o cinque funzioni. La funzione principale del tasto corrisponde all'etichetta più evidente dello stesso. Inoltre, il tasto shift sinistro,

tasto (8,1), il tasto shift destro, *tasto (9,1)* e il tasto ALPHA, *tasto (7,1)*, possono essere usati in combinazione con altri tasti per attivare funzioni alternative, mostrate sulla tastiera. Ad esempio, il tasto SYMB, *tasto (4,4)*, è associato alle sei funzioni seguenti:

SYMB	Funzione principale, attivare il menu SYMBolic (Simboli)
← MTH	In combinazione con il tasto shift sinistro, attivare il menu MTH (Matematica)
→ CAT	In combinazione con il tasto shift destro, attivare la funzione CATalog (Catalogo)
ALPHA P	In combinazione con il tasto ALPHA, inserire la lettera P maiuscola
ALPHA ← P	In combinazione con tasto ALPHA-shift sinistro, inserire la lettera p minuscola
ALPHA → P	In combinazione con tasto ALPHA-shift destro, inserire il simbolo P

Delle sei funzioni associate al tasto, solo le prime quattro sono mostrate sulla tastiera stessa. Questo è l'aspetto del tasto sulla tastiera:



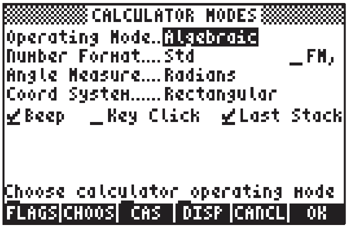
Occorre notare che il colore e la posizione delle etichette sul tasto, ossia **SYMB**, *MTH*, *CAT* e **P**, indicano qual è la funzione principale **(SYMB)** e quale delle altre tre funzioni è associata al tasto shift sinistro ← *(MTH)*, al tasto shift destro → *(CAT)* e al tasto ALPHA (P).

Per informazioni dettagliate sul funzionamento della tastiera della calcolatrice, consultare l'Appendice B.

Selezione della modalità di funzionamento della calcolatrice

Questa sezione parte dal presupposto che l'utente abbia dimestichezza con l'uso dei riquadri di selezione e delle finestre di dialogo (in caso contrario, consultare il Capitolo 2).

Premere il tasto MODE (secondo tasto da sinistra nella seconda fila di tasti a partire dall'alto) per visualizzare il seguente modulo di input *CALCULATOR MODES* (Modalità della calcolatrice):



Premere il tasto funzione OK per tornare alla visualizzazione normale. Di seguito vengono presentati alcuni esempi che mostrano come selezionare le diverse modalità della calcolatrice.

Modalità operativa

La calcolatrice dispone di due modalità operative: la modalità *Algebrica* e la the *notazione polacca inversa (RPN)*. La modalità predefinita è quella algebrica (come indicato dalla figura in alto), tuttavia, gli utenti di precedenti modelli di calcolatrici HP possono conoscere meglio la modalità RPN.

Per selezionare la modalità operativa, aprire innanzitutto il modulo di input CALCULATOR MODES premendo il tasto MODE. Verrà evidenziato il campo *Operating Mode* (Modalità operativa). Selezionare la modalità operativa *Algebraic* (Algebrica) o *RPN* utilizzando il tasto +/- (secondo da sinistra nella quinta riga della tastiera a partire dal basso) o premendo il tasto funzione CHOOS. Se si utilizza quest'ultimo approccio, utilizzare i tasti freccia, ▲ ▼, per selezionare la modalità, quindi premere il tasto funzione OK per completare l'operazione.

Per illustrare la differenza tra queste due modalità operative, prendiamo ad esempio il calcolo della seguente espressione in entrambe le modalità:

$$\sqrt{\frac{3 \cdot \left(5 - \frac{1}{3 \cdot 3}\right)}{23^3} + e^{2.5}}$$

Per inserire questa espressione nella calcolatrice, si utilizza innanzitutto l'*Equation Writer*, [↱] EQW . Identificare innanzitutto i seguenti tasti nella tastiera, oltre ai tasti numerici:

[↰] [↱] [•] [SPC] [×] [+] [−] [÷] [√x]
[Y^x] e^x () [↱] EQW [◄] [►] [▼] [▲] [ENTER]

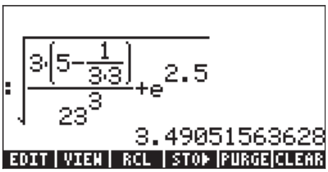
L'Equation Writer è una modalità di visualizzazione nella quale si possono costruire espressioni matematiche utilizzando la notazione matematica esplicita, ivi comprese le frazioni, le derivate, gli integrali, le radici, ecc. Per usare Equation Writer per scrivere l'espressione riportata in precedenza, utilizzare i seguenti tasti:

[↱] EQW [√x] [3] [×] [↰] () [5] [−]
[1] [÷] [3] [×] [3]
[▲] [▲] [▲] [▲] [▲] [▲] [▲]
[÷] [2] [3] [Y^x] [3] [►] [►] [+] [↰] e^x [2] [•] [5] [ENTER]

Dopo aver premuto [ENTER] la calcolatrice visualizza l'espressione:

```
√ (3*(5-1/(3*3))/23^3+EXP(2.5))
```

Premendo nuovamente [ENTER], si otterrà il seguente valore. Accettare la modalità Approx, se il sistema la propone, premendo OK. [**Nota:** I numeri interi utilizzati sopra, ossia 3, 5, 1 rappresentano i valori esatti. EXP(2.5), al contrario, non può essere espresso con un valore esatto, pertanto è necessario passare alla modalità Approx]:



È anche possibile digitare direttamente l'espressione nel display, senza utilizzare l'Equation Writer, nel seguente modo:

[√x] [↰] () [3] [•] [×] [↰] () [5] [•] [−] [1] [•] [÷]
[↰] () [3] [•] [×] [3] [•] [►] [►]
[÷] [2] [3] [•] [Y^x] [3] [+] [↰] e^x [2] [•] [5] [ENTER]

anche in questo caso si otterrà lo stesso risultato.

Passare alla modalità operativa RPN premendo il tasto MODE. Selezionare la modalità operativa *RPN*utilizzando il tasto +/- oppure premendo il tasto funzione CHOOS. Premere il tasto funzione OK per completare l'operazione. In modalità RPN, il display ha il seguente aspetto:

Occorre notare che il display visualizza diversi livelli di output denominati, dal basso verso l'alto, 1, 2, 3, ecc. Questi vengono definiti *stack* della calcolatrice. I diversi livelli vengono chiamati *livelli di stack*, ad esempio, livello di stack 1, livello di stack 2, ecc.

In modalità RPN, anziché scrivere un'operazione come 3 + 2 premendo 3 + 2 ENTER, si scrivono dapprima gli operandi, nell'ordine corretto, quindi l'operatore, ad esempio, 3 ENTER 2 +. Inserendo gli operandi, questi vanno ad occupare diversi livelli di stack. Premendo i tasti 3 ENTER, il numero 3 verrà inserito nel livello di stack 1. Se successivamente si preme 2, il numero 3 verrà spostato in alto a occupare il livello di stack 2. Infine, premendo +, si richiede alla calcolatrice di applicare l'operatore o il programma + agli oggetti che occupano i livelli 1 e 2. Il risultato, 5, viene posizionato al livello 1.

Prendiamo altri esempi di operazioni semplici prima di provare con l'espressione complessa utilizzata in precedenza con la modalità operativa algebrica:

123/32	1 2 3 ENTER 3 2 ÷
4^2	4 ENTER 2 Y^x
$\sqrt[3]{27}$	2 7 ENTER 3 ↱ $\sqrt[x]{y}$

Notare la posizione di y e di x nelle ultime due operazioni. La base dell'espressione esponenziale è y (livello di stack 2) mentre l'esponente è x (livello di stack 1) prima di premere il tasto Y^x. In modo simile, nel calcolo della radice cubica y (livello di stack 2) è la quantità sotto il segno di radice e x (livello di stack 1) è la radice.

Provare il seguente esercizio che riguarda tre fattori: (5 + 3) x 2

5 ENTER 3 +	Calcola innanzitutto (5 + 3).
2 X	Completa il calcolo.

Si provi ora l'espressione proposta in precedenza:

$$\sqrt{\frac{3\cdot\left(5-\frac{1}{3\cdot 3}\right)}{23^3}+e^{2.5}}$$

3 . ENTER	Inserire 3 al livello 1
5 . ENTER	Inserire 5 al livello 1, 3 viene spostato in y
3 . ENTER	Inserire 3 al livello 1, 5 viene spostato al livello 2, 3 viene spostato al livello 3
3 . ×	Digitare 3 e moltiplicare, viene visualizzato 9 al livello 1
1/x	1/(3x3), ultimo valore al liv. 1; 5 nel livello 2; 3 nel livello 3
−	5-1/(3x3), occupa ora il livello 1; 3 nel livello 2
×	3x(5-1/(3x3)), occupa ora il livello 1.
2 3 . ENTER	Inserire 23 al livello 1, 14.66666 sale al livello 2.
3 . Y^x	Inserire 3, calcolare 23^3 al livello 1. 14.666 nel liv. 2.
÷	$(3x(5-1/(3x3)))/23^3$ al livello 1
2 . 5	Inserire 2.5 al livello 1
← e^x	$e^{2.5}$, viene inserito al livello 1, il livello 2 mostra il valore precedente.
+	$(3x(5-1/(3x3)))/23^3+e^{2.5}=12.18369$, al liv. 1.
√x	$\sqrt{((3x(5-1/(3x3)))/23^3+e^{2.5})}=3.4905156$, al livello 1.

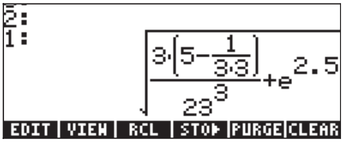
Sebbene la modalità RPN richieda un po' più di concentrazione rispetto alla modalità algebrica (ALG), vi sono numerosi vantaggi legati all'uso della modalità RPN. Ad esempio, in modalità RPN è possibile vedere l'equazione svilupparsi passo per passo. Questo è estremamente utile per rilevare un possibile errore di input. Oltre a ciò, man mano che si acquisisce dimestichezza con questa modalità e se ne apprendono le astuzie, si potrà calcolare le espressioni in modo più rapido e utilizzando meno tasti. Si consideri, ad esempio il calcolo di (4x6-5)/(1+4x6-5). In modalità RPN, è possibile scrivere:

4 ENTER 6 × 5 − ENTER 1 + ÷

ovviamente, anche in modalità RPN, è possibile inserire un'espressione nello stesso ordine della modalità algebrica utilizzando l'Equation Writer. Ad esempio,

→ EQW √x 3 . × ← () 5 . −
1 ÷ 3 . × 3 .
▲▲▲▲▲▲▲
÷ 2 3 . Y^x 3 ▶ ▶ + ← e^x 2 . 5 ENTER

L'espressione ottenuta è mostrata nel livello di stack 1 come segue:



Occorre notare che l'espressione è stata inserita nel livello di stack 1 dopo la pressione di ENTER. Premendo il tasto EVAL a questo punto, si valuterà il valore numerico dell'espressione. Nota: in modalità RPN, premendo ENTER quando la riga di comando è vuota, si eseguirà la funzione DUP, che copia il contenuto del livello di stack 1 stack nel livello 2 (e fa salire di un livello tutti gli altri livelli di stack). Ciò è estremamente utile, come mostrato nell'esempio precedente.

Per selezionare la modalità operativa ALG e RPN, è possibile impostare/ cancellare il flag di sistema 95 utilizzando la seguente sequenza di tasti:

MODE FLAGS 9 ▼ ▼ ▼ ▼ ✓CHK ENTER

In alternativa, è possibile utilizzare uno dei seguenti tasti di scelta rapida:

- In modalità ALG,
  CF(-95) seleziona la modalità RPN

- In modalità RPN,
  95 +/- ENTER SF seleziona la modalità ALG

Per maggiori informazioni sui flag di sistema della calcolatrice, vedere il Capitolo 2.

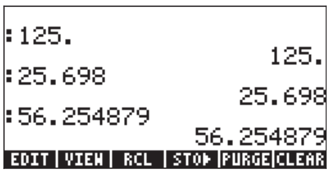
Formato numerico, punto decimale o virgola

Modificando il formato numerico, è possibile personalizzare la modalità di visualizzazione dei numeri reali nella calcolatrice. Si troverà questa funzione particolarmente utile nelle operazioni con potenze di dieci o per limitare il numero di decimali in un risultato.

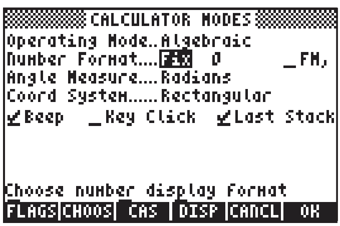
Per selezionare un formato numerico aprire innanzitutto il modulo di input CALCULATOR MODES premendo il tasto MODE. Utilizzare quindi il tasto freccia, ▼, per selezionare l'opzione *Number format* (Formato numerico). Il valore predefinito è *Std* o *formato St*and*ard*. Nel formato standard, la calcolatrice mostrerà i numeri a virgola mobile con la massima precisione consentita dalla calcolatrice (12 cifre significative). Per maggiori informazioni sui numeri reali, vedere il Capitolo 2. Per illustrare questo e altri formati numerici, provare i seguenti esercizi:

- **Formato standard:**
  Questa è la modalità più usata in quanto mostra i numeri utilizzando la notazione più familiare.
  Premere il tasto funzione OK, con il parametro *Number format* impostato su *Std*, per tornare al display della calcolatrice. Inserire il numero 123.4567890123456. Notare che questo numero contiene 16 cifre significative. Premere il tasto ENTER. Il numero viene arrotondato al massimo di 12 cifre significative e viene visualizzato come segue:

  Nel formato standard di visualizzazione decimale, i numeri interi sono mostrati senza zero decimali. I numeri con diverse cifre decimali verranno modificati a display in modo da visualizzare solo le cifre decimali necessarie. Di seguito sono presentati ulteriori esempi del formato standard:



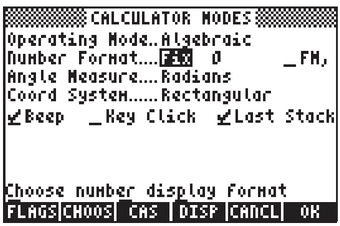
- **Formato fisso senza decimali:** premere il tasto MODE. Successivamente utilizzare il tasto freccia giù, ▼, per selezionare l'opzione *Number format*. Premere il tasto funzione CHOOS e selezionare l'opzione *Fixed* con il tasto freccia giù ▼.



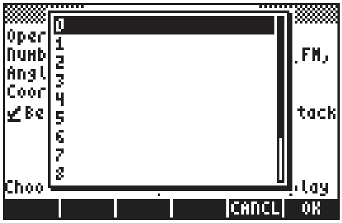
Si noterà che Number Format è impostato su *Fix* seguito da uno zero *(0)*. Questo numero indica il numero di decimali da visualizzare nel display della calcolatrice dopo il punto decimale. Premere il tasto funzione OK per tornare al display della calcolatrice. Il numero viene ora mostrato nel seguente modo:

Questa impostazione arrotonderà tutti i risultati al numero intero più vicino (0 decimali visualizzati dopo la virgola). Il numero, tuttavia, sarà ancora memorizzato nella calcolatrice con tutte le 12 cifre significative di cui si compone. Modificando il numero di decimali da visualizzare, si vedranno nuovamente i restanti decimali.

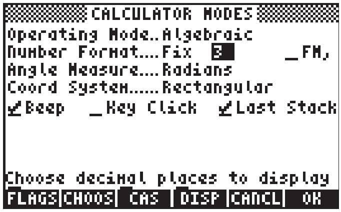
- **Formato fisso con decimali:**
  Questa modalità è utilizzata soprattutto quando si lavora con una precisione limitata. Ad esempio, se si eseguono calcoli finanziari, l'uso della modalità FIX 2 può risultare utile in quanto rappresenta facilmente le unità monetarie con una precisione pari a 1/100. Premere il tasto MODE. Successivamente utilizzare il tasto freccia giù, ▼, per selezionare l'opzione *Number format*. Premere il tasto funzione CHOOS e selezionare l'opzione *Fixed* con il tasto freccia giù ▼.



Premere il tasto freccia destra, ▶, per evidenziare lo zero prima dell'opzione *Fix*. Premere il tasto funzione CHOOS e, utilizzando i tasti freccia su e giù, ▲▼, selezionare ad esempio 3 decimali.



Premere il tasto funzione OK per completare la selezione:

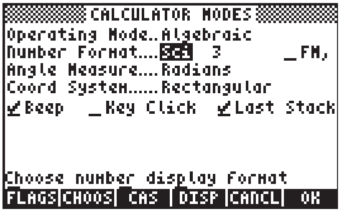


Premere il tasto funzione OK per tornare al display della calcolatrice. Il numero viene ora mostrato nel seguente modo:

Si noterà come il numero venga arrotondato, non troncato. Pertanto, il numero 123.4567890123456, con questa impostazione, viene visualizzato come 123.457 e non come 123.456 in quanto la cifra dopo il 6 è > 5

- **Formato scientifico**
  Il formato scientifico è utilizzato soprattutto per risolvere problemi di scienze fisiche, nelle quali i numeri sono solitamente rappresentati come un numero impreciso moltiplicato per una potenza di dieci.
  Per impostare questo formato, premere innanzitutto il tasto MODE. Successivamente utilizzare il tasto freccia giù, ▼, per selezionare l'opzione *Number format*. Premere il tasto funzione CHOOS e selezionare l'opzione *Scientific* con il tasto freccia giù ▼. Mantenere il numero 3 di fronte a *Sci*. (Questo numero può essere modificato allo stesso modo con

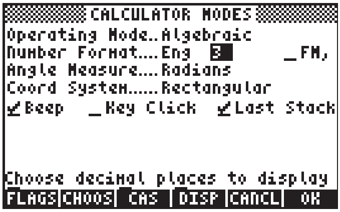
cui si è modificato il numero di decimali utilizzando l'opzione *Fixed* nell'esempio riportato in precedenza).



Premere il tasto funzione OK per tornare al display della calcolatrice. Il numero viene ora mostrato nel seguente modo:

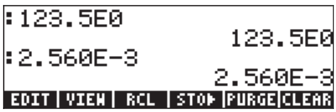
Questo risultato, 1.23E2, è la notazione usata dalla calcolatrice per le potenze di dieci, ad esempio, $1{,}235 \times 10^2$. In questo formato, conosciuto come notazione scientifica, il numero *3* di fronte al formato numerico *Sci* (mostrato in precedenza) indica il numero di cifre significative dopo il punto decimale. La notazione scientifica comprende sempre un numero intero, come mostrato nella figura in alto. In questo caso, pertanto, il numero di cifre significative è quattro.

- **Formato ingegneristico**
  Il formato ingegneristico è molto simile al formato scientifico, ad eccezione del fatto che le potenze di dieci sono multipli di tre.
  Per impostare questo formato, premere innanzitutto il tasto MODE. Successivamente utilizzare il tasto freccia giù, ▼, per selezionare l'opzione *Number format*. Premere il tasto funzione CHOOS e selezionare l'opzione *Engineering* con il tasto freccia giù ▼. Mantenere il numero 3 di fronte a Eng. (Questo numero può essere modificato in modo simile al numero di decimali nel precedente esempio nel quale era selezionata l'opzione *Fixed*).

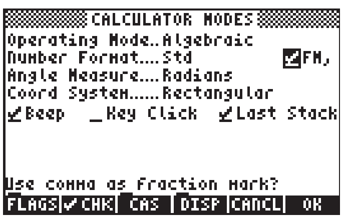


Premere il tasto funzione OK per tornare al display della calcolatrice. Il numero viene ora mostrato nel seguente modo:

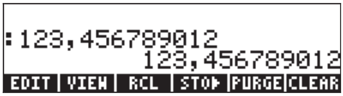
Siccome questo numero nella sua parte intera si compone di tre cifre, viene rappresentato nel formato ingegneristico con quattro cifre significative e zero come valore dell'elevamento a potenza. Ad esempio, il numero 0.00256 verrà visualizzato come:



- **Virgola decimale vs. punto decimale**
  I punti decimali nei numeri a virgola mobile possono essere sostituiti da virgole, se l'utente ha maggiore dimestichezza con tale notazione. Per sostituire i punti decimali con virgole, modificare l'opzione *FM* nel modulo di input CALCULATOR MODES in virgole, come segue (occorre notare che *Number è formatè* stato modificato in *Std*):
- Premere il tasto MODE. Successivamente utilizzare il tasto freccia giù, ▼, una volta e il tasto freccia destra, ▶, per evidenziare l'opzione *__FM,*. Per selezionare le virgole, premere il tasto funzione ✓CHK. Il modulo di input avrà il seguente aspetto:



• Premere il tasto funzione OK per tornare al display della calcolatrice. Il numero 123.456789012, inserito in precedenza, viene ora visualizzato come segue:



Misura dell'angolo

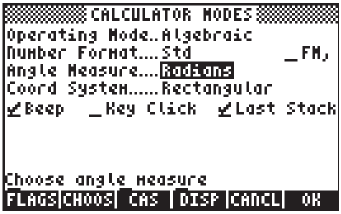
Le funzioni trigonometriche, ad esempio, richiedono argomenti che rappresentano angoli piani. La calcolatrice fornisce tre diverse modalità di *Angle Measure* (Misura dell'angolo) per lavorare con gli angoli:

- *Degrees (Gradi):* Vi sono *360* gradi *(360°)* in una circonferenza completa o *90* gradi *(90°)* in un angolo retto. Questa rappresentazione è usata principalmente quando si lavora con la geometria di base, la progettazione meccanica o strutturale o in applicazioni topografiche.
- *Radians (Radianti)*: Vi sono 2π radianti $(2\pi^r)$ in una circonferenza completa o $\pi/2$ radianti $(\pi/2^r)$ in un angolo retto. Questa notazione è principalmente usata per la risoluzione di problemi matematici e fisici. Questa è la modalità predefinita della calcolatrice.
- *Grades (Gradi centesimali):* Vi sono *400* gradi centesimali o gon (400^g) in una circonferenza completa o *100* gradi centesimali (100^g) in un angolo retto. Questa notazione è simile alla modalità grado ed è stata introdotta per semplificare la notazione in gradi, ma è oggi raramente usata.

La misura dell'angolo determina variazioni delle funzioni trigonometriche, come SIN, COS, TAN e le funzioni associate.

Per modificare la modalità di misura dell'angolo, utilizzare la seguente procedura:

• Premere il tasto MODE. Successivamente, premere il tasto freccia giù, ▼, due volte. Selezionare la modalità *Angle measure* (Misura dell'angolo) mediante il tasto +/- (secondo da sinistra nella quinta fila della tastiera a partire dal basso) o premere il tasto funzione CHOOS. Se si utilizza quest'ultimo metodo, premere i tasti freccia su e giù, ▲ ▼, per selezionare la modalità preferita, quindi premere il tasto funzione OK per completare l'operazione. Ad esempio, nella seguente schermata, viene selezionata la modalità Radians:



Sistema di coordinate

La selezione del sistema di coordinate modifica il modo in cui i vettori e i numeri complessi vengono visualizzati e inseriti. Per maggiori informazioni sui numeri e i vettori complessi, vedere rispettivamente i Capitoli 4 e 9.
I componenti dei vettori bidimensionali e tridimensionali possono essere rappresentati in qualsiasi sistema a tre coordinate: il sistema cartesiano (bidimensionale) o rettangolare (tridimensionale), cilindrico (tridimensionale) o polare (bidimensionale) e sferico (solo tridimensionale). In un sistema di coordinate cartesiano o rettangolare, il punto P avrà tre coordinate lineari (x,y,z) misurate a partire dal punto di origine lungo ciascun asse reciprocamente perpendicolare (in modalità 2D, si pone z uguale a 0). In un sistema di coordinate cilindrico o polare, le coordinate di un punto sono indicate da (r,θ,z), dove r è la distanza radiale misurata dal punto di origine sul piano xy, è l'angolo che la distanza radiale r forma con l'asse x positivo -- misurato come positivo in senso antiorario -- e z corrisponde alla coordinata z del sistema cartesiano (in modalità 2D, si pone z uguale a 0). I sistemi rettangolari e polari sono legati dalle seguenti relazioni:

$$x = r \cdot \cos(\theta) \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r \cdot \sin(\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = z$$

In un sistema di coordinate sferiche, le coordinate di un punto sono indicate da (ρ,θ,φ) dove ρ è la distanza radiale misurata dal punto di origine di un sistema cartesiano, θ è un angolo che rappresenta l'angolo formato dalla proiezione della distanza lineare ρ sull'asse xy (come θ nelle coordinate polari) e ϕ è l'angolo dall'asse positivo z alla distanza radiale ρ. I sistemi di coordinate rettangolare e sferico sono legati dalle seguenti relazioni:

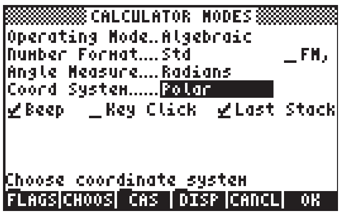
$$x = \rho \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) \qquad \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$y = \rho \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = \rho \cdot \cos(\phi) \qquad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$$

Per modificare il sistema di coordinate della calcolatrice, procedere come segue:

- Premere il tasto MODE . Successivamente, premere il tasto freccia giù, ▼ , tre volte. Selezionare la modalità *Angle measure* utilizzando il tasto +/- (secondo da sinistra nella quinta fila della tastiera a partire dal basso), o premendo il tasto funzione CHOOS. Se si utilizza quest'ultimo metodo, premere i tasti freccia su e giù, ▲ ▼ , per selezionare la modalità preferita, quindi premere il tasto funzione OK per completare l'operazione. Ad esempio, nella seguente schermata è selezionata la modalità di coordinate polari:



Bip, clic e ultimo stack

L'ultima riga del modulo di input CALCULATOR MODES comprende le opzioni:

_Beep   _Key Click _Last Stack

Inserendo un segno di spunta accanto a queste tre opzioni, verrà attivata l'opzione corrispondente. Tali opzioni sono descritte di seguito:

_Beep : Quando viene selezionata, il bip della calcolatrice è attivo. Questa operazione si applica principalmente ai messaggi di errore, ma anche ad alcune funzioni dell'utente come BEEP.

_Key Click : Se selezionata, la pressione dei tasti produce un "clic".

_Last Stack: Mantiene il contenuto dell'ultimo stack utilizzabile con le funzioni UNDO e ANS (vedere il Capitolo 2).

L'opzione *_Beep* può risultare utile per informare gli utenti della presenza di errori. È possibile deselezionare questa opzione se si utilizza la calcolatrice in classe o in biblioteca.
L'opzione *_Key Click* può essere utile come riscontro per verificare che la pressione del pulsante ha avuto effetto.
L'opzione *_Last Stack* è molto utile per richiamare l'ultima operazione nel caso sia necessaria per procedere a un nuovo calcolo.

Per selezionare o deselezionare una qualsiasi di queste tre opzioni premere il tasto MODE . Quindi,

- Premere il tasto freccia giù, ▼, quattro volte per selezionare l'opzione *_Last Stack*. Utilizzare il tasto funzione ✓CHK per modificare la selezione.
- Premere il tasto freccia sinistra ◀ per selezionare l'opzione *_Key Click*. Utilizzare il tasto funzione ✓CHK per modificare la selezione.
- Premere il tasto freccia sinistra ◀ per selezionare l'opzione *_Beep*. Utilizzare il tasto funzione ✓CHK per modificare la selezione.
  Premere il tasto funzione OK per completare l'operazione.

Selezione delle impostazioni CAS

CAS è l'abbreviazione di *C*omputer *A*lgebraic *S*ystem. Si tratta del processore matematico del calcolatore nel quale vengono svolte le operazioni matematiche simboliche e vengono programmate le funzioni. È possibile modificare numerose impostazioni del CAS, in base al tipo di operazione richiesta. Tali impostazioni sono:

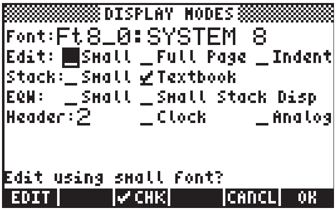
- Variabile indipendente predefinita
- Modalità numerica vs. simbolica
- Modalità approssimata vs. esatta
- Modalità Verbose (Commenti) vs. Non-verbose (Senza commenti)
- Modalità Step-by-step per le operazioni
- Formato di potenza crescente per i polinomi
- Modalità Rigorous
- Semplificazione di espressioni non razionali

Per ulteriori dettagli sulla selezione delle impostazioni CAS, vedere l'Appendice C.

Selezione delle modalità di visualizzazione

Il display della calcolatrice può essere personalizzato in base alle preferenze dell'utente selezionando diverse modalità di visualizzazione. Per visualizzare le impostazioni del display opzionali, procedere come segue:

- Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES. All'interno del modulo di input CALCULATOR MODES, premere il tasto funzione DISP per visualizzare il modulo di input DISPLAY MODES.

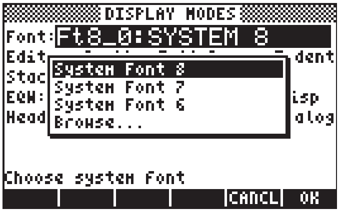


- Per navigare attraverso le molte opzioni del modulo di input DISPLAY MODES, utilizzare i tasti freccia: ◀ ▶ ▼ ▲.
- Per selezionare o deselezionare una delle impostazioni descritte in precedenza che richiedono un segno di spunta, selezionare il trattino basso che precede l'opzione desiderata e premere il tasto funzione ✓CHK, fino a visualizzare l'impostazione desiderata. Quando un'opzione è selezionata, viene visualizzato un segno di spunta sopra il trattino basso (in questo caso, l'opzione *Textbook* nella riga *Stack:* della figura in alto). Le opzioni deselezionate verranno visualizzate senza segno di spunta nel trattino basso che precede l'opzione (ad esempio, le opzioni *_Small, _Full page* e *_Indent* nella riga *Edit:* della figura in alto).
- Per selezionare il carattere di visualizzazione, evidenziare il campo di fronte all'opzione *Font:* nel modulo di input DISPLAY MODES e utilizzare il tasto funzione CHOOS.
- Dopo aver selezionato e deselezionato tutte le opzioni desiderate nel modulo di input DISPLAY MODES, premere il tasto funzione OK. Questo tasto consente di tornare al modulo di input CALCULATOR MODES. Per tornare al display normale della calcolatrice da questo punto, premere un'altra volta il tasto funzione OK.

Selezione del carattere per la visualizzazione

Modificando il carattere utilizzato per la visualizzazione, si adatterà l'aspetto della calcolatrice ai propri gusti personali. Utilizzando un carattere a 6 pixel, ad esempio, è possibile visualizzare fino a 9 livelli di stack! Per selezionare il carattere per la visualizzazione, procedere come segue:

Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES. All'interno del modulo di input CALCULATOR MODES, premere il tasto funzione DISP per visualizzare il modulo di input DISPLAY MODES. Viene evidenziato il campo *Font:* e l'opzione *Ft8_0:system 8* viene selezionata. Questo è il valore predefinito per il carattere utilizzato per il carattere di visualizzazione. Premendo il tasto funzione CHOOS verrà visualizzato un elenco di caratteri di sistema disponibili, come mostrato di seguito:



Le opzioni disponibili sono tre *Caratteri di sistema* standard (dimensioni *8, 7,* e *6*), oltre alla voce *Browse…* (Sfoglia). Quest'ultima opzione consente di navigare nella memoria della calcolatrice per ricercare altri caratteri creati dall'utente (vedere il Capitolo 23) o scaricati nella calcolatrice.
Provare a modificare il carattere utilizzato per la visualizzazione selezionando la dimensione *7* e *6*. Premere il tasto funzione OK per confermare la selezione. Una volta terminata la selezione del carattere, premere il tasto funzione OK per tornare al modulo di input CALCULATOR MODES. Per tornare al display normale della calcolatrice da questo punto, premere il tasto funzione OK una volta e vedere come cambia la visualizzazione dello stack in funzione dei diversi caratteri.

Selezione delle proprietà del Line Editor

Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES. All'interno del modulo di input CALCULATOR MODES, premere il tasto funzione DISP per visualizzare il modulo di input DISPLAY MODES. Premere il tasto freccia giù, ▼, una volta, per per portare il cursore sulla riga *Edit* (Modifica). Questa riga mostra tre proprietà che possono essere modificate. Quando si selezionano queste proprietà (segno di spunta) vengono attivati i seguenti effetti:

_Small	Riduce la dimensione del carattere
_Full page	Consente di posizionare il cursore a fine riga

_Indent Rientro automatico del cursore quando si inserisce un ritorno a capo

Per istruzioni dettagliate sull'uso del Line Editor, vedere il Capitolo 2 della presente guida.

Selezione delle proprietà dello stack

Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES. All'interno del modulo di input CALCULATOR MODES, premere il tasto funzione DISP per visualizzare il modulo di input DISPLAY MODES. Premere il tasto freccia giù, ▼, due volte, per per portare il cursore sulla riga *Stack*. Questa riga mostra due proprietà che possono essere modificate. Quando si selezionano queste proprietà (segno di spunta) vengono attivati i seguenti effetti:

_Small Riduce la dimensione del carattere. Ciò consente di massimizzare la quantità di informazioni visualizzate sul display. Si noti che questa selezione ha priorità rispetto alla selezione del carattere per la visualizzazione dello stack.

_Textbook Visualizza le espressioni matematiche mediante la notazione matematica grafica

Per illustrare queste impostazioni, in modalità sia algebrica che RPN, utilizzare l'Equation Writer e digitare il seguente integrale definito:

↱ EQW ↱ ∫ 0 ▶ ↰ ∞ ▶ ↰ e^x +/- X ▶ X ENTER

In modalità algebrica, la seguente schermata mostra il risultato quando non sono selezionate le opzioni *_Small* o *_Textbook* :

con solo l'opzione *_Small* selezionata, il display ha l'aspetto mostrato di seguito:

Con l'opzione _*Textbook* selezionata (valore predefinito), indipendentemente dal fatto che anche l'opzione _*Small* sia selezionata, il display mostra il seguenti risultato:

Selezione delle proprietà dell'Equation Writer (EQW)

Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES. All'interno del modulo di input CALCULATOR MODES, premere il tasto funzione DISP per visualizzare il modulo di input DISPLAY MODES. Premere il tasto freccia giù, ▼, tre volte, per portare il cursore sulla riga *EQW* (Equation Writer). Questa riga mostra due proprietà che possono essere modificate. Quando si selezionano queste proprietà (segno di spunta) vengono attivati i seguenti effetti:

_*Small*	Riduce la dimensione del carattere quando si utilizza l'Equation Writer
_*Small Stack Disp*	Mostra i caratteri piccoli nello stack per la visualizzazione stile Textbook ("libro di testo")

In altre sezioni del presente manuale vengono fornite istruzioni dettagliate sull'uso dell'Equation Writer (EQW).

Relativamente all'esempio dell'integrale $\int_0^\infty e^{-X}\,dX$ presentato in alto,

selezionando _*Small Stack Disp* nella riga *EQW* del modulo di input DISPLAY MODES, verrà visualizzato quanto segue:

Selezione della dimensione dell'intestazione

Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES. All'interno del modulo di input CALCULATOR MODES, premere il tasto funzione DISP per visualizzare il modulo di input DISPLAY MODES. Premere il tasto freccia giù, ▼, quattro volte, per portare il cursore sulla riga *Header* (Intestazione). Per impostazione predefinita, il valore *2* è assegnato al campo *Header* . Ciò significa che la parte superiore del display contiene due righe, la prima contenente le impostazioni correnti della calcolatrice e la seconda contenente la sottodirectory corrente all'interno della memoria della calcolatrice (queste righe sono state descritte in precedenza nel presente manuale). L'utente può modificare questa impostazione in *1* o *0* per ridurre il numero di righe di intestazione visualizzate a display.

Selezione del display orologio

Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES. All'interno del modulo di input CALCULATOR MODES, premere il tasto funzione DISP per visualizzare il modulo di input DISPLAY MODES. Premere il tasto freccia giù, ▼, quattro volte, per portare il cursore sulla riga *Header*(Intestazione). Verrà evidenziato il campo *Header*. Utilizzare il tasto freccia destra (▶) per selezionare il trattino basso che precede le opzioni *_Clock* o *_Analog*. Premere il tasto funzione ✓CHK fino a quando non viene visualizzata l'opzione desiderata. Se l'opzione *_Clock* è selezionata, verranno visualizzate l'ora del giorno e la data nell'angolo superiore destro del display. Se è selezionata anche l'opzione *_Analog* verrà visualizzato un orologio analogico anziché quello digitale, sempre nell'angolo superiore destro del display. Se l'opzione *_Clock* non è selezionata, o se non vi è alcuna intestazione (o se l'intestazione è troppo piccola), la data e l'ora del giorno non verranno visualizzate sul display.

Capitolo 2
Presentazione della calcolatrice

Nel presente capitolo verranno presentate diverse operazioni di base della calcolatrice, come l'uso dell'Equation Writer e la manipolazione di dati nella calcolatrice. Studiare gli esempi del presente capitolo per acquisire dimestichezza con le potenzialità della calcolatrice per applicazioni future.

Oggetti della calcolatrice

Qualsiasi numero, espressione, carattere, variabile, ecc., che può essere creato o manipolato nella calcolatrice viene definito un "oggetto". Alcuni dei tipi di oggetti più utili sono elencati di seguito.

Reali. Questi oggetti rappresentano un numero, positivo o negativo, con 12 cifre significative e un esponente compreso tra -499 per +499. Esempi di numeri reali: 1., -5., 56.41564 1.5E45, -555.74E-95

Quando si digita un numero reale, è possibile utilizzare il tasto EEX per inserire l'esponente e il tasto +/- per modificare il segno dell'esponente o mantissa.

Si noti che il numero reale deve essere inserito con il punto decimale, anche se il numero non contiene una parte decimale. In caso contrario, il numero viene considerato come un numero intero, che è un oggetto diverso della calcolatrice. I numeri reali si comportano come tutti i numeri solitamente usati in un'operazione matematica.

Interi. Questi oggetti rappresentano numeri interi (numeri senza parte decimale) e non hanno limiti (ad eccezione della memoria della calcolatrice). Esempi di numeri interi sono: 1, 564654112, -413165467354646765465487. Si noti come questi numeri non hanno un punto decimale.

A causa del proprio formato di memorizzazione, i numeri interi assicurano sempre il massimo grado di precisione di calcolo. Ad esempio, un'operazione come 30/14, con i numeri interi restituirà 15/7 e non 2.142…. Per forzare un risultato espresso come numero reale (o in virgola mobile), utilizzare la funzione →NUM ↱ →NUM .

I numeri interi sono spesso usati nelle funzioni basate su CAS, in quanto offrono il massimo grado di precisione nelle operazioni.
Se è selezionata la modalità APPROX (Approssimata) nel CAS (vedere l'Appendice C), i numeri interi verranno automaticamente convertiti in numeri reali. Se non si prevede di usare il CAS, può essere opportuno passare

direttamente alla modalità APPROX. Per maggiori dettagli, vedere l'Appendice C.

Spesso i numeri interi vengono usati unitamente ai numeri reali, oppure si scambiano i numeri interi per numeri reali. La calcolatrice rileva l'utilizzo di oggetti misti e chiede se si desidera passare alla modalità APPROX.

I numeri complessi, sono un'estensione dei numeri reali che comprende l'unità immaginaria i^2 = -1. Un numero complesso, ad esempio, *3 + 2i*, viene scritto come *(3, 2)* nella calcolatrice.

I numeri possono essere visualizzati come rappresentazione cartesiana o polare, a seconda dell'impostazione selezionata. Si noti che i numeri complessi sono sempre memorizzati come rappresentazione cartesiana e che tale impostazione ha effetto unicamente sul tipo di visualizzazione. Ciò consente alla calcolatrice di mantenere la massima precisione possibile durante i calcoli.

La maggior parte delle funzioni matematiche si applica ai numeri complessi. Non è necessario utilizzare una funzione speciale "complex +" per sommare i numeri complessi, è possibile utilizzare la stessa funzione [+] impiegata per i numeri reali o interi.

Le operazioni con vettori e matrici utilizzano oggetti di tipo 3, **array di numeri reali** e, se necessario, di tipo 4, **array di numeri complessi**. Gli oggetti di tipo 2, le **stringhe**, sono semplicemente righe di testo (racchiuse tra virgolette) digitate con la tastiera alfanumerica.

Un **elenco** è semplicemente una raccolta di oggetti racchiusi tra parentesi graffe e separati da spazi in modalità RPN (il tasto spazio è contrassegnato dal simbolo [SPC]), o da virgole in modalità algebrica. Gli elenchi, oggetti di tipo 5, possono essere molto utili quando si elaborano degli insiemi di numeri. Ad esempio, le colonne di una tabella possono essere inserite come elenchi. In base alle preferenze personali, una tabella può essere inserita come matrice o array.

Gli oggetti di tipo 8 sono *programmi nel linguaggio User-RPL*. Si tratta semplicemente di insiemi di istruzioni racchiuse tra i simboli << >>.

Associati ai programmi vi sono gli oggetti di tipo 6 e 7, rispettivamente **Nomi globali** e **Nomi locali**. Tali nomi, o <u>variabili</u>, sono usati per memorizzare qualsiasi tipo di oggetti. Il concetto di nomi globali o locali è legato all'ambito o portata di una variabile in un programma specifico.
Un **oggetto algebrico**, o semplicemente, un'**operazione algebrica** (oggetto di tipo 9), è un'espressione algebrica valida racchiusa tra virgolette o segni di graduazione.

Gli interi binari, oggetti di tipo 10, sono utilizzati in alcune applicazioni in ambito informatico.

Gli oggetti grafici, oggetti di tipo 11, memorizzano i grafici prodotti dalla calcolatrice.

Gli oggetti etichette, oggetti di tipo 12, sono usati nell'output di numerosi programmi per identificare i risultati. Ad esempio, nell'oggetto etichetta: Mean: 23.2, la parola Mean: (Media:) è l'etichetta utilizzata per identificare il numero 23.2 come media di un campione per l'esempio.

Gli oggetti unità, oggetti di tipo 13, sono valori numerici legati a unità fisiche.

Gli oggetti directory, oggetti di tipo 15, sono posizioni della memoria utilizzate per organizzare le variabili, in modo simile alle cartelle di un personal computer.

Gli oggetti librerie, oggetti di tipo 16, sono programmi residenti nelle porte della memoria, accessibili da qualsiasi directory (o sottodirectory) della calcolatrice. Per il modo in cui vengono utilizzate, assomigliano alle *funzioni integrate*, oggetti di tipo 18, e ai *comandi integrati*, oggetti di tipo 19.

Modifica delle espressioni a display

In questa sezione verranno presentati esempi di modifica delle espressioni direttamente nel display della calcolatrice (cronologia in modalità algebrica o stack in modalità RPN).

Creazione di espressioni aritmetiche

Per questo esempio, selezionare la modalità operativa algebrica e il formato ***Fix*** (Fisso) con 3 decimali visualizzati. Andremo a inserire la seguente espressione aritmetica:

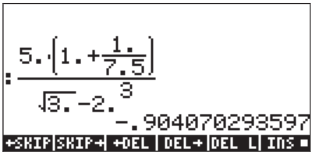
$$5.0\cdot\frac{1.0+\frac{1.0}{7.5}}{\sqrt{3.0}-2.0^{3}}$$

Per digitare questa espressione utilizzare i seguenti tasti:

[5] [.] [×] [←] () [1] [.] [+] [1] [.] [÷] [7] [.] [5] [▶] [÷]
[←] () [√x] [3] [.] [−] [2] [.] [y^x] [3]

L'espressione ottenuta è: `5.*(1.+1./7.5)/(√3.-2.^3)`.

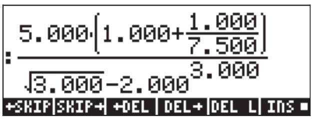
Premere ENTER per visualizzare l'espressione a display come segue:



Si noti che se il CAS è impostato su EXACT (vedere l'Appendice C) ed se è stata inserita l'espressione utilizzando i numeri interi per i valori interi; il risultato è una quantità simbolica, ossia,

5 × ← () 1 + 1 ÷ 7 . 5 ▶ ÷
← () √x 3 − 2 y^x 3

Prima di produrre un risultato, la calcolatrice chiederà di passare alla modalità APPROX. Accettare la modifica per ottenere il seguente risultato (visualizzato in modalità decimale fissa con tre cifre decimali - vedere il Capitolo 1):



In questo caso, quando l'espressione viene inserita direttamente nello stack non appena si preme ENTER, la calcolatrice tenterà di calcolare un valore per l'espressione. Se l'espressione è stata inserita tra virgolette, tuttavia, la calcolatrice riprodurrà l'espressione così come inserita. Nel seguente esempio, è stata inserita la stessa espressione riportata in precedenza, ma usando le virgolette. In questo caso, è stata utilizzata la modalità operativa algebrica, mentre la modalità CAS è stata impostata su Exact (deselezionare *_Approx*) e il display è impostato su *Textbook*. La sequenza di tasti da premere per inserire l'espressione è la seguente:

' 5 × ← () 1 + 1 ÷ 7 . 5 ▶ ÷
← () √x 3 − 2 y^x 3 ENTER

Il risultato verrà visualizzato come segue:

Per valutare l'espressione, è possibile utilizzare la funzione EVAL, come segue:

EVAL ← ANS ENTER

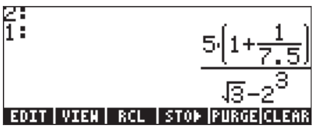
Come nell'esempio precedente, vi sarà chiesto di approvare il passaggio alla modalità *APPROX* (impostazioni CAS). Una volta effettuato questo passaggio, si otterrà un risultato uguale al precedente.

Un modo alternativo di valutare l'espressione inserita precedentemente tra virgolette è l'uso dell'opzione → →NUM . Per richiamare l'espressione dallo stack esistente, utilizzare il seguenti tasti: ◀ ◀ → →NUM

Verrà ora inserita l'espressione presentata in precedenza con la calcolatrice in modalità operativa RPN. Per quando riguarda le impostazioni del CAS è stata selezionata la modalità *Exact* mentre il display è configurato su *Textbook*. I tasti da premere per inserire l'espressione tra virgolette sono gli stessi utilizzati in precedenza, ossia

' 5 × ← () 1 + 1 ÷ 7 . 5 ▶ ÷
← () √x 3 − 2 y^x 3 ENTER

Che producono il seguente output



Premere nuovamente ENTER per mantenere due copie dell'espressione disponibili nello stack per la valutazione. Verrà valutata l'espressione utilizzando prima la funzione *EVAL*, e successivamente la funzione *→NUM*.

Di seguito vengono illustrate nel dettaglio le varie fasi: Valutare innanzitutto l'espressione utilizzando la funzione EVAL. L'espressione ottenuta è semi-simbolica, nel senso che il risultato comprende porzioni a virgola mobile nonché radici quadrate √3. Successivamente, si scambiano le posizioni nello stack e si esegue la valutazione utilizzando la funzione →NUM:

▶	Scambiare i livelli di stack 1 e 2 (comando SWAP)
→ →NUM	Eseguire la valutazione utilizzando la funzione →NUM

Quest'ultimo risultato è puramente numerico, pertanto i due risultati nello stack, sebbene rappresentino la stessa espressione, sembrano diversi. Per verificare che non lo siano, si sottraggono due valori e si valuta questa differenza utilizzando la funzione EVAL:

[−] Sottrarre il livello 1 dal livello 2

[EVAL] Eseguire la valutazione utilizzando la funzione EVAL

Il risultato è zero (0.).

Nota: non inserire nello stesso calcolo numeri reali e numeri interi per evitare conflitti. Per molte applicazioni di fisica e ingegneria, comprese le soluzioni numeriche delle equazioni, le applicazioni statistiche, ecc., la modalità APPROX (vedere l'Appendice C) è quella più adatta. Per le applicazioni matematiche, come ad esempio l'analisi infinitesimale, l'analisi vettoriale, l'algebra, ecc., è preferibile usare la modalità EXACT. Prendere dimestichezza con le operazioni in entrambe le modalità e apprendere come passare da una all'altra per i diversi tipi di operazioni (vedere l'Appendice C).

Modifica di espressioni aritmetiche

Si supponga di inserire la seguente espressione, tra virgolette, con la calcolatrice in modalità RPN e il CAS impostato su EXACT:

invece dell'espressione desiderata: $5 \cdot \dfrac{1+\dfrac{1}{7.5}}{\sqrt{3}-2^3}$. È stata inserita un'espressione errata utilizzando:

['] [5] [×] [←] [()] [1] [+] [1] [÷] [1] [.] [7] [5] [▶] [÷]
[←] [()] [√x] [5] [−] [2] [y^x] [3] [ENTER]

Per aprire il Line Editor premere [←][▼]. Il display ha ora il seguente aspetto:

Il cursore di modifica viene visualizzato come una freccia sinistra lampeggiante sopra il primo carattere nella riga da modificare. Siccome la modifica, in questo caso, comporta la cancellazione e la sostituzione di alcuni caratteri con altri, si utilizzeranno i tasti freccia destra e sinistra, ◀ ▶, per spostare il cursore nel punto appropriato per la modifica e il tasto cancella, ⌫, per cancellare i caratteri.

La modifica in questo caso viene completata utilizzando la seguente sequenza di tasti:

- Premere il tasto freccia destra, ▶, fino a quando il cursore non si trova immediatamente a destra del punto decimale del termine *1,75*
- Premere il tasto cancella, ⌫, due volte per cancellare i caratteri *1.*
- Premere il tasto freccia destra, ▶, una volta, per spostare il cursore a destra del *7*
- Digitare un punto decimale con .
- Premere il tasto freccia destra, ▶, fino a quando il cursore è immediatamente a destra di *√5*
- Premere il tasto cancella, ⌫, una volta per cancellare il carattere *5*
- Digitare un *3* con 3
- Premere ENTER per tornare allo stack

L'espressione modificata è ora disponibile nello stack.

La modifica di una riga di input con la calcolatrice in modalità operativa algebrica è esattamente identica alla modifica in modalità RPN. È possibile ripetere questo esempio in modalità algebrica per verificare questa affermazione.

Creazione di espressioni algebriche

Le espressioni algebriche non contengono solo numeri ma anche nomi di variabili. Come esempio, digitare la seguente espressione algebrica:

$$\frac{2L\sqrt{1+\frac{x}{R}}}{R+y}+2\frac{L}{b}$$

Impostare la modalità operativa della calcolatrice su Algebrica, il CAS su *Exact* e il display su *Textbook*. Per inserire questa espressione algebrica, utilizzare la seguente sequenza di tasti:

['] [2] [×] [ALPHA] [L] [×] [√x] [←] [()] [1] [+] [ALPHA] [←] [X] [÷] [ALPHA] [R] [▶] [÷]
[←] [()] [ALPHA] [R] [+] [ALPHA] [←] [Y] [▶] [+] [2] [×] [ALPHA] [L] [÷] [ALPHA] [←] [B]

Premere [ENTER] per ottenere il seguenti risultato:

L'inserimento di questa espressione con la calcolatrice impostata in modalità RPN è esattamente identico alla modalità algebrica.

Modifica di espressioni algebriche

La modifica di espressioni algebriche con il Line Editor è molto simile a quella di un'espressione aritmetica (vedere l'esercizio precedente). Supponiamo di voler modificare l'espressione inserita in precedenza in modo da ottenere

$$\frac{2L\sqrt{1+\frac{x^2}{R}}}{R+x}+2\sqrt{\frac{L}{b}}$$

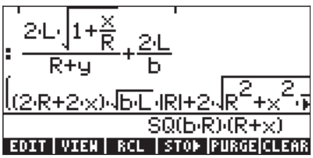
Per modificare questa espressione algebrica utilizzando il Line Editor premere [←] [▼]. Si aprirà il Line Editor, mostrando l'espressione da modificare nella forma seguente:

Il cursore di modifica viene visualizzato come una freccia sinistra lampeggiante sopra il primo carattere nella riga da modificare. Come nell'esercizio precedente di modifica delle righe, si utilizzeranno i tasti freccia destra e sinistra , [◀] [▶] , per spostare il cursore nel punto desiderato per la modifica e il tasto cancella, [⇐] , per eliminare i caratteri.

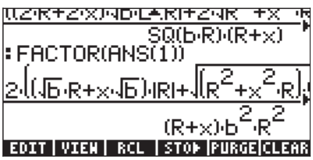
La modifica in questo caso viene completata utilizzando la seguente sequenza di tasti:

- Premere il tasto freccia destra, ▶, per portare il cursore a destra di *x*
- Premere y^x 2 per inserire la potenza 2 per *x*
- Premere il tasto freccia destra, ▶, per portare il cursore a destra di *y*
- Premere il tasto cancella, ◀, una volta per cancellare i caratteri *y*.
- Digitare ALPHA ↰ X per inserire una *x*
- Premere il tasto freccia destra, ▶, 4 volte per spostare il cursore a destra del simbolo *
- Premere √x per inserire il simbolo radice quadrata
- Premere ↰ () per inserire una coppia di parentesi (entrambe le parentesi compaiono simultaneamente)
- Premere il tasto freccia destra, ▶, una volta e il tasto cancella, ◀, una volta, per cancellare la parentesi destra della coppia precedentemente inserita
- Premere il tasto freccia destra, ▶, 4 volte per spostare il cursore a destra di *b*
- Premere ↰ () per inserire una seconda coppia di parentesi
- Premere il tasto cancella, ◀, una volta, per cancellare la parentesi sinistra della coppia precedentemente inserita.
- Premere ENTER per ritornare al display normale della calcolatrice.

Il risultato è il seguente:



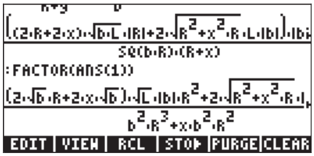
Si noti che l'espressione è stata ampliata per includere termini come |R|, il valore assoluto, e SQ(b·R), il quadrato di b·R. Per vedere se è possibile semplificare questo risultato, utilizzare FACTOR(ANS(1)) in modalità ALG:



- Premere ↰ ▼ per attivare nuovamente il Line Editor. Il risultato è ora il seguente:

- Premendo nuovamente ENTER si tornerà al display normale.

Per vedere l'intera espressione a display, è possibile modificare l'opzione *_Small Stack Disp* nel modulo di input *DISPLAY MODES* (vedere il Capitolo 1). Dopo aver effettuato questo cambiamento, il display avrà l'aspetto seguente:



Nota: per usare le lettere greche e altri caratteri nelle espressioni algebriche, utilizzare il menu CHARS (Caratteri). Questo menu è richiamato dalla combinazione di tasti ↱ CHARS . Per maggiori dettagli, vedere l'Appendice D.

Uso dell'Equation Writer (EQW) per creare le espressioni

L'Equation Writer è uno strumento estremamente potente che non solo consente di inserire o visualizzare le equazioni, ma anche di modificarle ed elaborare/ applicare funzioni sull'intera equazione o su parte di essa. L'Equation Writer (EQW), pertanto, consente di eseguire operazioni matematiche complesse direttamente o in modalità step-by-step (graduale), come si farebbe per risolvere, ad esempio, problemi di calcolo infinitesimale su carta.

L'Equation Writer si apre premendo la combinazione di tasti ↱ ↱ EQW (terzo tasto nella quarta fila della tastiera a partire dall'alto). La schermata ha l'aspetto seguente:

I sei tasti funzione dell'Equation Writer attivano le seguenti funzioni:

EDIT: consente all'utente di modificare una voce nel Line Editor (vedere esempi precedenti)
CURS: evidenzia l'espressione e aggiunge un cursore grafico
BIG: se selezionata (selezione mostrata dal carattere nell'etichetta), il carattere usato nell'Equation Writer è il carattere di sistema 8 (il più grande carattere disponibile)
EVAL: consente di valutare, simbolicamente o numericamente, un'espressione nel display dell'Equation Writer (simile a ↱ EVAL)
FACTO: consente di fattorizzare un'espressione evidenziata nella schermata dell'Equation Writer (se è consentita la fattorizzazione)
SIMP: consente di semplificare un'espressione evidenziata nella schermata dell'Equation Writer (per quanto possibile secondo le regole algebriche del CAS)

Se si preme il tasto NXT, vengono visualizzate altri due opzioni del menu, come mostrato di seguito:

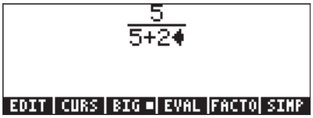
I sei tasti funzione dell'Equation Writer attivano le seguenti funzioni:

CMDS: consente l'accesso ai comandi CAS elencati in ordine alfabetico. Questa funzione è utile per inserire comandi CAS in un'espressione disponibile nell'Equation Writer.
HELP: attiva la guida CAS della calcolatrice per fornire informazioni sugli esempi di comandi CAS.
Di seguito sono riportati alcuni esempi di utilizzo dell'Equation Writer.

Creazione di espressioni aritmetiche

L'inserimento di espressioni aritmetiche nell'Equation Writer è molto simile all'inserimento di un'espressione aritmetica nello stack racchiusa tra virgolette. La differenza principale consiste nel fatto che le espressioni prodotte sono scritte in stile "Textbook" invece di apparire come riga di scrittura. Pertanto, quando viene inserito il segno di divisione (ossia, ÷) nell'Equation Writer, viene generata una frazione e il cursore viene posizionato sul numeratore. Per spostare il cursore sul denominatore, utilizzare il tasto freccia giù. Provare ad esempio la seguente sequenza di tasti nella schermata dell'Equation Writer:
5 ÷ 5 + 2

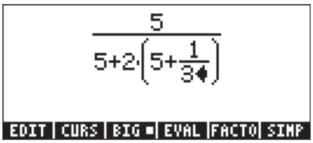
Il risultato è l'espressione seguente



Il cursore è mostrato come freccia rivolta a sinistra. Il cursore indica la posizione di modifica corrente. Digitando un carattere, un nome di una funzione o un'operazione, questo verrà inserito nella posizione del cursore. Ad esempio, con il cursore nella posizione indicata in precedenza, digitare:

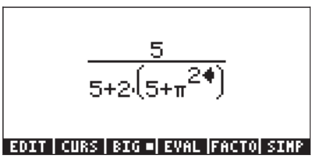
× ↰ () 5 + 1 ÷ 3

L'espressione modificata verrà visualizzata come segue:



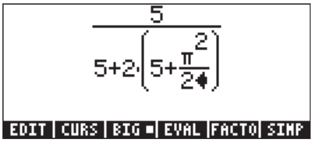
Supponiamo di dover sostituire la quantità tra parentesi nel denominatore (ossia, 5+1/3) con (5+π^2/2). Si utilizzerà innanzitutto il tasto cancella (⟵) per cancellare l'espressione corrente 1/3 e sostituire la frazione con π^2/2, come segue: ⟵ ⟵ ⟵ ↰ π Y^x 2

A questo punto, il display visualizza:



Per inserire il denominatore *2* nell'espressione, è necessario evidenziare l'intera espressione π^2. A questo scopo, premere il tasto freccia destra (▷) una volta. Utilizzare ora la seguente sequenza di tasti: ÷ 2

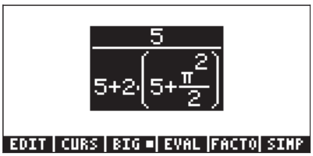
L'espressione viene visualizzata come segue:



Supponiamo di dover aggiungere la frazione 1/3 all'intera espressione, ossia si vuole inserire la seguente espressione:

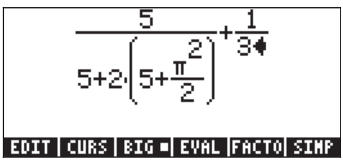
$$\frac{5}{5+2\cdot(5+\frac{\pi^2}{2})}+\frac{1}{3}$$

È innanzitutto necessario evidenziare l'intero primo termine premendo il tasto freccia destra ( ) o freccia su ( ), ripetutamente fino a quando non viene evidenziata l'intera espressione, ossia sette volte, con il seguente risultato:



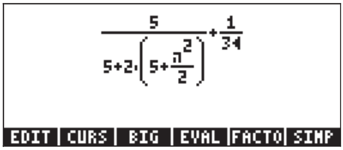
NOTA: in alternativa, dalla posizione originale del cursore (a destra del 2 nel denominatore di $\pi^2/2$) è possibile utilizzare la combinazione di tasti interpretata come ( ).

Una volta evidenziata l'espressione, come mostrato nella figura in alto, digitare + 1 ÷ 3 per aggiungere la frazione 1/3. Il risultato è il seguente:



Visualizzazione dell'espressione in caratteri più piccoli

Per visualizzare l'espressione in un carattere più piccolo (utile se l'espressione è lunga e complessa), premere semplicemente il tasto funzione BIG. In questo caso, il display viene visualizzato come segue:

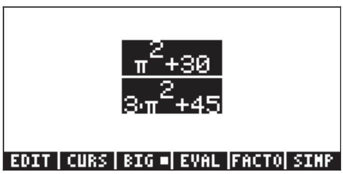


Per tornare alla visualizzazione con caratteri più grandi, premere nuovamente il tasto funzione BIG.

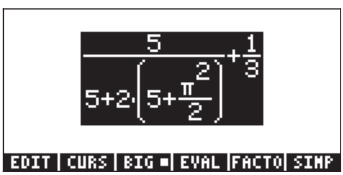
Valutazione dell'espressione

Per valutare l'espressione (o parti di essa) utilizzando l'Equation Writer, evidenziare la parte che si desidera valutare e premere il tasto funzione EVAL.

Ad esempio, per valutare l'intera espressione di questo esercizio, evidenziare innanzitutto l'intera espressione premendo ↱ ▲. Quindi, premere il tasto funzione EVAL. Se la calcolatrice è impostata sulla modalità del CAS Exact (ossia, la modalità CAS *_APPROX* non è selezionata), si otterrà il seguente risultato simbolico:

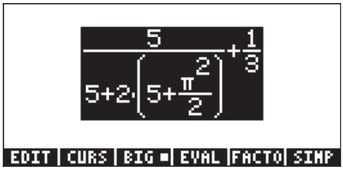


Se a questo punto si desidera tornare all'espressione non valutata, utilizzare la funzione UNDO (Annulla) premendo il tasto ↱ UNDO (primo tasto nella terza fila di tasti della tastiera a partire dall'alto). Verrà visualizzata nuovamente l'espressione originale, evidenziata come in precedenza:



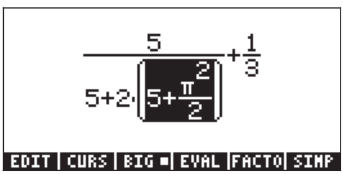
Se si desidera una valutazione in virgola mobile (numerica), utilizzare la funzione →*NUM* (ovvero ↱ →NUM). Il risultato è il seguente:

Utilizzare nuovamente la funzione UNDO (↱ UNDO) per tornare all'espressione originale:

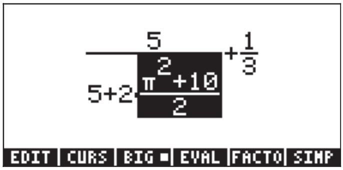


Valutazione di una sottoespressione
Supponiamo di dovere valutare l'espressione tra parentesi nel denominatore della prima frazione dell'espressione presentata in precedenza. È necessario utilizzare i tasti freccia per selezionare tale particolare sottoespressione. Ecco come procedere:

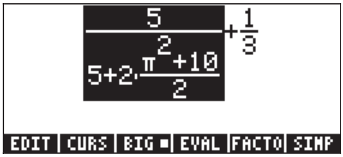
▼ Evidenzia solo la prima frazione
▼ Evidenzia il numeratore della prima frazione
▶ Evidenzia il denominatore della prima frazione
▼ Evidenzia il primo termine nel denominatore della prima frazione
▶ Evidenzia il secondo termine del denominatore della prima frazione
▼ Evidenzia il primo fattore del secondo termine nel denominatore della prima frazione
▶ Evidenzia l'espressione tra parentesi nel denominatore della prima frazione



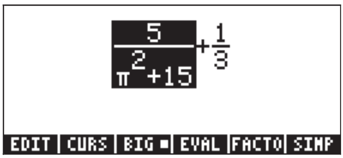
Siccome questa è la sottoespressione che si vuole valutare, è ora possibile premere il tasto funzione EVAL, con il seguente risultato:



Di nuovo una valutazione simbolica. Supponiamo che, a questo punto, si voglia valutare solo la frazione sul lato sinistro. Premere il tasto freccia su (▲) tre volte per selezionare tale frazione. Il risultato è il seguente:

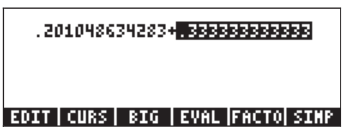


Premere ora il tasto funzione EVAL per ottenere:

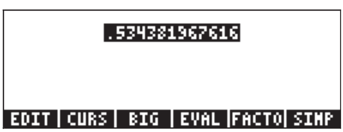


Si provi ora una valutazione numerica di questo termine: Premere ↱ →NUM per ottenere:

Evidenziare ora la frazione sulla destra per ottenere una valutazione numerica anche di questo termine e visualizzare la somma di questi due valori decimali con caratteri piccoli, mediante: ▶ ↱ →NUM F3 , si ottiene:

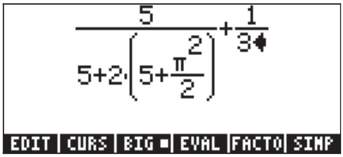


Per evidenziare e valutare l'espressione nell'Equation Writer utilizzare: ▲ F4 . Il risultato è il seguente:

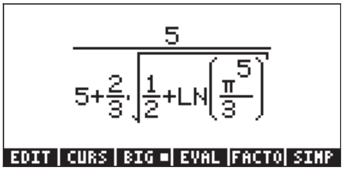


Modifica di espressioni aritmetiche

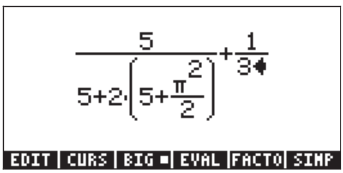
Il seguente esercizio illustrerà alcune funzioni di modifica all'interno dell'Equation Writer. Iniziamo inserendo la seguente espressione utilizzata negli esercizi precedenti:



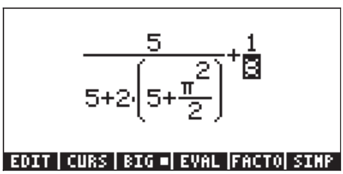
Le funzioni di modifica dell'Equation Writer consentono di trasformarla nella seguente espressione:



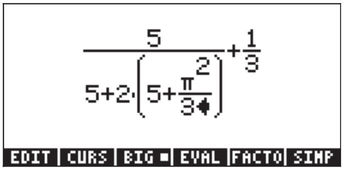
Negli esercizi precedenti sono stati utilizzati i tasti freccia per evidenziare le sottoespressioni da valutare. In questo caso, questi tasti verranno usati per attivare uno speciale cursore di modifica. Una volta terminato di inserire l'espressione originale, il cursore di immissione dei dati (a forma di freccia rivolta a sinistra) verrà posizionato a destra del 3 nel denominatore della seconda frazione, come mostrato di seguito:



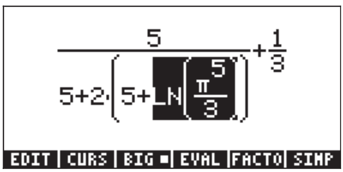
Premere il tasto freccia giù (▼) per attivare il cursore di modifica. Si otterrà il seguente risultato:



Utilizzando il tasto freccia sinistra (◄), è possibile spostare il cursore verso sinistra, ma fermandosi a ogni singolo componente dell'espressione. Ad esempio, supponiamo di dover trasformare l'espressione $\pi^2/2$ nell'espressione $LN(\pi^5/3)$. Con il cursore di modifica attivo (come mostrato nella figura in alto), premere il tasto freccia sinistro (◄) due volte per evidenziare il *2* nel denominatore di $\pi^2/2$. Quindi, premere il tasto cancella (ƒ) una volta per trasformare il cursore nel cursore di immissione dati. Premere nuovamente ƒ per cancellare il 2 e quindi 3 per inserire un 3. A questo punto, il display visualizza quanto segue:



Premere ora il tasto freccia giù (▼) per attivare il cursore di modifica evidenziando il 3 nel denominatore di $\pi^2/3$. Premere il tasto freccia sinistra (◄) una volta per evidenziare l'esponente 2 nell'espressione $\pi^2/3$. Quindi, premere il tasto cancella (ƒ) una volta per trasformare il cursore nel cursore di immissione dati. Premere nuovamente ƒ per cancellare il 2 e quindi 5 per inserire un 5. Premere il tasto freccia su (▲) tre volte per evidenziare l'espressione $\pi^5/3$. Quindi, digitare ↱ LN per applicare la funzione *LN* a questa espressione. Si otterrà il seguente risultato:

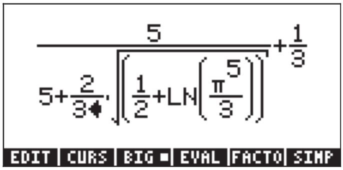


Modificheremo ora il 5 tra parentesi in ½ utilizzando la seguente sequenza di tasti: ◄ ƒ ƒ 1 ÷ 2

Evidenziare ora l'intera espressione tra parentesi e inserire il simbolo radice quadrata utilizzando: ▲ ▲ ▲ ▲ √x

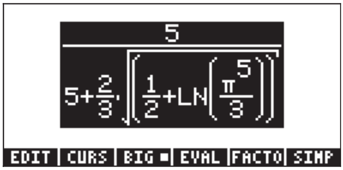
Convertire quindi il 2 di fronte alle parentesi nel denominatore in 2/3 utilizzando: ◄ ƒ ƒ 2 ÷ 3

A questo punto l'espressione viene visualizzata come segue:



La fase finale consiste nell'eliminare 1/3 dal lato destro dell'espressione. A questo scopo, utilizzare: ▲▲▲▲▲▶⌫⌫⌫⌫⌫

La versione finale sarà:



Riassumendo, per modificare un'espressione nell'Equation Writer, utilizzare i tasti freccia (◀▶▲▼) per evidenziare l'espressione alla quale verranno applicate le funzioni (ad esempio, le funzioni *LN* e radice quadrata nell'espressione precedente). Premere ripetutamente il tasto freccia giù (▼), in qualsiasi posizione, per attivare il cursore di modifica. In questa modalità, utilizzare i tasti freccia destro o sinistro (◀▶) per spostarsi da un termine all'altro dell'espressione. Quando il cursore si trova nel punto da modificare, utilizzare il tasto cancella (⌫) per attivare il cursore di immissione dati e procedere alla modifica dell'espressione.

Creazione di espressioni algebriche

Un'espressione algebrica è molto simile a un'espressione aritmetica, ad eccezione del fatto che può comprendere lettere latine e greche. Il processo di creazione di un'espressione algebrica, pertanto, segue lo stesso concetto di creazione di un'espressione aritmetica, ad eccezione del fatto che richiede l'uso della tastiera alfabetica.

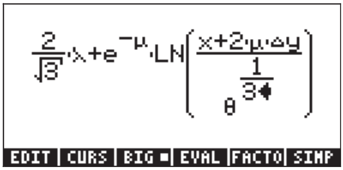
Per illustrare l'uso dell'Equation Writer per inserire un'equazione algebrica, si utilizzerà il seguente esempio. Supponiamo di volere inserire l'espressione:

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\lambda + e^{-\mu} \cdot LN\left(\frac{x+2\mu\cdot\Delta y}{\theta^{1/3}}\right)$$

Utilizzare la seguente sequenza di tasti:

2 ÷ √x 3 ▶ ▶ × ALPHA ↱ N + ↰ e^x +/- ALPHA ↱ M
▶ ▶ × ↱ LN ALPHA ↰ X + 2 × ALPHA ↱ M × ALPHA ↱ C
ALPHA ↰ Y ▲ ▲ ▲ ÷ ALPHA ↱ T y^x 1 ÷ 3

Il risultato è il seguente:



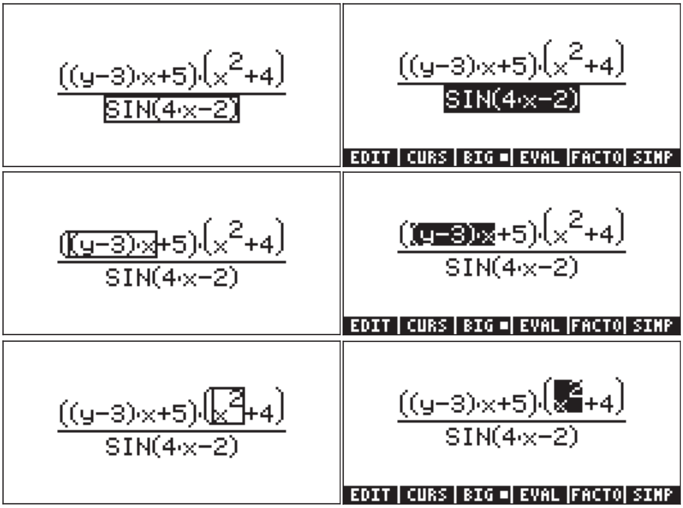
Nell'esempio sono state usate diverse lettere minuscole dell'alfabeto latino, quali x (ALPHA ↰ X), diverse lettere greche, quali *λ* (ALPHA ↱ N) e anche una combinazione di lettere latine e greche, ad esempio *Δy* (ALPHA ↱ C ALPHA ↰ Y). Ricordare che per inserire una lettera latina minuscola, occorre usare la combinazione: ALPHA ↰ seguita dalla lettera che si vuole inserire. È inoltre sempre possibile copiare i caratteri speciali utilizzando il menu CHARS (↱ CHARS) se non si vuole memorizzare la combinazione di tasti necessaria per inserirli. In una sezione precedente abbiamo presentato un elenco delle combinazioni di tasti ALPHA ↱ usate con maggiore frequenza.

Expression tree

L'expression tree (struttura ad albero dell'espressione) è un diagramma che mostra come l'Equation Writer interpreta un'espressione. Per un esempio dettagliato, si veda l'Appendice E.

Funzione CURS

La funzione CURS (CURS) nel menu dell'Equation Writer (tasto F2) converte i dati visualizzati in un riquadro grafico e richiama un cursore grafico controllato mediante i tasti freccia (◀ ▶ ▲ ▼), per selezionare le sottoespressioni. La sottoespressione selezionata con CURS verrà visualizzata all'interno del riquadro grafico. Dopo aver selezionato la sottoespressione è possibile premere ENTER per visualizzare la sottoespressione selezionata evidenziata nell'Equation Writer. Le seguenti figure mostrano vari esempi di sottoespressioni selezionate, con le corrispondenti schermate dell'Equation Writer ottenute alla pressione di ENTER.

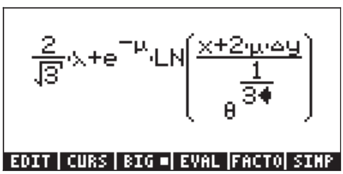


Modifica di espressioni algebriche

La modifica di equazioni algebriche segue le stesse regole della modifica di equazioni algebriche. In particolare:

- Utilizzare i tasti freccia (◀ ▶ ▲ ▼) per evidenziare le espressioni
- Premere ripetutamente il tasto freccia giù (▼), per attivare il cursore di modifica. In questa modalità, utilizzare i tasti freccia destro o sinistro (◀ ▶) per spostarsi da un termine all'altro in un'espressione.
- Nel punto da modificare, utilizzare il tasto cancella (⬅) per attivare il cursore di immissione dati e procedere alla modifica dell'espressione.

Per vedere il cursore di modifica in azione, partiamo dall'espressione algebrica inserita nell'esercizio precedente:

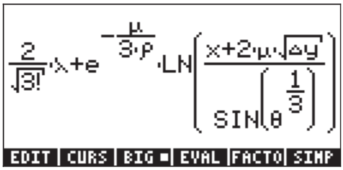


Premere il tasto freccia giù, ▼, nella posizione corrente per attivare il cursore di modifica. Verrà evidenziato il numero 3 nell'esponente di θ. Utilizzare il tasto freccia sinistra, ◀, per spostarsi da un elemento all'altro nell'espressione. L'ordine di selezione del cursore di modifica in questo esempio è il seguente (premere il tasto freccia sinistra, ◀, ripetutamente):

1. Il numero 1 nell'esponente 1/3
2. θ

3. Δy
4. μ
5. 2
6. x
7. μ nella funzione esponenziale
8. λ
9. il 3 nel termine √3
10. il 2 nella frazione 2/√3

In qualsiasi punto, è possibile trasformare il cursore di modifica in cursore di immissione dati premendo il tasto cancella (←). Utilizzare questi due cursori (il cursore di modifica e quello di immissione dati) per modificare l'espressione corrente trasformandola nella seguente:



Se si è seguito l'esercizio precedente, il cursore di modifica dovrebbe essere posizionato sul numero *2* nel primo fattore dell'espressione. Utilizzare le seguenti sequenze di tasti per modificare l'espressione:

▶ ALPHA ↱ 2 Inserisce il fattoriale per il 3 nella radice quadrata (inserendo il fattoriale, il cursore si modifica nel cursore di selezione)

▼ ▼ ▶ ▶ Seleziona il *μ* nella funzione esponenziale

÷ 3 × ALPHA ↱ F Modifica l'argomento della funzione esponenziale

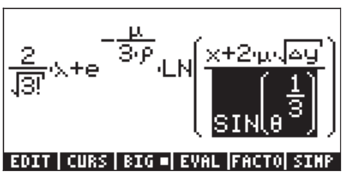
▶ ▶ ▶ ▶ Seleziona *Δy*

√x Inserisce il simbolo radice quadrata su *Δy*

(per fare questo il cursore viene modificato nel cursore di selezione)

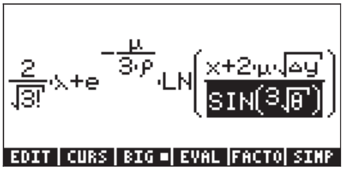
▼ ▼ ▶ ▲ ▲ SIN Seleziona $\theta^{1/3}$ e inserisce la funzione SIN

Si otterrà la seguente schermata:

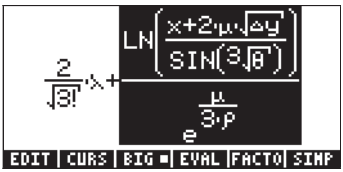


Valutazione di una sottoespressione

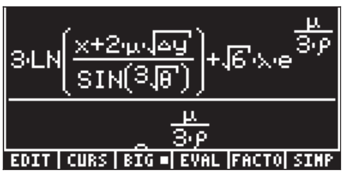
Siccome la sottoespressione $SIN\left(\theta^{1/3}\right)$ è già evidenziata, premere il tasto funzione EVAL per valutarla. Il risultato è:



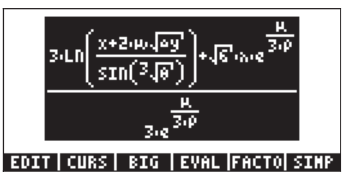
Alcune espressioni algebriche non possono essere ulteriormente semplificate. Utilizzare la seguente sequenza di tasti: ⬆ F4 . L'unico effetto sarà quello di evidenziare l'intero argomento della funzione *LN* . Ciò è dovuto al fatto che l'espressione non può essere ulteriormente valutata (o semplificata) in base alle regole CAS. Se si utilizza nuovamente la sequenza di tasti: ⬆ F4 , non si avrà alcun effetto sull'espressione. Tuttavia se la sequenza ⬆ F4 viene nuovamente ripetuta, si avrà il seguente risultato:



Ripetendo ancora la sequenza ⬆ F4 si avranno nuovamente dei cambiamenti:

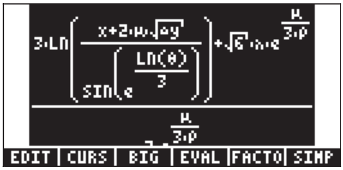


Questa espressione è troppo grande per essere rappresentata per intero nella schermata dell'Equation Writer. È possibile vedere l'intera espressione riducendo la dimensione del carattere. Premere il tasto funzione BIG per ottenere il seguente risultato:



Anche con il carattere grande, è possibile navigare nell'intera espressione utilizzando il cursore di modifica. Utilizzare la seguente sequenza di tasti: F3 ▼ ▼ ▼ ▼ , per portare il cursore di modifica sul fattore 3 nel primo termine del numeratore. Premere ora il tasto freccia destra, ▶, per navigare nell'espressione.

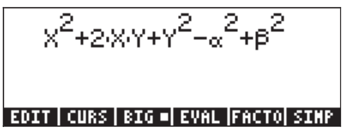
Semplificazione di un'espressione
Premere il tasto funzione EDIT per ottenere una schermata simile alla figura precedente (vedere la figura in alto). Premere ora il tasto funzione SIMP, per vedere se è possibile semplificare questa espressione come mostrato nell'Equation Writer. Il risultato è la seguente schermata:



Questa schermata mostra l'argomento della funzione SIN, ossia $\sqrt[3]{\theta}$,

trasformato in $e^{\frac{LN(\theta)}{3}}$. Questa potrebbe non sembrare una semplificazione, ma lo è nel senso che la funzione radice cubica è stata sostituita dalle funzioni inverse exp-LN.

Fattorizzazione di un'espressione
In questo esercizio si eseguirà la fattorizzazione di un'espressione polinomiale. Per continuare l'esercizio precedente, premere il tasto ENTER. Aprire quindi nuovamente l'Equation Writer premendo il tasto ↱ EQW. Digitare l'equazione:
X Y^x 2 ▶ + 2 × X × ALPHA Y + ALPHA Y Y^x 2 ▶ −
ALPHA ↱ A Y^x 2 ▶ ▶ + ALPHA ↱ B Y^x 2
il risultato è il seguente

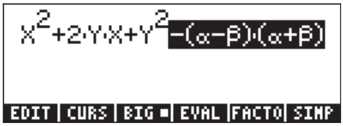


Selezionare i primi 3 termini dell'espressione ed eseguire la fattorizzazione di questa sottoespressione: ↱ ▲ ▼ ↱ ▶ ↱ ▶. Il risultato è:

Premere ora il tasto funzione FACTO, per ottenere

Premere ↱ UNDO per tornare all'espressione originale. Utilizzare ora la seguente sequenza di tasti: ▼▼▼▶▶▶▶▶▶▶▲▲▲ ↱▶ per selezionare gli ultimi due termini dell'espressione, ossia:

premere il tasto funzione FACTO, per ottenere



Premere ↱ UNDO per tornare all'espressione originale. Selezionare ora l'intera espressione premendo il tasto freccia su (▲) una volta. Premere il tasto funzione FACTO, per ottenere

Premere ↱ UNDO per tornare all'espressione originale.

Nota: Premendo i tasti funzione EVAL o SIMP mentre l'intera espressione originale è selezionata, si otterrà la seguente semplificazione dell'espressione:

Uso del tasto funzione CMDS

Con l'espressione polinomiale originale utilizzata nell'esercizio precedente ancora selezionata, premere il tasto NXT per visualizzare i tasti funzione CMDS e HELP. Questi due comandi si trovano nella seconda pagina del menu dell'Equation Writer. Il seguente esempio illustra il funzionamento del tasto funzione CMDS: Premere il tasto funzione CMDS per ottenere l'elenco di comandi CAS:

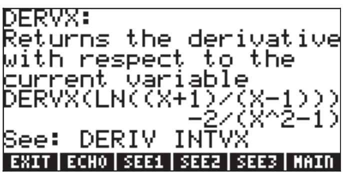
Selezionare quindi il comando DERVX (la derivata rispetto alla variabile X, ossia la variabile CAS indipendente corrente) utilizzando: ALPHA D ▼ ▼ ▼ . Il comando DERVX è ora selezionato:

Premere il tasto funzione OK per ottenere il seguente risultato:

Premere il tasto NXT per tornare al menu iniziale dell'Equation Writer e premere il tasto funzione EVAL per valutare questa derivata. Il risultato è:

Uso del menu HELP

Premere il tasto NXT per visualizzare i tasti funzione CMDS e HELP. Premere il tasto funzione HELP per ottenere l'elenco di comandi CAS. Quindi, premere ALPHA D ▼ ▼ ▼ per selezionare il comando DERVX. Premere il tasto funzione OK per ottenere informazioni sul comando DERVX:



Per istruzioni dettagliate sull'uso della funzione Help del CAS, consultare il Capitolo 1. Per tornare all'Equation Writer, premere il tasto funzione EXIT. Premere il tasto ENTER per uscire dall'Equation Writer.

Uso delle funzioni di modifica BEGIN, END, COPY, CUT e PASTE

Per facilitare le operazioni di modifica, sia con l'Equation Writer che direttamente nello stack, la calcolatrice dispone di cinque funzioni di modifica, BEGIN, END, COPY, CUT e PASTE, attivate dalla combinazione del tasto shift destro (↱) rispettivamente con i tasti (2,1), (2,2), (3,1), (3,2) e (3,3). Questi tasti si trovano nella parte sinistra delle file 2 e 3. Di seguito viene riportata una descrizione delle funzioni di modifica:

BEGIN(Inizio): segna l'inizio di una stringa di caratteri da modificare

END (Fine): segna la fine di una stringa di caratteri da modificare

COPY (Copia): copia la stringa di caratteri selezionata da BEGIN e END

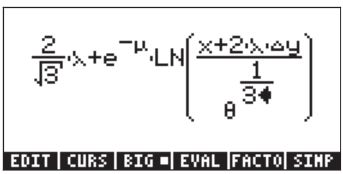
CUT (Taglia): taglia la stringa di caratteri selezionata da BEGIN e END

PASTE (Incolla): incolla una stringa di caratteri, precedentemente copiata o tagliata, nella posizione corrente del cursore

Per vedere un esempio, aprire l'Equation Writer e inserire la seguente espressione (usata in un esercizio precedente):

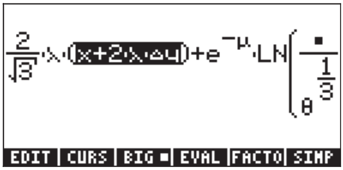
2 ÷ √x 3 ▶ ▶ × ALPHA ↱ M + ↰ eˣ +/- ALPHA ↱ M ▶ ▶ × ↱ LN ALPHA ↰ X + 2 × ALPHA ↱ M × ALPHA ↱ C ALPHA ↰ Y ▲ ▲ ▲ ÷ ALPHA ↱ T yˣ 1 ÷ 3

L'espressione originale è la seguente:



Supponiamo di dover eliminare la sottoespressione $x+2\cdot\lambda\cdot\Delta y$ dall'argomento della funzione *LN* e di doverla spostare a destra di λ nel primo termine. Una delle possibilità a disposizione è la seguente: ▼ ◀ ◀ ◀ ▲ ▲ ▲ ↱ CUT ◀ ◀ ▲ × ↱ PASTE

L'espressione modificata verrà visualizzata come segue:

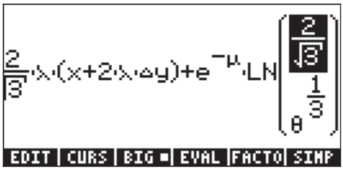


Copiare ora la frazione *2/√3* dal fattore più a sinistra dell'espressione e posizionarla nel numeratore dell'argomento della funzione LN. Utilizzare la seguente sequenza di tasti:

▼ ▼ ◀ ◀ ▲ ▲ ▲ ↱ COPY ▼ ▼

↱ ▶ ◀ ◀ ◀ ↱ PASTE

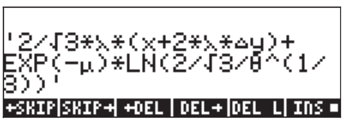
Si otterrà la seguente schermata:



Le funzioni BEGIN e END non sono necessarie quando si lavora nell'Equation Writer, in quanto è possibile selezionare le stringhe di caratteri utilizzando i tasti freccia. Le funzioni BEGIN e END risultano più utili per modificare un'espressione nel Line Editor. Selezionare ad esempio l'espressione $x+2\cdot\lambda\cdot\Delta y$ da questa espressione, ma utilizzando il Line Editor all'interno dell'Equation Writer, come segue:

↱ ▲ FI

Si otterrà la seguente schermata del Line Editor (le virgolette vengono visualizzate solo se la calcolatrice è in modalità RPN):



Per selezionare la sottoespressione desiderata, utilizzare:

▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ↱ BEGIN

▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ↱ END

La schermata mostra la sottoespressione richiesta evidenziata:

È ora possibile copiare questa espressione e posizionarla nel denominatore dell'argomento LN, come segue: ⓡ COPY ▶ ▶ … (27 volte) … ▶

◀ ◀ … (9 volte) … ◀ ⓡ PASTE

Il Line Editor si presenterà come segue:

Premendo ENTER viene visualizzata l'espressione nell'Equation Writer (in formato a caratteri piccoli, premere il tasto funzione BIG):

Premere ENTER per uscire dall'Equation Writer.

Creazione e modifica di sommatorie, derivate e integrali

Le sommatorie, le derivate e gli integrali sono normalmente utilizzati in applicazioni di analisi infinitesimale, delle probabilità e statistiche. In questa sezione verranno presentati alcuni esempi di tali operazioni con l'Equation Writer. Utilizzare la modalità ALG.

Sommatorie

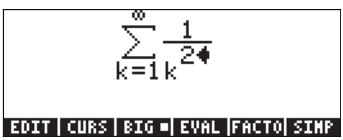
Si utilizzerà l'Equation Writer per inserire la seguente sommatoria:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

Premere ⓡ EQW per aprire l'Equation Writer. Quindi premere ⓡ Σ per inserire il simbolo di sommatoria. Occorre notare che tale simbolo, nell'Equation Writer, determina il punto di immissione dell'indice della sommatoria nonché della quantità da sommare. Per immettere i dati in queste posizioni, utilizzare la seguente sequenza di tasti:

ALPHA ⓛ K ▶ 1 ▶ ⓛ ∞ ▶ 1 ÷ ALPHA ⓛ K Y^x 2

Si otterrà la seguente schermata:

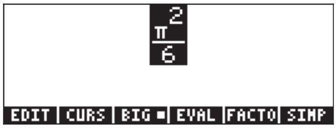


Per vedere l'espressione corrispondente nel Line Editor, premere ↱ ▲ e il tasto funzione F1 :

Questa espressione mostra la forma generale di una sommatoria digitata direttamente nello stack o nel Line Editor:

Σ(*indice = valore_iniziale, valore_finale, espressione della sommatoria)*

Premere ENTER per tornare all'Equation Writer. La schermata ottenuta mostra il valore della sommatoria,



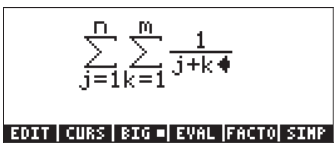
Per tornare alla sommatoria non valutata, premere ↱ UNDO . Per valutare nuovamente la sommatoria, è possibile utilizzare il tasto funzione F4 . La pressione di questo tasto mostra nuovamente che

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

È possibile utilizzare l'Equation Writer per provare che

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = +\infty .$$

Questa sommatoria (che rappresenta una serie infinita) si dice divergente. Sono inoltre possibili doppie sommatorie, ad esempio:



Derivate

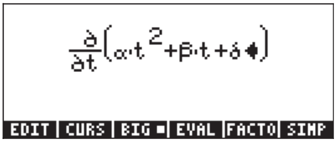
Utilizzare l'Equation Writer per inserire la seguente derivata:

$$\frac{d}{dt}(\alpha \cdot t^2 + \beta \cdot t + \delta)$$

Premere ↱ EQW per aprire l'Equation Writer. Quindi premere ↱ ∂ per inserire il segno di derivata (parziale). Si noti che il segno, se inserito nell'Equation Writer, determina il punto di immissione dell'espressione da derivare e della variabile di derivazione. Per riempire queste posizioni di immissione di dati, utilizzare la seguente sequenza di tasti:

[ALPHA] [←] [T] [▶] [ALPHA] [→] [A] [×] [ALPHA] [←] [T] [Y^x] [2]
[▶] [▶] [+] [ALPHA] [→] [B] [×] [ALPHA] [←] [T] [+] [ALPHA] [→] [D]

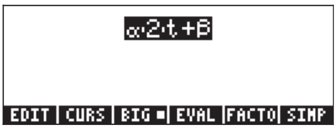
Si otterrà la seguente schermata:



Per vedere l'espressione corrispondente nel Line Editor, premere [→] [▲] e il tasto funzione [F1] :

Questo indica che l'espressione generale per una derivata nel Line Editor o nello stack è: *∂variabile(funzione di variabili)*

Premere [ENTER] per tornare all'Equation Writer. La schermata ottenuta non rappresenta la derivata inserita, ma il suo valore simbolico, ossia,

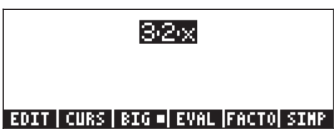


Per tornare all'espressione della derivata premere [→] UNDO . Per valutare nuovamente la derivata, è possibile utilizzare il tasto funzione [F4] . La pressione di questo tasto mostra nuovamente che

$$\frac{d}{dt}(\alpha \cdot t^2 - \beta \cdot t + \delta) = 2\alpha \cdot t + \beta \, .$$

Sono possibili anche derivate del secondo ordine, ad esempio:

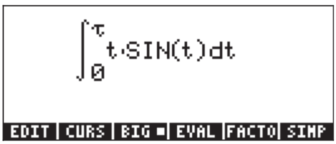
che dopo essere stata valutata fornisce il seguente risultato:



Nota: la notazione $\frac{\partial}{\partial x}(\ )$ indica una derivata parziale. La notazione specifica per le derivate totali (ossia, derivate di una variabile) è $\frac{d}{dx}(\ )$. La calcolatrice, tuttavia, non distingue tra derivate parziali e totali.

Integrali definiti

Utilizzeremo ora l'Equation Writer per inserire il seguente integrale definito: $\int_0^{\tau} t \cdot \sin(t) \cdot dt$. Premere ↱ EQW per aprire l'Equation Writer. Quindi premere ↱ ∫ per inserire il segno di integrale. Si noti che il segno, se inserito nell'Equation Writer, determina il punto di immissione dei limiti d'integrazione, della funzione integranda, e della variabile di integrazione. Per immettere i dati in queste posizioni, utilizzare la seguente sequenza di tasti: 0 ▶ ALPHA ↱ U ▶ ALPHA ↰ T × SIN ALPHA ↰ T ▶ ALPHA ↰ T . Si otterrà la seguente schermata:



Per vedere l'espressione corrispondente nel Line Editor, premere ▲ ▲ e il tasto funzione F1 :

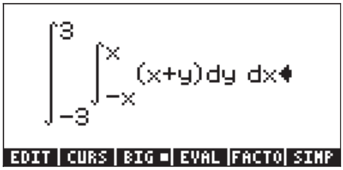
Questo indica che l'espressione generale per una derivata nel Line Editor o nello stack è: ∫ *(limite_inferiore, limite_superiore, integranda, variabile_di_integrazione)*

Premere ENTER per tornare all'Equation Writer. La schermata ottenuta non mostra l'integrale definito che è stato inserito, ma il suo valore simbolico, ossia,

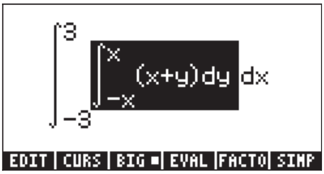
Per tornare all'espressione della derivata premere ↱ UNDO . Per valutare nuovamente la derivata, è possibile utilizzare il tasto funzione F4 . La pressione di questo tasto mostra nuovamente che

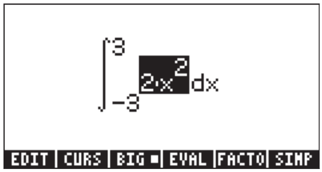
$$\int_0^{\tau} t \cdot \sin(t) \cdot dt = \sin(\tau) - \tau \cdot \cos(\tau)$$

Sono anche possibili integrali doppi. Ad esempio,



che dopo essere stata valutata fornisce il risultato 36. È possibile eseguire una valutazione parziale, ad esempio:

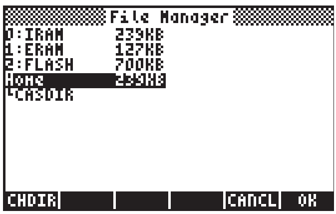




Una volta valutato, questo integrale dà come risultato 36.

Organizzazione dei dati nella calcolatrice

È possibile organizzare i dati nella calcolatrice memorizzando le variabili in una struttura di directory. Per comprendere il funzionamento della memoria della calcolatrice, è opportuno esaminare la struttura delle directory dei file. Premere la combinazione di tasti FILES (primo tasto nella seconda fila della tastiera a partire dall'alto) per aprire la schermata del File Manager:



Questa schermata fornisce una visione d'insieme della memoria della calcolatrice e della struttura di directory. La schermata mostra che la calcolatrice ha tre sezioni (o partizioni) di memoria: *0:IRAM*, *1:ERAM* e *2:FLASH*. Le partizioni di memoria sono utilizzate per memorizzare applicazioni di terzi o librerie, nonché per le funzioni di backup. La schermata riporta anche la dimensione delle tre diverse partizioni. La quarta riga della schermata e quelle successive mostrano la struttura di directory della calcolatrice. La directory superiore (evidenziata) è la *directory HOME (Principale)* e comprende una sottodirectory predefinita, chiamata *CASDIR*. Nella schermata del *File Manager* sono disponibili tre funzioni, associate ai tasti funzione:

CHDIR: Modificare la directory selezionata

CANCL: Annulla

OK: Confermare la selezione

Ad esempio, per passare alla directory CASDIR, premere il tasto freccia giù, ▼, e premere CHDIR. Questa azione consente di chiudere la finestra del *File Manager* e tornare al display normale della calcolatrice. Si noti che la seconda riga del display a partire dall'alto inizia ora mostrando il percorso {HOME CASDIR} a indicare che la directory corrente è CASDIR, all'interno della directory HOME.

Funzioni di manipolazione delle variabili

Questa schermata comprende 20 comandi associati ai tasti funzione che possono essere usati per creare, modificare e manipolare le variabili. Le prime sei funzioni sono le seguenti:

EDIT Per modificare una variabile evidenziata
COPY Per copiare una variabile evidenziata
MOVE Per spostare una variabile evidenziata
RCL Per richiamare il contenuto di una variabile evidenziata
EVAL Per valutare una variabile evidenziata
TREE Per vedere la struttura di directory nella quale è contenuta la variabile

Premendo il tasto NXT, è disponibile il successivo gruppo di funzioni:

PURGE Per eliminare o cancellare una variabile
RENAM Per rinominare una variabile
NEW Per creare una nuova variabile
ORDER Per ordinare un insieme di variabili nella directory
SEND Per inviare una variabile a un'altra calcolatrice o computer
RECV Per ricevere una variabile da un'altra calcolatrice o computer

Premendo il tasto NXT, è disponibile il terzo insieme di funzioni:

HALT Per tornare temporaneamente allo stack
VIEW Per vedere il contenuto di una variabile
EDITB Per modificare il contenuto di una variabile binaria (simile a EDIT)
HEADE Per visualizzare la directory contenente la variabile nell'intestazione
LIST Fornisce un elenco di nomi di variabili e una descrizione
SORT Per ordinare le variabili in base a determinati criteri

Premendo il tasto NXT, è disponibile l'ultimo insieme di funzioni:

XSEND Per inviare una variabile utilizzando il protocollo X-modem
CHDIR Per passare a un'altra directory

Per passare da un comando del menu a un altro, è possibile utilizzare sia il tasto NEXT (NXT) che il tasto PREV (← PREV).

È opportuno provare queste funzioni per prendere dimestichezza con la calcolatrice. L'uso di questi tasti è intuitivo.

Directory HOME

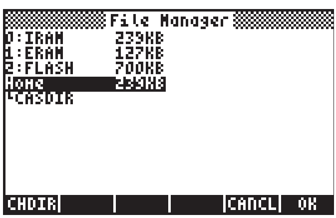
la directory HOME (Principale), come precedentemente indicato, è la directory principale per il funzionamento della memoria della calcolatrice. Per entrare nella directory HOME, premere ripetutamente il tasto relativo alla funzione UPDIR (← UPDIR) fino a quando l'indirizzo { HOME } non viene mostrato nella secondo riga di intestazione del display. In alternativa, è possibile utilizzare ← (tenere premuto) UPDIR, premere ENTER se la calcolatrice è in modalità algebrica. Per questo esempio, la directory HOME contiene solo CASDIR. Premendo VAR, verranno visualizzate le variabili nei tasti funzione:

Sottodirectory

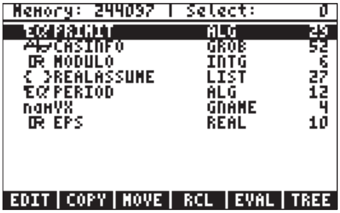
Per memorizzare i dati in una struttura di directory ben organizzata, è possibile creare delle sottodirectory all'interno della directory HOME, con altre sottodirectory al proprio interno, in una struttura gerarchica simile alle cartelle dei moderni computer. Alle sottodirectory verranno assegnati dei nomi che possono ricordarne il contenuto o essere completamente arbitrari.

Sottodirectory CASDIR

La sottodirectory CASDIR contiene diverse variabili necessarie per il corretto funzionamento del CAS (computer Algebraic System, vedere l'Appendice C). Per visualizzare il contenuto della directory, è possibile utilizzare la combinazione di tasti: ← FILES che apre nuovamente il *File Manager* :



Questa volta CASDIR è evidenziato nella schermata. Per vedere il contenuto della directory premere il tasto funzione OK o ENTER, si aprirà la seguente schermata:



La schermata mostra una tabella che descrive le variabili contenute nella directory CASDIR. Queste sono le variabili predefinite nella memoria della calcolatrice che determinano vari parametri di funzionamento del CAS (vedere l'Appendice C). La tabella in alto contiene 4 colonne:

- La prima colonna indica il tipo di variabile (ad esempio, "EQ" si riferisce a una variabile di tipo equazione, |R si riferisce a una variabile a valori reali, { } si riferisce a un elenco, *nam* si riferisce a un "nome globale" e il simbolo rappresenta una variabile grafica.
- La seconda colonna rappresenta il nome delle variabili, ad esempio, *PRIMIT, CASINFO, MODULO, REALASSUME, PERIOD, VX,* ed *EPS*.
- La terza colonna mostra un'altra caratteristica legata al tipo di variabile: *ALG* si riferisce a un'espressione algebrica, *GROB* è l'abbreviazione di *oggetto grafico (GRaphics OBject)*, *INTG* si riferisce a una variabile numerica intera, *LIST* si riferisce a un elenco di dati, GNAME si riferisce a *un nome globale* e *REAL* si riferisce a una variabile numerica reale (o in virgola mobile).
- La quarta e ultima colonna rappresenta la dimensione in byte della variabile troncata, senza decimali (ad esempio, mezzo byte). Pertanto, la variabile PERIOD, ad esempio, occupa 12,5 byte mentre la variabile REALASSUME occupa 27,5 byte (1 byte = 8 bit, 1 bit è la più piccola unità di memoria nei computer e nelle calcolatrici).

Variabili CASDIR nello stack

Premendo il tasto ON, si chiuderà la schermata precedente e si tornerà al display normale della calcolatrice. Per impostazioni predefinite, viene visualizzato il menu TOOL:

È possibile vedere le variabili contenute nella directory corrente, CASDIR, premendo il tasto VAR (primo tasto nella seconda fila della tastiera a partire dall'alto). Il risultato è il seguente:

Premendo il tasto NXT viene visualizzata un'ulteriore variabile memorizzata in questa directory:

- Per vedere il contenuto della variabile EPS, ad esempio, utilizzare ‚ EPS. Verrà visualizzato il valore di EPS di .0000000001
- Per vedere il valore di una variabile numerica, è sufficiente premere il tasto funzione della variabile. Ad esempio, premendo VX seguito da ENTER, viene visualizzato lo stesso valore della variabile nello stack, se la calcolatrice è impostata su *Algebraic*. Se la calcolatrice è impostata su *RPN* è sufficiente premere il tasto funzione ENTER.
- Per vedere il nome completo di una variabile, premere prima il tasto del segno di graduazione, ³, quindi il tasto funzione corrispondente alla variabile. Ad esempio, per la variabile inserita nello stack come PERIO, premere: ³ PERIO, verrà visualizzata la stringa: 'PERIOD'. Questa procedura si applica alle modalità della calcolatrice sia *Algebraic* che *RPN* .

Variabili in CASDIR

Le variabili predefinite contenute nella directory CASDIR sono le seguenti:

PRIMIT	Ultima primitiva (antiderivata) calcolata, non è una variabile predefinita, ma una variabile creata da un esercizio precedente
CASINFO	Rappresentazione grafica che fornisce informazioni sul CAS
MODULO	Modulo di aritmetica modulare (valore predefinito = 13)
REALASSUME	Elenco di nomi di variabili considerate come valori reali
PERIOD	Periodo per funzioni trigonometriche (valore predefinito = 2π)
VX	Nome della variabile indipendente predefinita, (valore predefinito = X)
EPS	Valore di un piccolo incremento (epsilon), (valore predefinito = 10^{-10})

Queste variabili sono usate per il funzionamento del CAS.

Digitazione di nomi di directory e di variabili

Per assegnare i nomi alle sottodirectory, e in alcuni casi, alle variabili, è necessario digitare delle stringhe di lettere, alcune volte in combinazione con numeri. Invece di premere le combinazioni di tasti ALPHA, ALPHA „ o ALPHA ‚

per digitare ciascuna lettera, è possibile tenere premuto il tasto [ALPHA] e inserire le varie lettere. È inoltre possibile bloccare temporaneamente la tastiera alfabetica e inserire il nome completo prima di sbloccarla nuovamente. Le seguenti sequenze di tasti consentono di bloccare la tastiera alfabetica:

[ALPHA][ALPHA] blocca la tastiera alfabetica sull'impostazione maiuscolo. Con la tastiera bloccata in questo modo, la pressione di [←] prima di un tasto alfabetico inserisce una lettera minuscola, mentre il tasto [→] prima di un tasto alfabetico inserisce un carattere speciale. La tastiera alfabetica è già bloccata sull'impostazione maiuscolo, per bloccarla sull'impostazione minuscolo premere [←][ALPHA]

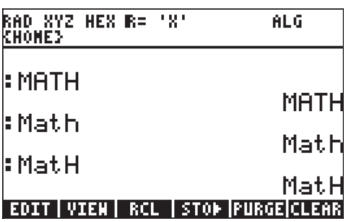
[ALPHA][ALPHA][←][ALPHA] blocca la tastiera alfabetica sull'impostazione minuscolo. Se bloccata in questo modo, la pressione di [←] prima di un tasto alfabetico inserisce una lettera maiuscola. Per sbloccare le lettere minuscole premere [←][ALPHA]

Per sbloccare la tastiera impostata su maiuscolo, premere[ALPHA]

Si provino ora alcuni esercizi di digitazione di nomi di directory e variabili nello stack. Se la calcolatrice è in modalità algebrica (le presenti istruzioni si applicano tuttavia anche alla modalità RPN), digitare la seguente sequenza di tasti. Con questi comandi, si digiteranno le parole "MATH", "Math" e "MatH"

[ALPHA][ALPHA][M][A][T][H][ENTER]
[ALPHA][ALPHA][M][←][A][←][T][←][H][ENTER]
[ALPHA][ALPHA][M][←][ALPHA][A][T][←][H][ENTER]

Il display della calcolatrice visualizzerà quanto segue (la figura sul lato sinistro mostra la schermata in modalità algebrica, quella sul lato destro la schermata in modalità RPN):



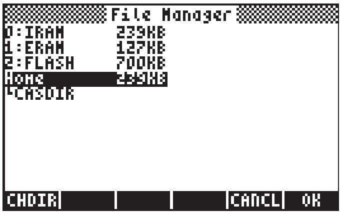
Nota: se è stato impostato il flag di sistema 60, è possibile bloccare la tastiera alfabetica premendo solo [ALPHA]. Per maggiori informazioni sui flag di sistema, vedere il Capitolo 1.

Creazione di sottodirectory

Le sottodirectory possono essere create utilizzando l'ambiente FILES o il comando CRDIR. Di seguito vengono presentati i due metodi disponibili per la creazione di sottodirectory.

Uso del menu FILES

Indipendentemente dalla modalità di funzionamento della calcolatrice (algebrica o RPN), è possibile creare una struttura di directory basata sulla directory HOME, utilizzando le funzioni attivate nel menu FILES. Premere ← FILES per attivare il menu FILES. Se la directory HOME non è già evidenziata a display, ossia,



utilizzare i tasti freccia su e giù (▲ ▼) per evidenziarla. Quindi, premere il tasto funzione OK. La schermata può avere il seguente aspetto:

indicante che attualmente esiste solo un oggetto all'interno della directory HOME, ossia la sottodirectory CASDIR. Verrà creata ora un'altra sottodirectory chiamata MANS (abbreviazione di MANualS, Manuali) nella quale memorizzare le variabili sviluppate durante gli esercizi presentati in questo manuale. Per creare questa sottodirectory premere: NXT NEW. Questi tasti consentono di aprire il seguente modulo di input:

Il campo di input *Object* (Oggetto), il primo campo di input del modulo, è evidenziato per impostazioni predefinite. In questo campo di input è possibile inserire il contenuto della nuova variabile che si sta creando. Siccome a questo punto non si dispone di alcun contenuto per la nuova sottodirectory, saltare questo campo di input premendo il tasto freccia giù, ▼, una volta. Viene ora evidenziato il campo di input *Name* (Nome):

In questo campo occorre inserire il nome della sottodirectory (o variabile, a seconda del caso), come segue: ALPHA ALPHA M A N S ENTER

Il cursore si sposta sul campo selezionabile *_Directory* . Premere il tasto funzione ✓CHK per indicare che si sta creando una directory, quindi premere OK per uscire dal modulo di input. La schermata mostra l'elenco di variabili della directory HOME:

La schermata indica che è presente una nuova directory (MANS) all'interno della directory HOME.

Si creerà ora una sottodirectory chiamata INTRO (abbreviazione di INTROduzione), all'interno di MANS, per contenere le variabili create durante gli esercizi delle successive sezioni di questo capitolo. Premere il tasto ON per tornare al display normale della calcolatrice (verrà visualizzato il menu TOOLS). Premere ora VAR per visualizzare il contenuto della directory HOME nelle etichette dei tasti funzione. Il display può avere il seguente aspetto (se sono state create altre variabili nella directory HOME, verranno anch'esse visualizzare nelle etichette dei tasti funzione):

Per spostarsi all'interno della directory MANS, premere il corrispondente tasto funzione (in questo caso F1) e ENTER se in modalità algebrica. La struttura di directory verrà visualizzata nella seconda riga del display come { HOME MANS }. Non vi saranno, tuttavia, etichette associate ai tasti funzione, come mostrato di seguito, in quanto non è stata definita alcuna variabile all'interno di questa directory.

Si crei ora la sottodirectory INTRO utilizzando:

← FILES OK NXT NEW ▼ ALPHA ALPHA I N T R O ENTER ✓CHK OK

Premere il tasto ON, seguito dal tasto VAR, per vedere il contenuto della directory MANS, come segue:

Premere il tasto funzione INTRO per portarsi nella sottodirectory INTRO. Verrà visualizzata una sottodirectory vuota. Successivamente verranno eseguiti alcuni esercizi di creazione delle variabili.

Uso del comando CRDIR

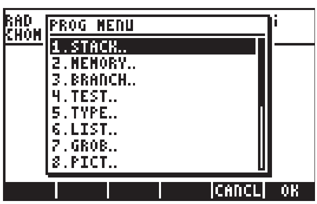
Il comando CRDIR può essere usato per creare le directory. Questo comando è disponibile mediante il tasto Catalog (tasto → CAT, secondo tasto nella quarta fila della tastiera a partire dall'alto), mediante i menu di programmazione (tasto ← PRG, stesso tasto del tasto → CAT), o digitandolo direttamente..

- Con il tasto Catalog

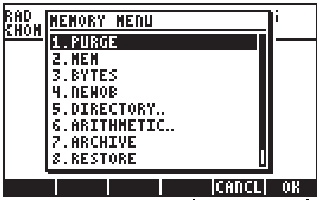
  Premere → CAT ALPHA C. Utilizzare i tasti freccia su e giù (▲▼) per selezionare il comando CRDIR. Premere il tasto funzione OK per attivare il comando.

- Con il menu di programmazione (PROG MENU)

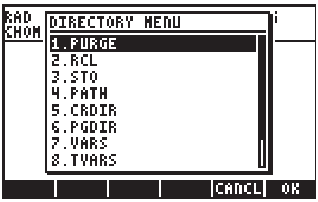
  Premere ← PRG. Si aprirà il seguente menu a discesa di programmazione:



Premere il tasto freccia giù (▼) per selezionare l'opzione *2. MEMORY…* o premere 2. Quindi, premere OK. Si aprirà il seguente menu a discesa:



Utilizzare il tasto freccia giù (▼) per selezionare l'opzione *5. DIRECTORY* o premere 5. Quindi, premere OK. Si aprirà il seguente menu a discesa:



Premere il tasto freccia giù (▼) per selezionare l'opzione *5. CRDIR* e premere OK.

Comando CRDIR in modalità algebrica

Una volta selezionato CRDIR in uno dei modi precedentemente descritti, il comando sarà disponibile nello stack come segue:

A questo punto, è necessario digitare il nome della directory, ad esempio *chap 1*:

ALPHA ALPHA ← ALPHA C H A P 1 ALPHA ENTER

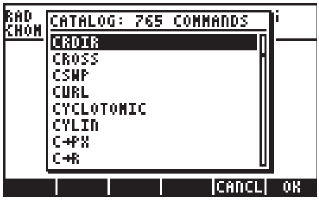
Il nome della nuova directory verrà visualizzato nei tasti funzione, come mostrato di seguito:

Comando CRDIR in modalità RPN

Per utilizzare CRDIR in modalità RPN è necessario che il nome della directory sia già disponibile nello stack prima di accedere al comando. Ad esempio:

ALPHA ALPHA ← ALPHA C H A P 2 ALPHA ENTER

Accedere quindi al comando CRDIR in uno dei modi descritti in precedenza, ad esempio con il tasto → _CAT :



Premere il tasto funzione OK per attivare il comando e creare la sottodirectory:

Navigazione tra le sottodirectory

Per spostarsi all'interno della struttura di directory, è necessario premere il tasto funzione corrispondente alla sottodirectory desiderata. L'elenco di variabili in una sottodirectory può essere richiamato premendo il tasto VAR (VARiabili). Per spostarsi al livello superiore della struttura di directory, utilizzare la funzione UPDIR: premere ← UPDIR .

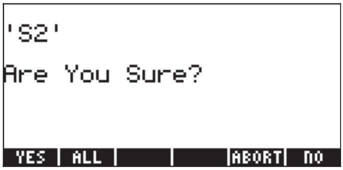
In alternativa, è possibile utilizzare il menu FILES: premere ← FILES . Utilizzare i tasti freccia su e giù (▲ ▼) per selezionare la sottodirectory desiderata, quindi premere il tasto funzione CHDIR (CHange DIRectory, cambia directory) o F1 . Verrà visualizzato il contenuto della sottodirectory selezionata nelle etichette dei tasti funzione.

Eliminazione delle sottodirectory

Per eliminare una sottodirectory, utilizzare le seguenti procedure:

Uso del menu FILES

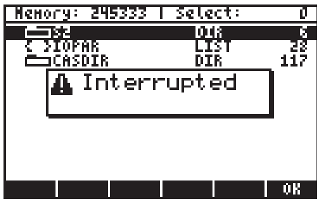
Premere il tasto ← FILES per attivare il menu FILES. Selezionare la directory contenente la sottodirectory da eliminare, quindi premere CHDIR, se necessario. Si chiuderà il menu FILES, visualizzando il contenuto della directory selezionata. In questo caso è necessario premere ENTER . Premere il tasto funzione OK per visualizzare l'elenco del contenuto della directory. Selezionare la sottodirectory (o la variabile) che si desidera eliminare. Premere NXT PURGE. Verrà visualizzata una schermata simile alla seguente:



La stringa "S2" di questo modulo è il nome della sottodirectory che si vuole cancellare.
I tasti funzione forniscono le seguenti opzioni:

YES Procedere alla cancellazione della sottodirectory (o variabile)
ALL Procedere alla cancellazione di tutte le sottodirectory (o variabili)
ABORT Non cancellare la sottodirectory (o variabile) dall'elenco
NO Non cancellare la sottodirectory (o variabile)

Dopo aver selezionato uno di questi quattro comandi, si tornerà alla schermata che mostra il contenuto della sottodirectory. Il comando ABORT, tuttavia, mostrerà un messaggio di errore:

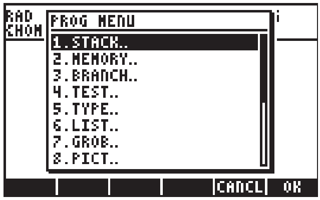


e sarà necessario premere OK, prima di ritornare all'elenco di variabili.

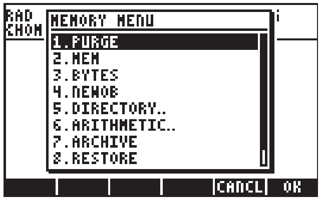
Uso del comando PGDIR

Il comando PGDIR può essere usato per eliminare le directory. Come il comando CRDIR, il comando PGDIR è disponibile premendo il tasto ↱ CAT o ↰ PRG , o digitandolo direttamente.

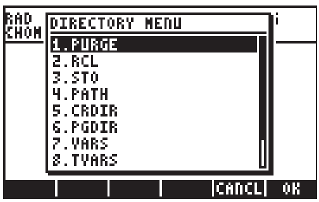
- Con il tasto Catalog
  Premere ↱ CAT ALPHA ALPHA P G . Il comando PGDIR verrà evidenziato. Premere il tasto funzione OK per attivare il comando.
- Con il menu di programmazione
  Premere ↰ PRG . Si aprirà il seguente menu a discesa di programmazione:



Premere il tasto freccia giù (▽) per selezionare l'opzione *2. MEMORY…*. Quindi, premere OK. Si aprirà il seguente menu a discesa:



Premere il tasto freccia giù (▽) per selezionare l'opzione *5. Directory* . Quindi, premere OK. Si aprirà il seguente menu a discesa:



Premere il tasto freccia giù (▽) per selezionare l'opzione *6. PGDIR* e premere OK.

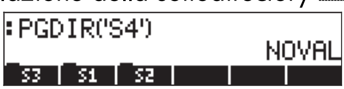
Comando PGDIR in modalità algebrica

Una volta selezionato PGDIR mediante uno dei modi descritti in precedenza, il comando sarà disponibile nello stack come segue:

A questo punto, è necessario digitare il nome di una directory esistente, ad esempio *S4*:

ALPHA S 4 ENTER

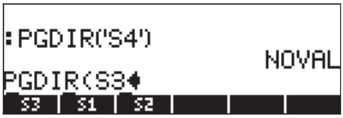
Il risultato sarà la cancellazione della sottodirectory S4:



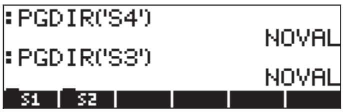
Invece di digitare il nome della directory, è possibile semplicemente premere il tasto funzione corrispondente nell'elenco di comandi PGDIR( ):

Premere OK, per ottenere:

Quindi, premere S3 per inserire "S3" come argomento di PGDIR.



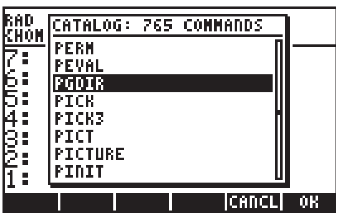
Premere ENTER per eliminare la sottodirectory:



Comando PGDIR in modalità RPN

Per utilizzare PGDIR in modalità RPN è necessario che il nome della directory, tra virgolette, sia già disponibile nello stack prima di accedere al comando. Ad esempio: ' ALPHA S 2 ENTER

Accedere quindi al comando PGDIR in uno dei modi descritti in precedenza, ad esempio, con il tasto → CAT :



Premere il tasto funzione OK per attivare il comando ed eliminare la sottodirectory:

Uso del comando PURGE dal menu TOOL

Il menu TOOL è disponibile premendo il tasto TOOL (in figura, modalità algebrica e RPN):

il comando PURGE è disponibile premendo il tasto funzione PURGE. Nei seguenti esempi si mostrerà come eliminare la sottodirectory *S1*:

- Modalità algebrica: Premere PURGE VAR S1 ENTER
- Modalità RPN: Premere VAR ' S1 ENTER TOOL PURGE VAR

Variabili

Le variabili sono come i file nel disco rigido di un computer. Una variabile può memorizzare un oggetto (valori numerici, espressioni algebriche, elenchi, vettori, matrici, programmi, ecc). Anche le sottodirectory possono essere considerate come variabili (in effetti, nella calcolatrice, una sottodirectory è anche un tipo di oggetto).

Alle variabili viene assegnato un nome, che può consistere in qualsiasi combinazione di caratteri numerici e alfabetici, iniziante con una lettera (latina o greca). Nel nome di una variabile è consentito l'uso di alcuni caratteri non alfabetici, come la freccia (→), se usati in combinazione con un carattere alfabetico. Pertanto, "→" è un nome valido di una variabile, mentre "→A" non lo è. Di seguito sono riportati alcuni esempi di nomi di variabili validi: 'A', 'B', 'a', 'b', 'α', 'β', 'A1', 'AB12', '→A12','Vel','Z0','z1', ecc.

Una variabile non può avere lo stesso nome di una funzione della calcolatrice. Ad esempio, non è possibile assegnare il nome SIN a una variabile, in quanto nella calcolatrice è presente il comando SIN. I nomi di variabili riservate della calcolatrice sono i seguenti: ALRMDAT, CST, EQ, EXPR, IERR, IOPAR, MAXR, MINR, PICT, PPAR, PRTPAR, VPAR, ZPAR, der_, e, i, n1,n2, …, s1, s2, …, ΣDAT, ΣPAR, π, ∞

Le variabili possono essere organizzate in sottodirectory.

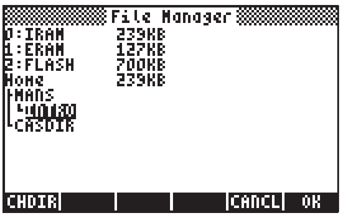
Creazione di variabili

Per creare una variabile, è possibile utilizzare il menu FILES, come mostrato negli esempi precedenti per la creazione di una sottodirectory. Ad esempio, si supponga di voler memorizzare all'interno la sottodirectory {HOME MANS INTRO} (creata in un esempio precedente) le seguenti variabili, con i valori mostrati:

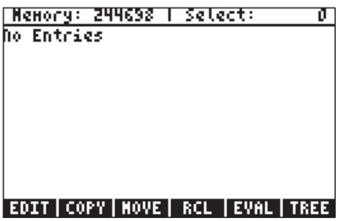
Nome	*Contenuto*	*Tipo*
A	12.5	reale
α	-0.25	reale
A12	3×10^5	reale
Q	‘r/(m+r)'	algebrico
R	[3,2,1]	vettore
z1	3+5i	complesso
p1	<< → r 'π*r^2' >>	programma

Uso del menu FILES

Verrà utilizzato il menu FILES per inserire la variabile A. L'esempio parte dal presupposto che l'utente si trovi nella sottodirectory { HOME MANS INTRO }. Per andare in questa sottodirectory, utilizzare i seguenti tasti: ← FILES e selezionare la sottodirectory INTRO come mostrato nella schermata seguente:



Premere OK per aprire la directory. L'elenco dei file visualizzerà Nessuna voce (in quanto la sottodirectory INTRO è vuota in questo momento)



Premere il tasto NXT per visualizzare il gruppo successivo di tasti funzione, quindi premere il tasto funzione NEW. Si aprirà il modulo di input NUOVA VARIABILE:

Per inserire una variabile A (vedere la tabella in alto), digitare prima il suo contenuto, ovvero il numero 12.5, quindi il nome, come segue: 1 2 . 5 OK ALPHA A OK. Il risultato è la seguente schermata:

Premere nuovamente OK per creare la variabile. La nuova variabile è stata inserita nel seguente elenco di variabili:

L'elenco indica una variabile reale (|R), il cui nome è A e che occupa 10,5 byte di memoria. Per vedere il contenuto della variabile in questa schermata, premere NXT VIEW.

- Premere il tasto funzione GRAPH per visualizzare il contenuto in formato grafico.

- Premere il tasto funzione TEXT per vedere il contenuto in formato testuale.
- Premere OK per tornare all'elenco di variabili
- Premere nuovamente ON per tornare al display normale. La variabile A è ora visibile nelle etichette dei tasti funzione:

Uso del comando STO▶

Un modo più semplice per creare una variabile è l'uso del comando STO (accessibile mediante il tasto [STO▶]). Di seguito si riportano esempi, in modalità sia algebrica che RPN, di creazione delle restanti variabili suggerite in precedenza e precisamente:

Nome	*Contenuto*	*Tipo*
α	-0.25	reale
A12	3×10^5	reale
Q	‘r/(m+r)'	algebrico
R	[3,2,1]	vettore
z1	3+5i	complesso
p1	<< → r 'π*r^2' >>	Programma

- **Modalità algebrica**

  Utilizzare la seguente sequenza di tasti per memorizzare il valore -0.25 nella variabile α: [0] [.] [2] [5] [+/-] [STO▶] [ALPHA] [→] [A] . Il risultato è la seguente schermata:

  Questa notazione significa che il valore -0.25 è memorizzato in α (il simbolo ▶ indica l'operazione). Premere [ENTER] per creare la variabile. La variabile viene visualizzata nelle etichette dei tasti funzione alla pressione di [VAR]:

  Per inserire le restanti variabili, utilizzare la sequenza di tasti:

  A12: [3] [EEX] [5] [STO▶] [ALPHA] [A] [1] [2] [ENTER]

  Q: [ALPHA] [←] [R] [÷] [←] [()]
  [ALPHA] [←] [M] [+] [ALPHA] [←] [R] [▶] [▶] [STO▶] [ALPHA] [Q] [ENTER]

  R: [←] [[]] [3] [→] [,] [2] [→] [,] [1] [▶] [STO▶] [ALPHA] [R] [ENTER]

z1: [3][+][5][×][←] i [STO▶][ALPHA][←] Z [1][ENTER] (se necessario, accettare il passaggio alla modalità Complex)
p1: [→] « » [→] → [ALPHA][←] R ['][←] π [×] [ALPHA][←] R [Y^x][2][▶][▶][▶] [STO▶][ALPHA][←] P [1][ENTER].
Il risultato è la seguente schermata:

Nella parte inferiore della schermata sono visualizzate sei delle sette variabili disponibili: *p1, z1, R, Q, A12, α*.

- **Modalità RPN**

Utilizzare la seguente sequenza di tasti per memorizzare il valore -0.25 nella variabile α: [.][2][5][+/-][ENTER]['][ALPHA][→] A [ENTER]. Il risultato è la seguente schermata:

Con -0.25 al livello 2 dello stack e "α" al livello 1 dello stack, è possibile premere il tasto [STO▶] per creare la variabile. La variabile viene visualizzata nelle etichette dei tasti funzione alla pressione di [VAR]:

Per inserire il valore $3x10^5$ in A12, è possibile utilizzare una versione abbreviata della procedura illustrata: [3][EEX][5]['][ALPHA] A [1][2][ENTER] [STO▶]
Di seguito viene spiegato come inserire il contenuto di Q:
Q: [ALPHA][←] R [÷][←] () [ALPHA][←] M [+][ALPHA][←] R [▶][▶] ['][ALPHA] Q [ENTER] [STO▶]
Per inserire il valore di R, è possibile utilizzare una versione ancora più abbreviata della procedura:
R: [←] [] [3][SPC][2][SPC][1][▶] ['][ALPHA] R [STO▶]
Si noti che per separare gli elementi di un vettore in modalità RPN è possibile utilizzare il tasto spazio ([SPC]) al posto della virgola ([→] ,) usata in precedenza in modalità algebrica.

z1: ['] [3] [+] [5] [×] [←] *i* ['] [ALPHA] [←] [Z] [1] [STO▶]
(se necessario, accettare il passaggio alla modalità Complex)
p1: [→] « » [→] → [ALPHA] [←] [R] ['] [←] π [×]
[ALPHA] [←] [R] [y^x] [2] [▶] [▶] [▶] ['] [ALPHA] [←] [P] [1] [▶] [ENTER] [STO▶].
Il risultato è la seguente schermata:

Nella parte inferiore della schermata sono visualizzate sei delle sette variabili disponibili: *p1, z1, R, Q, A12, α*.

Verifica del contenuto delle variabili

Per apprendere come visualizzare il contenuto delle variabili, utilizzare le sette variabili inserite nell'esercizio precedente. Le istruzioni su come utilizzare il menu FILES per visualizzare i contenuti di una variabile sono state presentate in un esercizio precedente, durante la creazione della variabile A. In questa sezione verrà illustrato un modo rapido per visualizzare il contenuto di una variabile.

Pressione dell'etichetta del tasto funzione associato alla variabile

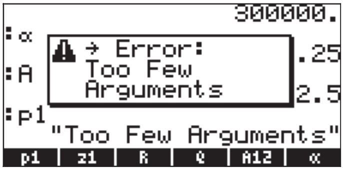
Questa procedura visualizza il contenuto di una variabile purché tale variabile contenga un valore numerico o algebrico o un array. Per le variabili di cui all'elenco precedente, ad esempio, premere i seguenti tasti per vederne il contenuto:

Modalità algebrica

Digitare la sequenza di tasti: [VAR] [z1] [ENTER] [R] [ENTER] [Q] [ENTER] . A questo punto, il display visualizza quanto segue:

Digitare ora la sequenza di tasti: [A12] [ENTER] [α] [ENTER] [NXT] [A] [ENTER] . A questo punto, il display visualizza quanto segue:

Premendo il tasto funzione corrispondente a *p1* viene visualizzato un messaggio di errore (premere NXT p1 ENTER):

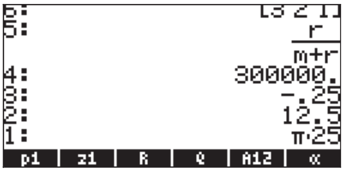


Nota: premendo p1 ENTER si attiva (esegue) il programma *p1* . Tuttavia, questo programma richiede un valore numerico. Provare il seguente esercizio: ON p1 ← () 5 ENTER . Il risultato è:

Il programma ha la seguente struttura: << → r 'π*r^2' >>
I simboli « » indicano che il programma è scritto nel linguaggio User-RPL. I caratteri → r indicano che il programma richiede l'inserimento di un valore denominato *r*. Durante l'esecuzione, il programma preleva il valore di *r* e valuta la notazione algebrica 'π*r^2'. Nell'esempio mostrato in precedenza, *r* ha assunto il valore 5 e pertanto restituisce il valore $\pi r^2 = \pi \cdot 25$. Questo programma, in definitiva, calcola l'area di un cerchio dato il suo raggio *r*.

Modalità RPN
In modalità RPN, è sufficiente premere la corrispondente etichetta del tasto funzione per visualizzare il contenuto di una variabile numerica o algebrica. In questo caso, per "sbirciare" nel contenuto delle variabili *z1, R, Q, A12,* α, e *A*, create in precedenza, procedere come segue: VAR z1 R Q A12 α
Il display visualizza:

Per vedere il contenuto di A, utilizzare: [NXT] [A].
Per eseguire il programma *p1* con r = 5, premere: [NXT] [5] [p1].



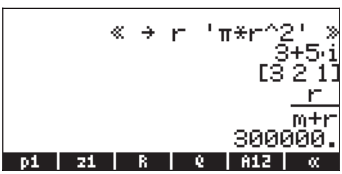
Si noti che per eseguire il programma in modalità RPN, è sufficiente inserire il valore (5) e premere il corrispondente tasto funzione. (in modalità algebrica, è necessario inserire le parentesi per immettere l'argomento).

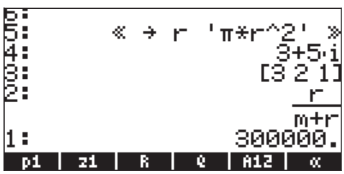
Utilizzando il tasto shift destro [→] seguito dalle etichette dei tasti funzione
In modalità algebrica, è possibile visualizzare il contenuto una variabile premendo [VAR] [→] e quindi il corrispondente tasto funzione. Provare la seguente sequenza di tasti:

[VAR] [→] [p1] [→] [z1] [→] [R] [→] [Q] [→] [A12]

Nota: in modalità RPN, non è necessario premere [→] (solo [VAR] e quindi il corrispondente tasto funzione).

Il risultato è la seguente schermata (modalità algebrica sulla sinistra, RPN sulla destra)





Si noti che questa volta il contenuto del programma *p1* è elencato a display. Per vedere le restanti variabili in questa directory, premere [NXT] :

Elenco del contenuto di tutte le variabili visualizzate

Premere la combinazione di tasti [→][▼] per elencare il contenuto di tutte le variabili nella schermata. Ad esempio:

Premere [ON] per ritornare al display normale della calcolatrice.

Sostituzione del contenuto delle variabili

Si può considerare la sostituzione del contenuto di una variabile come la memorizzazione di un diverso valore nella stessa variabile. Pertanto, l'esempio relativo alla creazione di variabili mostrato in precedenza può essere usato per illustrare la sostituzione del contenuto di una variabile.

Uso del comando STO▶

Facendo riferimento all'illustrazione con le sei variabili, *p1, z1, R, Q, A12, a* , e *A*, create in precedenza, si proceda a sostituire il contenuto della variabile *A12* (attualmente una variabile numerica) con l'espressione algebrica "β/2", utilizzando il comando STO▶. In modalità operativa algebrica:

['][ALPHA][→][B][÷][2][▶] [STO▶] [A12] [ENTER]

Controllare il contenuto della variabile *A12* premendo [→][A12] .

In modalità operativa RPN:

['][ALPHA][→][B][÷][2][ENTER] ['][A12] [ENTER] [STO▶]

o in modo semplificato,

['][ALPHA][→][B][÷][2][▶] ['][A12] [STO▶]

Uso del tasto shift sinistro [←] seguito dal tasto funzione associato alla variabile (modalità RPN)

Questo è un modo molto semplice di modificare il contenuto di una variabile, ma è utilizzabile unicamente in modalità RPN. La procedura consiste nel digitare il nuovo contenuto della variabile, inserirlo nello stack e premere il tasto shift sinistro seguito dal tasto funzione associato alla variabile. In modalità RPN, ad esempio, se si vuole modificare il contenuto della variabile *z1* in '*a+b·i* ', premere:

' ALPHA ← A + ALPHA ← B × ← i ENTER

L'espressione algebrica *'a+b·i'*andrà a occupare il livello *1:* nello stack. Per inserire questo risultato nella variabile *z1*, premere: VAR ← z1

Per controllare il nuovo contenuto di *z1*, utilizzare: → z1

La procedura equivalente in modalità algebrica è la seguente:

ALPHA ← A + ALPHA ← B × ← i ENTER STO▶ z1 ENTER

Per controllare il nuovo contenuto di *z1*, utilizzare: → z1

Uso della variabile ANS(1) (modalità algebrica)

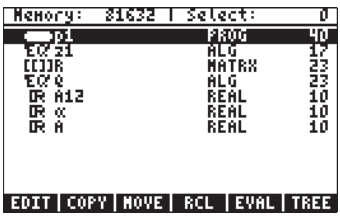
In modalità algebrica è possibile utilizzare la variabile ANS(1) per sostituire il contenuto di una variabile. Ad esempio, la procedura per sostituire il contenuto di *z1* in *"a+bi"* è la seguente: ← ANS STO▶ z1 ENTER. Per controllare il nuovo contenuto di *z1*, premere: → z1

Copia delle variabili

I seguenti esercizi illustrano diversi modi di copiare le variabili da una sottodirectory all'altra.

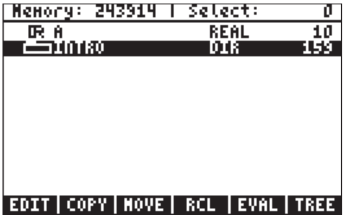
Uso del menu FILES

Per copiare una variabile da una directory all'altra è possibile utilizzare il menu FILES. Ad esempio, all'interno della sottodirectory {HOME MANS INTRO}, sono presenti le variabili *p1, z1, R, Q, A12, α,* e *A*. Si supponga di volere copiare la variabile *A* e inserirne una copia nella sottodirectory {HOME MANS}. Si procederà inoltre a copiare la variabile *R* e a inserirla nella directory HOME. Ecco come procedere: Premere ← FILES OK per visualizzare il seguente elenco di variabili:

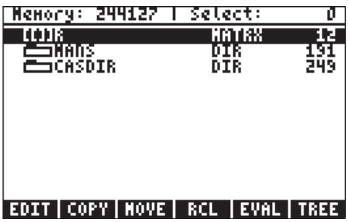


Utilizzare il tasto freccia giù, ▽, per selezionare la variabile *A* (l'ultima nell'elenco), quindi premere COPY. La calcolatrice visualizzerà una schermata denominata PICK DESTINATION (Scegli destinazione):

Utilizzare il tasto freccia su (▲) per selezionare la sottodirectory MANS e premere OK. Premendo ora (←) UPDIR, la schermata visualizzerà il contenuto della sottodirectory MANS (si noti che la variabile A è contenuta in questo elenco, come era prevedibile):



Premere (ON) INTRO (ENTER) (modalità algebrica) o (ON) INTRO (modalità RPN) per tornare alla directory INTRO. Premere (←) FILES OK per visualizzare l'elenco di variabili in {HOME MANS INTRO}. Utilizzare il tasto freccia giù (▼) per selezionare la variabile *R*, quindi premere COPY. Utilizzare il tasto freccia su (▲) per selezionare la directory HOME e premere OK. Premendo ora (←) UPDIR, due volte, la schermata visualizzerà il contenuto della directory HOME, compreso una copia della variabile *R*:



Uso della cronologia in modalità algebrica

Di seguito viene illustrato un metodo di copia di una variabile da una directory all'altra utilizzando la cronologia (stack), con la calcolatrice impostata sulla modalità algebrica. Si supponga di trovarsi all'interno la sottodirectory {HOME MANS INTRO} e di voler copiare il contenuto della variabile *z1* nella sottodirectory {HOME MANS}. Utilizzare la seguente procedura: (→) z1 (STO▶) z1 (ENTER). In questo modo si memorizza il contenuto di *z1* in sé stesso (nessun cambiamento apportato a *z1*). Quindi, utilizzare (←) UPDIR (ENTER) per spostarsi nella sottodirectory {HOME MANS}. Il risultato è la seguente schermata della calcolatrice:

Premere ora il tasto cancella tre volte, per eliminare le ultime tre righe del display: ◄ ◄ ◄. A questo punto, lo stack è pronto a eseguire il comando ANS(1)▶z1. Premere ENTER per eseguire questo comando. Premere quindi ↱ z1, per verificare il contenuto della variabile.

Uso dello stack in modalità RPN

Per dimostrare l'uso dello stack in modalità RPN per copiare una variabile da una sottodirectory all'altra, si supponga di essere all'interno della sottodirectory {HOME MANS INTRO} e di voler copiare il contenuto della variabile *z1* nella directory HOME. Utilizzare la seguente procedura: ↱ z1 ENTER ' z1 ENTER Questa procedura mostra il contenuto e il nome della variabile nello stack. Il risultato è la seguente schermata della calcolatrice:

Premere ora ↰ UPDIR ↰ UPDIR per spostarsi alla directory HOME, quindi premere STO▶ per completare l'operazione. Premere ↱ z1 per verificare il contenuto della variabile.

Copia di due o più variabili utilizzando lo stack in modalità algebrica

Il seguente esercizio mostra come copiare due o variabili utilizzando lo stack con la calcolatrice in modalità algebrica. Si supponga, nuovamente, di trovarsi all'interno la sottodirectory {HOME MANS INTRO} e di voler copiare le variabili *R* e *Q* nella sottodirectory {HOME MANS}. La sequenza di tasti necessaria per completare questa operazione è la seguente:

↱ R STO▶ R ENTER

↱ Q STO▶ Q ENTER

↰ UPDIR ENTER

◄ ◄ ◄ ENTER

◄ ◄ ◄ ◄ ENTER

Per verificare il contenuto delle variabili, premere ↱ R e ↱ Q.

Questa procedura può essere generalizzata per la copia di tre o più variabili.

Copia di due o più variabili utilizzando lo stack in modalità RPN

Il seguente esercizio mostra come copiare due o più variabili utilizzando lo stack con la calcolatrice in modalità RPN. Si supponga, nuovamente, di trovarsi all'interno la sottodirectory {HOME MANS INTRO} e di voler copiare le variabili *R* e *Q* nella sottodirectory {HOME MANS}. La sequenza di tasti necessaria per completare questa operazione è la seguente:

→ R ' R ENTER
→ Q ' Q ENTER
← UPDIR STO▶ STO▶

Per verificare il contenuto delle variabili, premere → R e → Q.

Questa procedura può essere generalizzata per la copia di tre o più variabili.

Riordino delle variabili in una directory

In questa sezione si illustrerà l'uso del comando ORDER (Ordine) per riordinare le variabili in una directory. Si supponga di essere all'interno della sottodirectory {HOME MANS} contenente le variabili *A12, R, Q, z1, A* e la sottodirectory *INTRO*, come mostrato di seguito. (copiare A12 da INTRO a MANS).

Modalità algebrica

In questo caso, la calcolatrice è impostata sulla modalità algebrica. Si supponga inoltre di volere modificare l'ordine delle variabili in *INTRO, A, z1, Q, R, A12*. Procedere come segue per attivare la funzione ORDER (Ordine):

← PRG ▼ OK	Selezionare MEMORY dal menu di programmazione
▼ ▼ ▼ ▼ OK	Selezionare DIRECTORY dal menu MEMORY
▲ ▲ OK	Selezionare ORDER dal menu DIRECTORY

La schermata visualizzerà la seguente riga di input:

Indicare quindi il nuovo ordine delle variabili in elenco digitando i rispettivi nomi tra virgolette:

← { } ' INTRO ▶ → , ' A
▶ → , ' z1 ▶ → , ' Q ▶
→ , ' R ▶ → , ' A12 ENTER

La schermata mostra ora il nuovo ordine delle variabili:

Modalità RPN

In modalità RPN, l'elenco di variabili riordinate è visualizzato nello stack prima di applicare il comando ORDER. Si supponga di partire dalla stessa situazione precedente, ma in modalità RPN, ovvero,

L'elenco viene riordinato premendo i tasti:

← {} INTRO A z1 Q R A12 ENTER

Premere quindi il comando ORDER, come nell'esempio precedente:

← PRG ▼ OK Selezionare MEMORY dal menu di programmazione

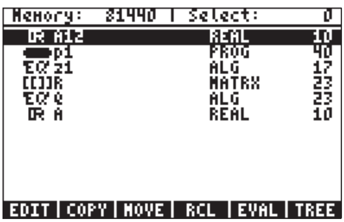
▼ ▼ ▼ ▼ OK Selezionare DIRECTORY dal menu MEMORY

▲ ▲ OK Selezionare ORDER dal menu DIRECTORY

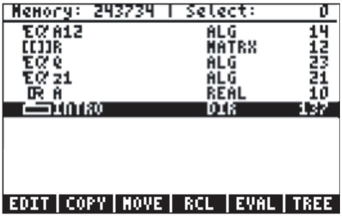
Il risultato è la seguente schermata:

Spostamento delle variabili mediante il menu FILES

Per spostare una variabile da una directory all'altra, è possibile utilizzare il menu FILES. Ad esempio, all'interno della sottodirectory {HOME MANS INTRO}, sono presenti le variabili *p1, z1, R, Q, A12, α,* e *A*. Si supponga di volere spostare la variabile *A12* nella sottodirectory {HOME MANS}. Ecco come procedere: Premere ← FILES OK per visualizzare l'elenco di variabili. Utilizzare il tasto freccia giù, ▼, per selezionare la variabile *A12*, quindi premere MOVE. La calcolatrice visualizzerà la schermata PICK DESTINATION (Scegli destinazione). Utilizzare il tasto freccia su ▲ per selezionare la sottodirectory MANS e premere OK. La schermata visualizzerà ora il contenuto della sottodirectory {HOME MANS INTRO}:



Si noti che la variabile A12 non è più presente. Premendo ora ← UPDIR , la schermata visualizzerà il contenuto della sottodirectory MANS, compresa la variabile *A12*:



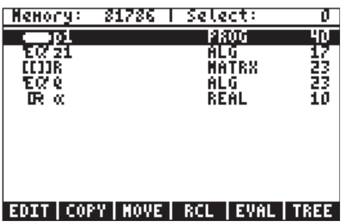
Nota: È possibile utilizzare lo stack per spostare una variabile combinando la funzione di copiatura di una variabile con quella di eliminazione. Le procedure di eliminazione delle variabili verranno presentate nella prossima sezione.

Eliminazione di variabili

Le variabili possono essere eliminate utilizzando la funzione PURGE. Tale funzione è direttamente accessibile dal menu TOOLS (TOOL), o utilizzando il menu FILES ← FILES OK .

Uso del comando FILES

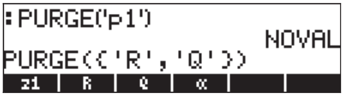
Il comando FILES può essere usato per eliminare una variabile per volta. Per eliminare una variabile da una data directory è possibile utilizzare il menu FILES. Ad esempio, all'interno della sottodirectory {HOME MANS INTRO}, sono presenti le variabili *p1, z1, R, Q, α,* e *A* sulla sinistra. Si supponga di volere eliminare la variabile *A*. Ecco come procedere: Premere ← FILES OK per visualizzare l'elenco di variabili. Utilizzare il tasto freccia giù, ▼, per selezionare la variabile *A* (l'ultima nell'elenco), quindi premere NXT PURGE YES. La schermata visualizzerà ora il contenuto della sottodirectory INTRO senza la variabile A.



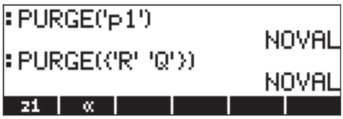
Uso della funzione PURGE nello stack in modalità algebrica

Ai fini di questo esempio, si partirà dalla sottodirectory {HOME MANS INTRO} che contiene ora solo le variabili *p1, z1, Q, R,* e *α*. Verrà ora utilizzato il comando PURGE per eliminare la variabile *p1*. Premere TOOL PURGE VAR p1 ENTER. La schermata visualizza la variabile *p1* eliminata:

È possibile utilizzare il comando PURGE per eliminare più di una variabile, inserendone i nomi nell'argomento. Se, ad esempio, si vuole eliminare le variabili *R* e *Q* simultaneamente, procedere con il seguente esercizio. Premere: TOOL PURGE ← {} ' VAR R ▶ → , ' VAR Q
La schermata visualizzerà ora il seguente comando pronto per l'esecuzione:



Per completare l'eliminazione delle variabili, premere ENTER. La schermata visualizza le restanti variabili:



Uso della funzione PURGE nello stack in modalità RPN
Ai fini di questo esempio, si partirà dalla sottodirectory {HOME MANS INTRO} che contiene le variabili *p1, z1, Q, R,* e α. Verrà ora utilizzato il comando PURGE per cancellare la variabile *p1*. Premere ' p1 ENTER TOOL PURGE. La schermata visualizza la variabile *p1* eliminata:

Per eliminare due variabili simultaneamente, ad esempio le variabili *R* e *Q*, creare innanzitutto un elenco (in modalità RPN, non è necessario separare gli elementi dell'elenco mediante virgole, come in modalità algebrica): VAR ← {} ' R ▶ ' Q ENTER. Premere quindi TOOL PURGE per eliminare le variabili.

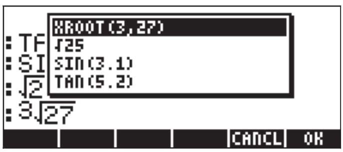
Funzioni UNDO e CMD

Le funzioni UNDO e CMD sono utili per annullare gli effetti di comandi recenti o annullare un'operazione, in caso di errore. Tali funzioni sono associate al tasto HIST: La funzione UNDO viene attivata dalla sequenza di tasti ↱ UNDO, mentre CMD da ↰ CMD .

Per illustrare l'uso di UNDO, procedere con il seguente esercizio in modalità algebrica (ALG): 5 × 4 ÷ 3 ENTER. Il comando UNDO (↱ UNDO) ha come effetto quello di cancellare il risultato. Per lo stesso esercizio in modalità RPN, utilizzare la sequenza di tasti: 5 ENTER 4 ENTER × 3 ENTER ÷ . Premendo ora ↱ UNDO, si annullerà l'operazione più recente (20/3), riportando i termini originali nello stack:

Per illustrare l'uso di CMD, inserire le seguenti voci in modalità ALG. Premere ENTER dopo l'inserimento di ciascuna voce.

Utilizzare quindi la funzione CMD (↰ CMD) per visualizzare i quattro comandi più recenti digitati dall'utente, ovvero

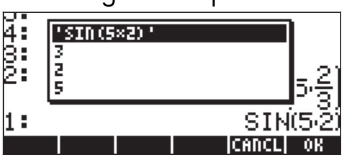


Mediante i tasti freccia su e giù (▲▼), navigare attraverso questi comandi ed evidenziare quelli che si desidera inserire di nuovo. Una volta avere selezionato il comando da inserire, premere OK.
La funzione CMD agisce nello stesso modo con la calcolatrice in modalità RPN, ad eccezione del fatto che l'elenco di comandi mostra solo i numeri o i termini algebrici. Non visualizza le funzioni inserite. Provare ad esempio il seguente esercizio in modalità RPN:

5 ENTER 2 ENTER 3 ÷ × SIN

' SIN 5 × 2 ENTER .

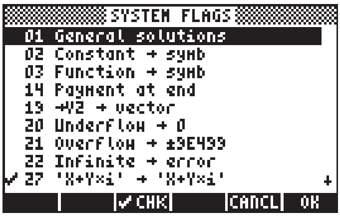
Premendo ↰ CMD si aprirà il seguente riquadro di selezione:



Come si può vedere, i numeri 3, 2 e 5, utilizzati nel primo calcolo presentato, sono elencati nel riquadro di selezione, così come il termine algebrico "SIN(5x2)", ma non la funzione SIN applicata in precedenza al termine algebrico.

Flag

Un flag è un valore Booleano che può essere impostato o cancellato (vero o falso), e che definisce una data impostazione della calcolatrice o un'opzione di un programma. I flag della calcolatrice sono identificati da numeri. Sono presenti 256 flag, numerati da -128 a 128. I flag con valore positivo sono chiamati flag dell'utente e sono disponibili per fini di programmazione dell'utente. I flag rappresentati da numeri negativi sono chiamati flag di sistema e determinano il modo di funzionamento della calcolatrice.
Per vedere le impostazioni correnti dei flag di sistema, premere il tasto MODE e quindi il tasto funzione FLAGS (F1). Si visualizzerà una schermata denominata *SYSTEM FLAGS* che mostra i numeri dei flag e la corrispondente impostazione.



(**Nota:** siccome nella schermata sono presenti solo flag di sistema, viene visualizzato solo il valore assoluto del numero del flag). Si considera un flag *impostato* se è visibile un segno di spunta (✓) di fronte al numero del flag. In caso contrario, il flag *non è impostato* o è *disabilitato*. Per modificare lo stato di un flag di sistema premere il tasto funzione ✓CHK! mentre il flag che si desidera modificare è evidenziato, o utilizzare il tasto +/- . È possibile utilizzare i tasti freccia su e giù (▲▼) per spostarsi nell'elenco di flag di sistema.
Sebbene vi siano 128 flag di sistema, non sono tutti usati e alcuni sono riservati ai controlli interni di sistema. I flag di sistema che non sono accessibili all'utente non sono visibili in questa schermata. Per un elenco completo di flag, consultare il Capitolo 24.

Esempio di impostazione di un flag: soluzioni generali vs. valore principale

Ad esempio, il valore predefinito del flag di sistema 01 è *General solutions* (Soluzioni generali). Questo significa che se un'equazione ha più soluzioni, la calcolatrice restituirà tutte le soluzioni, probabilmente sotto forma di elenco. Premendo il tasto funzione ✓CHK, è possibile modificare il flag di sistema 01 in *Principal value*. Questa impostazione forza la calcolatrice a restituire un valore singolo noto come valore principale della soluzione.

Per provare ad usare questa funzione, impostare il flag di sistema 01 (ossia, selezionare *Principal Value*). Premere OK due volte per tornare al display normale della calcolatrice. Si provi a risolvere un'equazione quadratica, ad esempio, $t^2+5t+6 = 0$, con il comando QUAD.

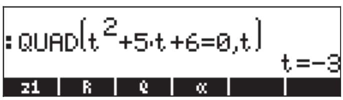
Modalità algebrica

Utilizzare la seguente sequenza di tasti: ↱ CAT ALPHA Q (utilizzare i tasti freccia su e giù, ▲ ▼, per selezionare il comando QUAD), premere OK.

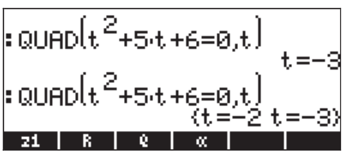
Per inserire l'equazione come primo argomento della funzione QUAD, utilizzare la seguente sequenza di tasti:

↱ EQW ALPHA ↰ T y^x 2 ▶ + 5 × ALPHA ↰ T + 6 ▲ ▲
↱ = 0 ENTER
↱ , ALPHA ↰ T ENTER

Il risultato è:



Modificare ora l'impostazione del flag 1 in *General solutions*: MODE FLAGS ✓CHK OK OK. Provare nuovamente la soluzione: ▲ ▲ ENTER ENTER . La soluzione comprende ora due valori:

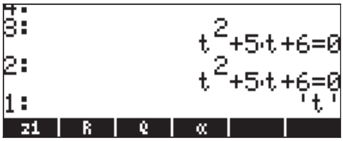


Modalità RPN
Impostare innanzitutto il flag 01 (su *Principal Value*). Premere OK due volte per tornare al display normale della calcolatrice. Digitare quindi l'equazione quadratica come segue:

[→] EQW [ALPHA] [←][T] [Y^x][2][▶][+][5][×][ALPHA] [←][T][+][6][▲][▲]
[→] = [0][ENTER]

[ENTER] (tenere una seconda copia nello stack in modalità RPN)

['][ALPHA] [←][T][ENTER]



Utilizzare la seguente sequenza di tasti per inserire il comando QUAD:
[→] CAT [ALPHA][Q] (utilizzare i tasti freccia su e giù, [▲][▼], per selezionare il comando QUAD), premere OK. La schermata mostra la soluzione principale:

Modificare ora l'impostazione del flag 01 in *General solutions*: [MODE] FLAGS ✓CHK OK OK. Provare nuovamente la soluzione: [◀]['] [ALPHA] [←][T][ENTER] [→] CAT [ALPHA][Q] (utilizzare i tasti freccia su e giù, [▲][▼], per selezionare il comando QUAD), premere OK. La schermata mostra ora le due soluzioni:

Altri flag utili
Richiamare nuovamente l'impostazione corrente del flag premendo il tasto [MODE], quindi il tasto funzione FLAGS. Assicurarsi di disabilitare il flag di sistema 01, rimasto impostato dopo l'esercizio precedente. Utilizzare i tasti freccia su e giù ([▲][▼]) per spostarsi nell'elenco di flag di sistema.
Negli esercizi seguenti verranno presentati alcuni flag ritenuti utili ai fini del presente manuale e le rispettive impostazioni preferite:
02 Constant → symb: I valori delle costanti (ad esempio, π) sono memorizzati come simboli

03 Function → symb: Le funzioni non sono automaticamente valutate, ma vengono caricate come espressioni simboliche.

*27 'X+Y*i' → (X,Y):* I numeri complessi sono rappresentati come coppie ordinate

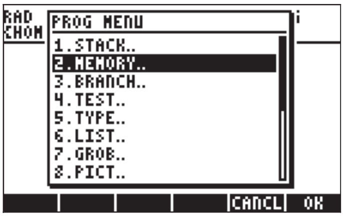
60 [α][α] locks: La sequenza di tasti [ALPHA][ALPHA] blocca la tastiera alfabetica

Premere OK due volte per tornare al display normale della calcolatrice.

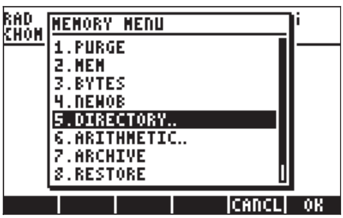
Riquadri di SELEZIONE vs. menu FUNZIONE

In alcuni degli esercizi in questo capitolo il display era strutturato come elenco di comandi. I menu a elenco sono definiti *CHOOSE boxes* (Riquadri di SELEZIONE). Ad esempio, per utilizzare il comando ORDER per riordinare le variabili in una directory, si utilizza, in modalità algebrica:

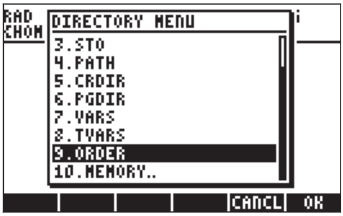
← PRG ▼ Mostra il menu a elenco PROG e seleziona MEMORY



OK ▼▼▼▼ Mostra il menu a elenco MEMORY e seleziona DIRECTORY



OK ▲▲ Mostra il menu a elenco DIRECTORY e seleziona ORDER

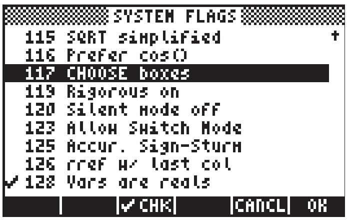


OK attivare il comando ORDER

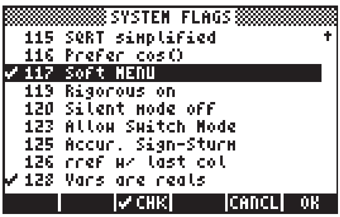
È disponibile un modo alternativo per accedere a questi menu come *tasti FUNZIONE,* impostando il flag *117.* Per impostare questo flag, procedere come segue:

MODE FLAGS ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲

La schermata successiva mostra il flag 117 *(CHOOSE boxes)* non impostato:



Premere il tasto funzione ✓CHK per impostare il flag 117 su *soft MENU* (menu FUNZIONE). La seguente schermata mostra la modifica effettuata:



Premere OK due volte per tornare al display normale della calcolatrice.

Si proverà ora a trovare il comando ORDER utilizzando una sequenza di tasti simile a quella usata in precedenza, ovvero iniziare premendo ← PRG .

Si noti che invece di menu a elenco, vengono visualizzate le etichette del menu funzione con le diverse opzioni del PROG menu, ossia

Premere F2 per selezionare il menu funzione MEMORY (MEM). Viene visualizzata la seguente schermata:

Premere F5 per selezionare il menu funzione DIRECTORY (DIR)

Il comando ORDER non è mostrato in questa schermata. Per trovare questo comando, premere il tasto NXT :

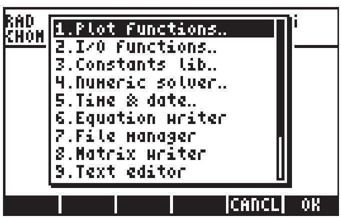
Per attivare il comando ORDER, premere il tasto funzione F3 (ORDER). Anche se non si applica a un esempio specifico, questo esercizio mostra le due opzioni disponibili per i menu della calcolatrice (riquadri di SELEZIONE e menu FUNZIONE).

Nota: la maggior parte degli esempi nella presente guida presuppone che il flag 117 *non* sia impostato (opzione predefinita). Se tale flag è impostato ma si desidera seguire passo-passo gli esempi presentati, si consiglia di disabilitare l'impostazione prima di continuare.

Riquadri di SELEZIONE speciali

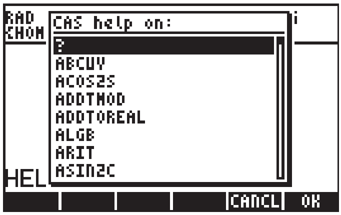
Alcuni menu sono disponibili unicamente sotto forma di riquadri di SELEZIONE, ad esempio:

- Menu APPS (APPlicationS), attivato dalla pressione del tasto APPS, primo tasto nella seconda fila della tastiera a partire dall'alto:

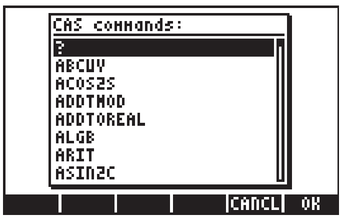


- Menu CAT (CATalogo), attivato dalla pressione del tasto ↱ CAT , secondo tasto nella quarta fila della tastiera a partire dall'alto:

- Menu HELP, attivato con TOOL NXT HELP



- Menu CMDS (CoMmanDS) attivabile dall'interno dell'Equation Writer, premendo ↱ EQW NXT CMDS



Capitolo 3
Calcoli con numeri reali

Il presente capitolo illustra l'utilizzo della calcolatrice per eseguire operazioni e funzioni relative ai numeri reali. Tali operazioni sono utili nella maggior parte dei calcoli relativi alle scienze fisiche e in ingegneria. L'utente dovrebbe familiarizzare con la tastiera per riconoscere alcune funzioni presenti sulla stessa, ad esempio SIN (seno), COS (coseno), TAN (tangente), ecc. Si presume che l'utente sia in grado di impostare il funzionamento della calcolatrice, ad esempio selezionare la modalità operativa (vedere Capitolo 1), utilizzare menu e riquadri di selezione (vedere Capitolo 1) e utilizzare le variabili (vedere Capitolo 2).

Controllo delle impostazioni della calcolatrice

Per il controllo delle impostazioni correnti della calcolatrice e delle impostazioni CAS è necessario osservare la riga superiore del display durante il normale funzionamento. Ad esempio, potrebbero essere visualizzate le seguenti impostazioni: RAD XYZ DEC **R** = 'X'

RAD indica i radianti per le misure angolari, XYZ le coordinate cartesiane, DEC l'uso della numerazione in base 10, **R** la preferenza per i numeri reali, il segno "=" che i risultati saranno "esatti", senza decimali e X il valore della variabile indipendente predefinita.

Un altro elenco di possibili impostazioni è: DEG R∠Z HEX C ~ 't'

DEG rappresenta i gradi di misura angolare, R∠Z le coordinate polari, HEX la numerazione esadecimale, Complex l'utilizzo dei numeri complessi, il simbolo "~" indica l'approssimazione dei risultati e "t" la variabile indipendente predefinita.

Normalmente, questa sezione del display contiene sette elementi, ognuno dei quali viene di seguito identificato con un numero da 1 a 7. Gli eventuali valori dell'elemento sono illustrati tra parentesi dopo la descrizione dell'elemento stesso. Viene inoltre riportata una spiegazione per ciascuno di questi valori:

1. Unità di misura relative agli angoli (DEG, RAD, GRD)

   DEG: gradi sessagesimali, la circonferenza misura 360 gradi

   RAD: radianti, la circonferenza misura 2π radianti

   GRD: gradi centesimali, la circonferenza misura 400 gradi

2. Sistema di coordinate (XYZ, R∠Z, R∠∠). ∠ rappresenta una coordinata angolare.

   XYZ: coordinate cartesiane (x,y,z)

   R∠Z: coordinate polari cilindriche (r,θ,z)

   R∠∠: coordinate sferiche (ρ,θ,φ)
3. Base numerica (HEX, DEC, OCT, BIN)

   HEX: esadecimale (base 16)

   DEC: decimale (base 10)

   OCT: ottale (base 8)

   BIN: binaria (base 2)
4. Numeri reali o complessi (**R**, **C**)

   R: numeri reali

   C: numeri complessi
5. Modalità Exact o Approx (=, ~)

   = modalità Exact (simbolica)

   ~ modalità Approx (numerica)
6. Variabile indipendente CAS predefinita (ad esempio 'X', 't', ecc.)

Controllo della modalità della calcolatrice

In modalità RPN i diversi livelli dello stack sono elencati sul lato sinistro del display. Selezionando la modalità ALGEBRAIC (Algebrica) non vengono più usati i livelli dello stack e ALG viene visualizzato sul lato destro nella riga superiore del display. La differenza tra le due modalità operative è stata illustrata nei dettagli nel Capitolo 1.

Calcoli con i numeri reali

Per eseguire i calcoli con numeri reali è preferibile impostare il CAS in modalità *Real* (anziché *Complex*). In alcuni casi il risultato potrebbe essere in numeri complessi e la calcolatrice chiederà di eseguire il passaggio alla modalità *Complex*. *Exact* è la modalità predefinita per la maggior parte dei calcoli. Pertanto, sarà spesso la modalità iniziale utilizzata per i calcoli. La calcolatrice richiederà il passaggio alla modalità *Approx* se necessario per completare un'operazione. L'unità di misura angolare e la base della numerazione non sono preimpostate. I calcoli con numeri reali saranno illustrati sia in modalità algebrica (ALG) che in Notazione Polacca Inversa (RPN).

Cambio di segno a un numero, a una variabile o a un'espressione

Utilizzare il tasto [+/-]. In modalità ALG, premere [+/-] prima di inserire il numero, ad esempio [+/-][2][.][5][ENTER]. Come risultato si ottiene -2.5. In modalità RPN, inserire prima almeno una parte del numero, quindi premere il tasto [+/-] , ad esempio [2][.][5][+/-]. Come risultato si ottiene -2.5. Utilizzando la funzione [+/-] quando la riga di comando è vuota, la calcolatrice applicherà la funzione NEG (inversione di segno) all'oggetto contenuto nel primo livello dello stack.

Funzione inversa

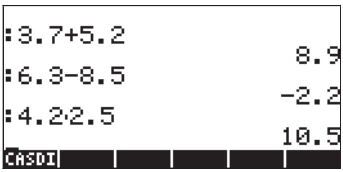
Utilizzare il tasto [1/x]. In modalità ALG, premere [1/x], seguito da un numero o un'espressione algebrica, ad esempio [1/x][2]. Come risultato si ottiene ½ oppure 0.5. In modalità RPN, inserire prima il numero, quindi premere il tasto, ad esempio [4][ENTER][1/x]. Come risultato si ottiene ¼ oppure 0.25.

Addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione

Utilizzare gli appositi tasti, ovvero [+] [−] [×] [÷]. In modalità ALG, inserire un operando, quindi un operatore, quindi un altro operando e premere [ENTER] per avere il risultato. Ad esempio:

[3][.][7] [+] [5][.][2] [ENTER]
[6][.][3] [−] [8][.][5] [ENTER]
[4][.][2] [×] [2][.][5] [ENTER]
[2][.][3] [÷] [4][.][5] [ENTER]

Le prime tre operazioni di cui sopra sono illustrate nella seguente schermata:



In modalità RPN, inserire gli operandi in successione, separati da [ENTER], quindi premere il tasto dell'operatore. Ad esempio:

[3][.][7][ENTER] [5][.][2] [+]
[6][.][3][ENTER] [8][.][5] [−]
[4][.][2][ENTER] [2][.][5] [×]
[2][.][3][ENTER] [4][.][5] [÷]

In alternativa, in modalità RPN, è possibile separare gli operandi con uno spazio (SPC) prima di premere il tasto dell'operatore. Ad esempio:

3 . 7 SPC 5 . 2 +
6 . 3 SPC 8 . 5 −
4 . 2 SPC 2 . 5 ×
2 . 3 SPC 4 . 5 ÷

Utilizzo delle parentesi

È possibile utilizzare le parentesi per raggruppare le operazioni e per racchiudere gli argomenti delle funzioni. Le parentesi si ottengono utilizzando la combinazione di tasti ← () . Le parentesi sono inserite sempre in coppia. Ad esempio, per calcolare (5+3.2)/(7-2.2):

In modalità ALG:
← () 5 + 3 . 2 ▶ ÷ ← () 7 − 2 . 2 ENTER

In modalità RPN l'utilizzo di parentesi non è necessario e il calcolo viene eseguito direttamente sullo stack:
5 ENTER 3 . 2 + 7 ENTER 2 . 2 − ÷

In modalità RPN, utilizzando le virgolette è possibile inserire l'espressione come in modalità algebrica:
' ← () 5 + 3 . 2 ▶ ÷
← () 7 − 2 . 2 ENTER EVAL

In entrambe le modalità (ALG e RPN), utilizzando l'Equation Writer:
→ EQW 5 + 3 . 2 ▶ ÷ 7 − 2 . 2

È possibile valutare l'espressione all'interno dell'Equation Writer, utilizzando:
▲ ▲ ▲ ▲ EVAL oppure, → ▲ EVAL

Funzione valore assoluto

La funzione ABS, valore assoluto, si ottiene premendo la combinazione di tasti: ← ABS . Utilizzando lo stack in modalità ALG, inserire la funzione prima dell'argomento, ad esempio, ← ABS +/- 2 . 3 2 ENTER

In modalità RPN, inserire prima il numero, quindi la funzione, ad esempio
2 . 3 2 +/- ← ABS

Quadrati e radici quadrate

La funzione SQ, quadrato, si ottiene premendo la combinazione di tasti: [↰] x^2 . Utilizzando lo stack in modalità ALG, inserire la funzione prima dell'argomento, ad esempio, [↰] x^2 [+/-] [2] [.] [3] [ENTER]

In modalità RPN, inserire prima il numero, poi la funzione, ad esempio

[2] [.] [3] [+/-] [↰] x^2

La funzione √, radice quadrata, si ottiene premendo il tasto R. Utilizzando lo stack in modalità ALG, inserire la funzione prima dell'argomento, ad esempio,

[√x] [1] [2] [3] [.] [4] [ENTER]

In modalità RPN, inserire prima il numero, quindi la funzione, ad esempio

[1] [2] [3] [.] [4] [√x]

Potenze e radici

La funzione ^, potenza, si ottiene premendo il tasto [y^x]. Utilizzando lo stack in modalità ALG, inserire la base (*y*), premere il tasto [y^x], quindi inserire l'esponente (*x*), ad esempio [5] [.] [2] [y^x] [1] [.] [2] [5]

In modalità RPN, inserire prima il numero, quindi la funzione, ad esempio

[5] [.] [2] [ENTER] [1] [.] [2] [5] [ENTER] [y^x]

La funzione radice XROOT (*y,x*), si ottiene premendo la combinazione di tasti [↱] $\sqrt[x]{y}$. Utilizzando lo stack in modalità ALG, inserire la funzione XROOT seguita dagli argomenti (*y,x*) separati da virgole, ad esempio,

[↱] $\sqrt[x]{y}$ [3] [↱] [,] [2] [7] [ENTER]

In modalità RPN, inserire prima l'argomento *y*, quindi *x*, e richiamare la funzione, ad esempio, [2] [7] [ENTER] [3] [ENTER] [↱] $\sqrt[x]{y}$

Logaritmi in base 10 ed elevamento a potenza

Per calcolare i logaritmi in base 10 si utilizza la combinazione di tasti [↱] LOG (funzione LOG) mentre per la funzione inversa (ALOG, antilogaritmo) si utilizza la combinazione di tasti [↰] 10^x . In modalità ALG, inserire la funzione prima dell'argomento:

[↱] LOG [2] [.] [4] [5] [ENTER]

[↰] 10^x [+/-] [2] [.] [3] [ENTER]

In modalità RPN, inserire l'argomento prima della funzione:

[2] [.] [4] [5] [ENTER] [↱] LOG

[2] [.] [3] [+/-] [ENTER] [↰] 10^x

Utilizzare l'elevamento a potenza per l'inserimento dati

L'elevamento a potenza, ad esempio numeri in notazione -4.5´ 10^{-2}, ecc., sono inseriti utilizzando il tasto EEX. Ad esempio, in modalità ALG:

+/- 4 • 5 EEX +/- 2 ENTER

Oppure in modalità RPN:

4 • 5 +/- EEX 2 +/- ENTER

Logaritmi naturali e funzione esponenziale

Per calcolare i logaritmi naturali (ovvero i logaritmi in base *e* = *2.7182818282*) si utilizza la combinazione di tasti ↱ LN (funzione LN), mentre per la funzione inversa (EXP, esponenziale) si utilizza la combinazione di tasti ↰ e^x . In modalità ALG, inserire la funzione prima dell'argomento:

↱ LN 2 • 4 5 ENTER
↰ e^x +/- 2 • 3 ENTER

In modalità RPN, inserire l'argomento prima della funzione:

2 • 4 5 ENTER ↱ LN
2 • 3 +/- ENTER ↰ e^x

Funzioni trigonometriche

Tre funzioni trigonometriche sono disponibili sulla tastiera: seno (SIN), coseno (COS) e tangente (TAN). Argomenti di tali funzioni sono gli angoli che è possibile inserire utilizzando un qualsiasi sistema di misura angolare (gradi sessagesimali, radianti, gradi centesimali). Ad esempio, selezionando l'opzione DEG, è possibile calcolare le seguenti funzioni trigonometriche:

In modalità ALG:

SIN 3 0 ENTER
COS 4 5 ENTER
TAN 1 3 5 ENTER

In modalità RPN:

3 0 ENTER SIN
4 5 ENTER COS
1 3 5 ENTER TAN

Funzioni trigonometriche inverse

Sulla tastiera sono disponibili le funzioni arcoseno (ASIN), arcocoseno (ACOS), e arcotangente (ATAN), premendo rispettivamente le combinazioni di tasti ↰ ASIN , ↰ ACOS , e ↰ ATAN . Le funzioni trigonometriche inverse rappresentano angoli, pertanto i risultati di tali funzioni saranno espressi nella

misura angolare selezionata (DEG, RAD, GRD).
Di seguito sono illustrati alcuni esempi:

In modalità ALG:

← ASIN 0 • 2 5 ENTER
← ACOS 0 • 8 5 ENTER
← ATAN 1 • 3 5 ENTER

In modalità RPN:

0 • 2 5 ENTER ← ASIN
0 • 8 5 ENTER ← ACOS
1 • 3 5 ENTER ← ATAN

È possibile combinare tutte le funzioni descritte sopra, ovvero, ABS, SQ,√,^, XROOT, LOG, ALOG, LN, EXP, SIN, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, con le operazioni fondamentali (+ − × ÷) per formare espressioni più complesse. L'Equation Writer, il cui funzionamento è descritto nel Capitolo 2, è l'ideale per la costruzione di tali espressioni, indipendentemente dalla modalità di funzionamento della calcolatrice.

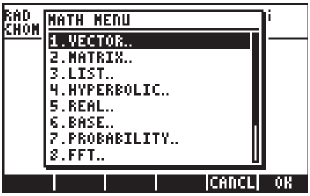
Differenze tra funzioni e operatori

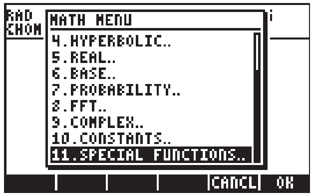
Funzioni come ABS, SQ, √, LOG, ALOG, LN, EXP, SIN, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN richiedono un unico argomento. Pertanto la loro applicazione in modalità ALG è immediata, ad esempio ABS(x). Alcune funzioni come XROOT vogliono due argomenti, ad esempio XROOT(x,y). Questa funzione è richiamata dalla sequenza di tasti → $\sqrt[x]{y}$.

Gli operatori, d'altra parte, sono posti dopo un unico argomento o tra due argomenti. L'operatore fattoriale (!), è posizionato dopo un numero, ad esempio 5 ALPHA → 2 ENTER . Poiché tale operatore vuole un unico argomento viene definito operatore unario. Gli operatori che vogliono due argomenti, come ad esempio + − × ÷ Y^x sono operatori binari, ad esempio, 3 × 5 oppure 4 Y^x 2.

Funzioni sui numeri reali nel menu MTH

Il menu MTH (MaTHematics) include alcune funzioni matematiche applicabili per la maggior parte ai numeri reali. Accedere al menu MTH utilizzando la combinazione di tasti ← MTH . Con il flag di sistema 117 preimpostato su *CHOOSE boxes* (vedere Capitolo 2), il menu MTH avrà l'aspetto dell'elenco seguente:





Dato il grande numero di funzioni matematiche disponibili, il menu MTH è ordinato per tipo di oggetto al quale è possibile applicare la funzione. Ad esempio, le opzioni *1. VECTOR…*, *2. MATRIX…* e *3. LIST…* si applicano a vettori, matrici ed elenchi e saranno approfondite nei capitoli seguenti. Le opzioni *4. HYPERBOLIC…* e *5. REAL…* si applicano ai numeri reali e saranno trattate nel presente capitolo. L'opzione *6. BASE…* è utilizzata per convertire i numeri nelle diverse basi e sarà trattata in un altro capitolo. L'opzione *7. PROBABILITY…* è utilizzata per le applicazioni di calcolo delle probabilità e sarà trattata in uno dei prossimi capitoli. L'opzione *8. FFT…* (Fast Fourier Transform – trasformata di Fourier veloce) è un'applicazione di elaborazione dei segnali e sarà trattata in un altro capitolo. L'opzione *9. COMPLEX…* contiene le funzioni da utilizzare con i numeri complessi e sarà trattata nel prossimo capitolo. L'opzione *10. CONSTANTS* dà accesso alle costanti nella calcolatrice. Questa opzione sarà trattata più avanti nel presente capitolo. Infine, l'opzione *11. SPECIAL FUNCTIONS…* include funzioni matematiche avanzate che saranno presentate più avanti nel presente capitolo.

Generalmente, per applicare una di queste funzioni, è necessario essere a conoscenza del numero e dell'ordine di inserimento degli argomenti richiesti e tenere a mente che in modalità ALG è necessario prima selezionare la funzione e poi inserire gli argomenti mentre in modalità RPN è necessario prima inserire gli argomenti nello stack, quindi selezionare la funzione.

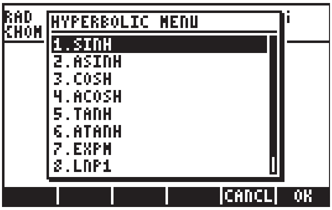
Utilizzo dei menu della calcolatrice:

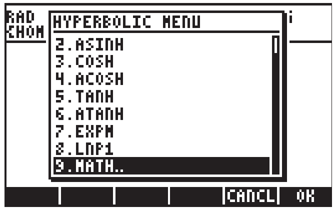
1. Poiché il funzionamento delle funzioni *MTH* e di altri menu della calcolatrice è simile, nel presente capitolo sarà descritto nei particolari l'utilizzo dell'opzione *4. HYPERBOLIC…* con l'intento di dare una descrizione generalizzata del funzionamento dei menu della calcolatrice. Prestare particolare attenzione al processo di selezione delle diverse opzioni.

2. Per selezionare velocemente una delle voci numerate del menu (o riquadro di SELEZIONE), è sufficiente premere sulla tastiera il numero corrispondente alla voce stessa. Ad esempio, per selezionare l'opzione *4. HYPERBOLIC…* del menu MTH, è sufficiente premere 4.

Funzioni iperboliche e funzioni iperboliche inverse

Selezionando l'opzione *4. HYPERBOLIC…* , nel menu *MTH* e premendo OK, appare il menu funzioni iperboliche:





Le funzioni iperboliche sono:

Seno iperbolico, SINH, e il suo inverso, ASINH o $\sinh^{-1}$

Coseno iperbolico, COSH, e il suo inverso, ACOSH o $\cosh^{-1}$

Tangente iperbolica, TANH, e il suo inverso, ATANH o $\tanh^{-1}$

Il menu contiene anche le funzioni:

$$\text{EXPM}(x) = \exp(x) - 1,$$

$$\text{LNP1}(x) = \ln(x+1).$$

Infine, l'opzione *9. MATH*, riporta l'utente al menu MTH.

Ad esempio, ecco la sequenza di tasti per calcolare *tanh(2.5)* in modalità ALG:

← MTH	Selezionare il menu *MTH*
4 OK	Selezionare l'opzione *4. HYPERBOLIC…*
5 OK	Selezionare la funzione *5. TANH*
2 . 5 ENTER	Eseguire *tanh(2.5)*

Sul display sarà visualizzato:

In modalità RPN, la sequenza di tasti per eseguire il calcolo è la seguente:

2 . 5 ENTER	Inserire l'argomento nello stack
← MTH	Selezionare il menu *MTH*
4 OK	Selezionare l'opzione *4. HYPERBOLIC…*
5 OK	Selezionare la funzione *5. TANH*

Il risultato sarà:

Le operazioni illustrate sopra partono dal presupposto che l'utente utilizzi l'impostazione predefinita per il flag di sistema 117 *(CHOOSE boxes).* Se l'impostazione di tale flag è stata cambiata (vedere Capitolo 2) in *SOFT menu*, il menu MTH sarà visualizzato sotto forma di etichette dei tasti FUNZIONE, come illustrato di seguito (a sinistra in modalità ALG, a destra in modalità RPN):

Premere NXT per visualizzare le opzioni rimanenti:

Nota: premendo ← PREV si ritornerà al primo gruppo di opzioni del menu *MTH*. Inoltre, utilizzando la combinazione di tasti → ▼ nello schermo saranno elencate tutte le funzioni del menu, ad esempio

Pertanto, con questo formato di menu, per selezionare il menu relativo alle funzioni iperboliche, premere HYP per ottenere:

Infine, per selezionare, ad esempio, la funzione tangente iperbolica (tanh), premere semplicemente TANH.

Nota: per visualizzare le opzioni aggiuntive in questi menu FUNZIONE, premere il tasto NXT oppure la sequenza di tasti ← PREV .

Ad esempio, per calcolare *tanh(2.5)*,in modalità ALG, utilizzando *menu FUNZIONE (SOFT menus)* invece di *riquadri di selezione (CHOOSE boxes)*, utilizzare la seguente procedura:

← MTH	Selezionare il menu *MTH*
HYP	Selezionare il menu *HYPERBOLIC…*
TANH	Selezionare la funzione *TANH*
2 . 5 ENTER	Eseguire *tanh(2.5)*

In modalità RPN, lo stesso valore è calcolato in questo modo:

2 . 5 ENTER	Inserire gli argomenti nello stack
← MTH	Selezionare il menu *MTH*
HYP	Selezionare il menu *HYPERBOLIC…*
TANH	Selezionare la funzione *TANH*

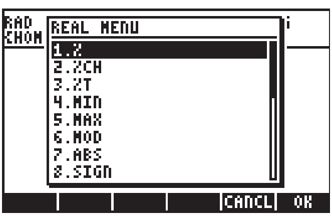
Come esercizio di utilizzo delle funzioni iperboliche, verificare i valori seguenti:

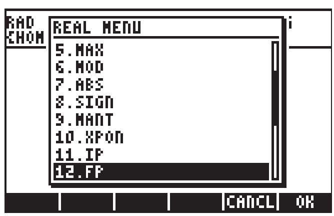
SINH (2.5) = 6.05020..	ASINH(2.0) = 1.4436…
COSH (2.5) = 6.13228..	ACOSH (2.0) = 1.3169…
TANH(2.5) = 0.98661..	ATANH(0.2) = 0.2027…
EXPM(2.0) = 6.38905….	LNP1(1.0) = 0.69314….

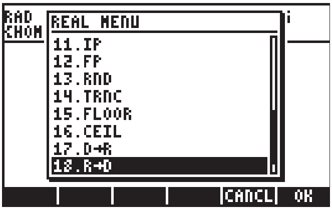
Si ricorda che è possibile applicare la procedura generica illustrata nella presente sezione per selezionare le opzioni di qualsiasi menu della calcolatrice.

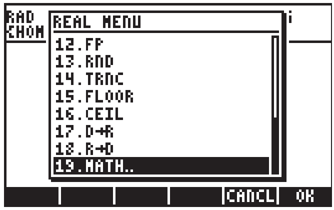
Funzioni relative ai numeri reali

Selezionando l'opzione *5. REAL…* nel menu MTH, con il flag di sistema 117 impostato su *CHOOSE boxes*, sarà visualizzato il seguente elenco:



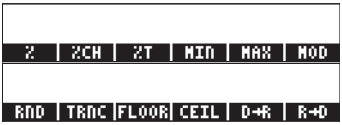






La voce *19. MATH…*, riporta l'utente al menu MTH. Le altre funzioni sono divise nei sei gruppi descritti in basso.

Se il flag si sistema 117 è impostato su *SOFT menus*, il menu di funzioni *REAL* avrà questo aspetto (nell'illustrazione viene utilizzata la modalità ALG. In modalità RPN sono disponibili gli stessi tasti FUNZIONE):



L'ultima voce, MTH, riporta l'utente al menu *MTH*.

Funzioni relative ai calcoli percentuali

Tali funzioni sono utilizzate per calcolare le percentuali e relativi valori, come segue:

% (y,x)	: calcola la percentuale x di y
%CH(y,x)	: calcola 100(y-x)/x, ovvero la variazione percentuale, la differenza tra due numeri.
%T(y,x)	: calcola 100 x/y, ovvero il totale percentuale, la parte del numero (y) rappresentata dal numero (x).

Tali funzioni vogliono due argomenti. Di seguito si illustra il calcolo di *%T(15,45)* ovvero il 15% di 45. Si presuppone che la calcolatrice sia impostata in modalità ALG e che il flag di sistema 117 sia impostato su *CHOOSE boxes*. Ecco la procedura:

← MTH	Selezionare il menu *MTH*
5 OK	Selezionare l'opzione *5. REAL…*
3 OK	Selezionare la funzione *5. %T*
1 5	Inserire il primo argomento
→ ,	Inserire una virgola per separare gli argomenti
4 5	Inserire il secondo argomento
ENTER	Calcolare la funzione

Di seguito è illustrato il risultato:

In modalità RPN, ricordare che l'argomento *y* viene posizionato al secondo livello dello stack, mentre l'argomento *x* viene posizionato al primo livello dello stack. Ciò significa che è necessario inserire prima l'argomento *x* e poi l'argomento *y* esattamente come in modalità ALG. Pertanto, il calcolo *%T(15,45*) in modalità RPN e con il flag di sistema 117 impostato su *CHOOSE boxes,* viene eseguito come segue*:*

1 5 ENTER	Inserire il primo argomento
4 5 ENTER	Inserire il secondo argomento
← MTH	Selezionare il menu *MTH*
5 OK	Selezionare l'opzione *5. REAL..*
3 OK	Selezionare la funzione *5. %T*

Nota: gli esercizi della presente sezione illustrano genericamente l'utilizzo delle funzioni della calcolatrice che richiedono due argomenti. L'utilizzo delle funzioni con tre o più argomenti può essere dedotto da tali esempi.

Come esercizio di utilizzo delle funzioni relative ai calcoli percentuali, verificare i valori seguenti: *%(5,20) = 1, %CH(22,25) = 13.6363.., %T(500,20) = 4*

Minimo e massimo

Utilizzare tali funzioni per determinare il valore minimo e massimo tra due argomenti.

MIN(x,y) : valore minimo tra x e y

MAX(x,y) : valore massimo tra x e y

Come esercizio verificare che *MIN(-2,2) = -2, MAX(-2,2) = 2*

Modulo

MOD: y mod x = resto della divisione y/x. Ad esempio, se x e y sono numeri interi, y/x = d + r/x, dove d = quoziente, r = resto. In questo caso, r = y mod x.

MOD non è una funzione, ma piuttosto un operatore. In modalità ALG, ad esempio, l'utilizzo di MOD è `y MOD x`, e non `MOD(y,x)`. Pertanto, il funzionamento di MOD è simile al funzionamento di [+], [−], [×], [÷].

Come esercizio, verificare che *15 MOD 4 = 15 mod 4 = resto di 15/4 = 3*

Valore assoluto, segno, mantissa, esponente, parte intera e parte frazionaria

ABS(x) : calcola il valore assoluto, |x|

SIGN(x) : determina il segno di x, ad esempio -1, 0, oppure 1.

MANT(x) : determina la mantissa di un numero basato su $\log_{10}$.

XPON(x) : determina l'elevamento a potenza del numero

IP(x) : determina la parte intera di un numero reale

FP(x) : determina la parte frazionaria di un numero reale

Come esercizio, verificare che *ABS(-3) = |-3| = 3, SIGN(-5) = -1, MANT(2540) = 2.540, XPON(2540) = 3, IP(2.35) = 2, FP(2.35) = 0.35.*

Arrotondamento, troncamento, funzioni floor (arrotondamento all'intero minore) e ceiling (arrotondamento all'intero maggiore)

RND(x,y) : arrotonda y a x decimali

TRNC(x,y) : tronca y a x decimali

FLOOR(x) : calcola l'intero minore o uguale a x

CEIL(x) : calcola l'intero maggiore o uguale a x

Come esercizio, verificare che *RND(1.4567,2) = 1.46, TRNC(1.4567,2) = 1.45, FLOOR(2.3) = 2, CEIL(2,3) = 3*

Funzioni di conversione da radianti a gradi sessagesimali e da gradi sessagesimali a radianti

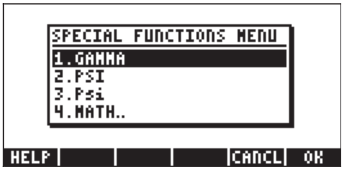
D→R (x) : converte i gradi sessagesimali in radianti

R→D (x) : converte i radianti in gradi sessagesimali

Come esercizio, verificare che *D→R(45) = 0.78539* (ad esempio, 45° = 0.78539^{rad}), *R→D(1.5) = 85.943669..* (ad esempio, 1.5^{rad} = 85.943669..°).

Funzioni speciali

L'opzione *11. Special functions…* del menu MTH include le seguenti funzioni:



GAMMA: Funzione Gamma $\Gamma(\alpha)$

PSI: Derivata ennesima della funzione digamma

Psi: Funzione digamma, derivata di ln (Gamma)

La funzione Gamma è definita da $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$. La funzione è utilizzata in applicazioni matematiche, scientifiche e ingegneristiche, nel calcolo delle probabilità e in statistica.

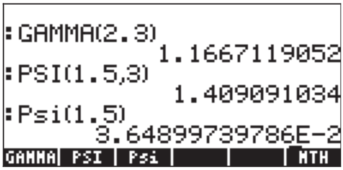
> Fattoriale di un numero
>
> Il fattoriale di un intero positivo *n* è definito come *n!=n ·(n-1)*x*(n-2) …3*x*2*x*1*, con *0! = 1*. La funzione fattoriale è disponibile nella calcolatrice utilizzando ALPHA ↱ 2. In entrambe le modalità operative (ALG e RPN) inserire il numero seguito dalla sequenza ALPHA ↱ 2. Ad esempio: 5 ALPHA ↱ 2 ENTER. La funzione Gamma, definita sopra, ha la seguente proprietà
>
> $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)\ \Gamma(\alpha-1)$, for $\alpha > 1$.
>
> Pertanto è possibile metterla in relazione con il fattoriale di un numero, ad esempio $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$, in caso "$\alpha$" sia un intero positivo. È anche possibile utilizzare la funzione fattoriale per calcolare la funzione Gamma e viceversa. Ad esempio, $\Gamma(5) = 4!$ oppure, 4 ALPHA ↱ 2 ENTER. La funzione fattoriale è disponibile nel menu MTH, all'opzione *7. PROBABILITY…*.

La funzione Psi, $\Psi(x,y)$, rappresenta la derivata y^esima della funzione digamma, ad esempio $\Psi(n,x) = \frac{d^n}{dx^n}\psi(x)$, dove $\Psi(x)$ è la funzione digamma o funzione Psi. In questa funzione, *y* deve essere un intero positivo.

La funzione Psi, $\Psi(x)$, o funzione digamma, è definita come $\psi(x) = \ln[\Gamma(x)]$.

Di seguito vengono riportati alcuni esempi dell'utilizzo delle funzioni speciali con entrambe le modalità operative (ALG e RPN). Come esercizio, verificare che *GAMMA(2.3) = 1.166711…*, *PSI(1.5,3) = 1.40909…*, e *Psi(1.5) = 3.64899739…E-2*.

Tali calcoli sono visualizzati nella seguente schermata:



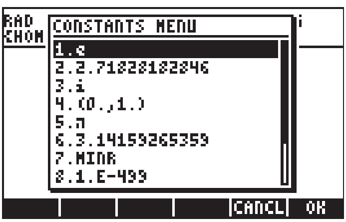
Costanti della calcolatrice

Di seguito sono elencate le costanti utilizzate dalla calcolatrice:

- *e*: base dei logaritmi naturali.
- *i*: unità immaginaria, $i^{i\ 2} = -1$.
- *π*: rapporto tra la circonferenza e il diametro di un cerchio.
- MINR: numero reale minimo utilizzabile dalla calcolatrice.
- MAXR: numero reale massimo utilizzabile dalla calcolatrice.

Per accedere a tali costanti, selezionare l'opzione *11. CONSTANTS…* del menu *MTH*,

Le costanti sono elencate come segue:



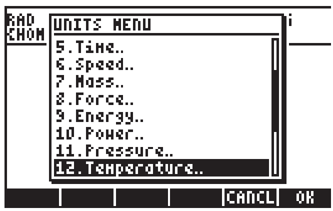
La selezione di una qualsiasi di queste opzioni inserirà nello stack il valore scelto, sia esso un simbolo (*e*, *i*, *π*, *MINR*, o *MAXR*) oppure un valore (*2.71…, (0,1), 3.14…, 1E-499, 9.99…E499*).
Notare che *e* è disponibile in tastiera come *exp(1)*, ad esempio, ← e^x 1 ENTER, in modalità ALG , oppure 1 ENTER ← e^x , in modalità RPN. Anche è disponibile direttamente in tastiera come ← π . Infine, *i* è disponibile premendo ← i .

Operazioni con le unità di misura

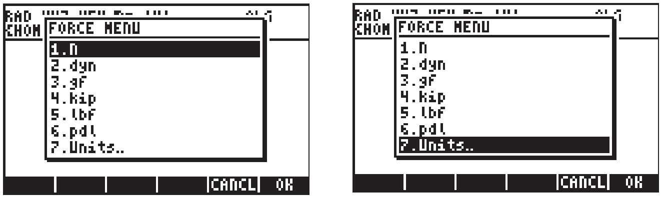
È possibile associare unità di misura ai numeri della calcolatrice. Pertanto è possibile calcolare risultati che utilizzino un sistema di misura coerente e produrre risultati con la corretta combinazione di unità.

Il menu UNITS

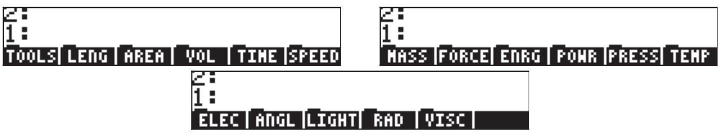
Il menu Units (Unità di misura) si apre con la combinazione di tasti → UNITS (associati al tasto 6). Con il flag di sistema 117 impostato su *CHOOSE boxes*, sarà visualizzato il seguente menu:



L'opzione *1. Tools…* contiene le funzioni utilizzate per operare sulle unità. Tale argomento sarà trattato in seguito. Le opzioni dalla *3. Length…* alla *17. Viscosity…* contengono i menu con un certo numero di unità per ciascuna delle quantità descritte. Ad esempio, selezionando l'opzione *8. Force…* sarà visualizzato il seguente menu Units:



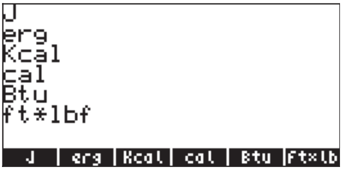
L'utente si ricorderà di tali unità di misura (alcune, come ad esempio la dina, oggigiorno non sono utilizzate molto spesso) dalle lezioni scolastiche di fisica: *N* = newton, *dyn* = dina, *gf* = grammo - forza (da distinguere dal grammo-massa, o grammo, unità di massa), *kip* = chilo-poundal (1000 libbre), *lbf* = libbra-forza (da distinguere dalla libbra-massa), *pdl* = poundal.
Per collegare un oggetto unità ad un numero, è necessario che il numero sia seguito da un carattere di sottolineatura. Pertanto, una forza di 5 N sarà inserita come 5_N.
Per l'esecuzione di lunghe operazioni con le unità di misura i tasti FUNZIONE forniscono una modalità più comoda di collegamento delle unità. Cambiare l'impostazione del flag di sistema 117 in SOFT menus (vedere Capitolo 1) e utilizzare la combinazione di tasti → UNITS per visualizzare i seguenti menu. Premere NXT per spostarsi alla pagina di menu successiva.



Premendo l'apposito tasto funzione si aprirà il sottomenu delle unità per quella particolare selezione. Ad esempio, per il sottomenu SPEED, sono disponibili le seguenti unità:

Premendo il tasto FUNZIONE UNITS si ritornerà al menu UNITS.

È possibile elencare tutte le etichette menu sul display utilizzando → ▼, ad esempio, per il gruppo di unità ENRG saranno elencate le seguenti etichette:



Nota: utilizzare il tasto NXT o la sequenza di tasti ↰ PREV per navigare tra i menu.

Unità di misura disponibili

Ecco una lista di unità di misura disponibili nel menu UNITS. Il simbolo dell'unità è seguito dal nome della stessa tra parentesi:

LUNGHEZZA
m (metro), cm (centimetro), mm (millimetro), yd (iarda), ft (piede), in (pollice), Mpc (Mega parsec), pc (parsec), lyr (anno luce), au (unità astronomica), km (chilometro), mi (miglio internazionale), nmi (miglio nautico), miUS (miglio terrestre), chain (chain), rd (pertica), fath (braccio), ftUS (survey foot), Mil (millesimo di pollice), μ (micron), Å (Angstrom), fermi (fermi)

AREA
m^2 (metro quadrato), cm^2 (centimetro quadrato), b (barn), yd^2 (iarda quadrata), ft^2 (piede quadrato), in^2 (pollice quadrato), km^2 (chilometro quadrato), ha (ettaro), a (ara), mi^2 (miglio quadrato), miUS^2 (miglio terrestre quadrato), acre (acro)

VOLUME
m^3 (metro cubo), st (stero), cm^3 (centimetro cubo), yd^3 (iarda cubica), ft^3 (piede cubo), in^3 (pollice cubo), l (litro), galUK (gallone imperiale), galC (gallone canadese), gal (gallone USA), qt (quarto di gallone), pt (pinta), ml (millilitro), cu (cup - tazza USA), ozfl (oncia liquida USA), ozUK (oncia liquida imperiale), tbsp (cucchiaio), tsp (cucchiaino), bbl (barile), bu (bushel), pk (peck), fbm (piede quadrato per tavole di spessore 1 pollice)

TEMPO
yr (anno), d (giorno), h (ora), min (minuto), s (secondo), Hz (hertz)

VELOCITÀ
m/s (metri al secondo), cm/s (centimetri al secondo), ft/s (piedi al secondo), kph (chilometri orari), mph (miglia orarie), knot (nodo - miglia nautiche orarie), c (velocità della luce), ga (accelerazione di gravità)

MASSA
kg (chilogrammo), g (grammo), Lb (libbra avoirdupois), oz (oncia), slug (slug), lbt (libbra Troy), ton (tonnellata USA – short ton), tonUK (tonnellata imperiale - long ton), t (tonnellata metrica), ozt (oncia Troy), ct (carato), grain (grano), u (unità di massa atomica), mol (mole)

FORZA
N (newton), dyn (dina), gf (grammo-forza), kip (chilolibbra-forza), lbf (libbra-forza), pdl (poundal)

ENERGIA
J (joule), erg (erg), Kcal (chilocaloria), Cal (caloria), Btu (btu internazionale), ft ×lbf (piede-libbra), therm (therm Comunità Europea), MeV (mega elettron-volt), eV (elettronvolt)

POTENZA

W (watt), hp (cavallo vapore),

PRESSIONE

Pa (pascal), atm (atmosfera), bar (bar), psi (libre per pollice quadrato), torr (torricelli), mmHg (millimetri di mercurio), inHg (pollici di mercurio), inH20 (pollici d'acqua),

TEMPERATURA

°C (gradi Celsius), °F (gradi Fahrenheit), K (Kelvin), °R (gradi Rankine),

CORRENTE ELETTRICA (Misure elettriche)

V (volt), A (ampere), C (coulomb), Ω (ohm), F (farad), W (watt), Fdy (faraday), H (henry), mho (mho), S (siemens), T (tesla), Wb (weber)

ANGOLI (misure planari e di angoli solidi)

° (grado sessagesimale), r (radiante), grad (grado), arcmin (minuto d'arco), arcs (secondo d'arco), sr (steradiante)

LUCE (Misura della illuminazione)
fc (footcandle), flam (footlambert), lx (lux), ph (fot), sb (stilb), lm (lumen), cd (candela), lam (lambert)

RADIAZIONE
Gy (gray), rad (rad), rem (rem), Sv (sievert), Bq (becquerel), Ci (curie), R (roentgen)

VISCOSITÀ

P (poise), St (stokes)

Unità di misura non in elenco
Le unità di misura non elencate nel menu Units, ma disponibili nella calcolatrice includono: gmol (grammo-mole), lbmol (libbra-mole), rpm (giri al minuto), dB (decibel). Tali unità di misura sono accessibili tramite il menu 117.02, visualizzabile utilizzando MENU(117.02) in modalità ALG, oppure 117.02 ENTER MENU in modalità RPN. Il menu sarà visualizzato sul display come segue (premere ↱ ▼ per visualizzare le etichette sul display):

Tali unità di misura sono accessibili anche tramite il tasto Catalog, ad esempio:

gmol:	↱ _CAT ALPHA ↰ G
lbmol:	↱ _CAT ALPHA ↰ L
rpm:	↱ _CAT ALPHA ↰ R
dB:	↱ _CAT ALPHA ↰ D

Conversione in unità di base
Per convertire una di queste unità in unità predefinite del sistema SI, utilizzare la funzione UBASE. Ad esempio, per trovare il valore di *1 poise* (unità di viscosità) nelle unità SI, procedere come indicato di seguito:

In modalità ALG, con il flag di sistema 117 impostato su *riquadri di SELEZIONE (CHOOSE boxes):*

UNITS	Selezionare il menu UNITS (UNITÀ)
OK	Selezionare il menu TOOLS (STRUMENTI)
▼ OK	Selezionare la funzione UBASE
1 _	Inserire 1 e il carattere di sottolineatura
UNITS	Selezionare il menu UNITS
▲ OK	Selezionare l'opzione VISCOSITY (VISCOSITÀ)
OK	Selezionare il menu UNITS
ENTER	Convertire le unità

In questo modo si otterrà la schermata seguente (ad esempio, *1 poise = 0.1 kg/(m·s)*):

In modalità RPN, con il flag di sistema 117 impostato su *riquadri di SELEZIONE*:

1	Inserire 1 (senza carattere di sottolineatura)
UNITS	Selezionare il menu UNITS
▲ OK	Selezionare l'opzione VISCOSITY
OK	Selezionare l'unità P (poise)
UNITS	Selezionare il menu UNITS
OK	Selezionare il menu TOOLS
▼ OK	Selezionare la funzione UBASE

In modalità ALG, con il flag di sistema 117 impostato su *menu FUNZIONE (SOFT menu)*:

UNITS	Selezionare il menu UNITS
TOOLS	Selezionare il menu TOOLS
UBASE	Selezionare la funzione UBASE
1 _	Inserire 1 e il carattere di sottolineatura
UNITS	Selezionare il menu UNITS
PREV VISC	Selezionare l'opzione VISCOSITY
P	Selezionare l'unità P (poise)
ENTER	Convertire le unità

In modalità RPN, con il flag di sistema 117 impostato su *menu FUNZIONE*:

1	Inserire 1 (senza sottolineare)
→ UNITS	Selezionare il menu UNITS
← PREV VISC	Selezionare l'opzione VISCOSITY
P	Selezionare l'unità P (poise)
→ UNITS	Selezionare il menu UNITS
TOOLS	Selezionare il menu TOOLS
UBASE	Selezionare la funzione UBASE

Associazione di unità a numeri

Per assegnare un oggetto unità a un numero, quest'ultimo deve essere seguito da un carattere di sottolineatura (→ _ , tasto (8,5)). In questo modo, una forza di 5 N sarà inserita come 5_N. Ecco la procedura da seguire per inserire tale numero in modalità ALG, con il flag di sistema 117 impostato su *riquadri di SELEZIONE*:

5 → _	Inserire il numero e il carattere di sottolineatura
→ UNITS	Accedere al menu UNITS
8 OK	Selezionare le unità di forza (*8. Force...*)
OK	Selezionare i Newton (*N*)
ENTER	Inserire la quantità con le unità nello stack

Apparirà una schermata simile alla seguente:

Nota: se si dimentica il carattere di sottolineatura, il risultato è l'espressione 5*N, dove N rappresenta il nome di una possibile variabile e non i Newton.

Per inserire la stessa quantità, con la calcolatrice in modalità RPN, utilizzare i seguenti tasti:

5	Inserire il numero (senza carattere di sottolineatura)
→ UNITS	Accedere al menu UNITS
8 OK	Selezionare le unità di forza (*8. Force...*)
OK	Selezionare i Newton (*N*)

Si noterà che il carattere di sottolineatura viene inserito automaticamente quando la modalità RPN è attiva. Apparirà quindi la seguente schermata:

Come indicato in precedenza, se il flag di sistema 117 è impostato su *menu FUNZIONE*, il menu UNITS verrà visualizzato sotto forma di etichette associate ai tasti funzione. Tale configurazione può risultare utile nell'esecuzione di operazioni complesse con le unità.

A seguire, vengono riportate le sequenze di tasti necessarie per inserire le unità quando l'opzione *menu FUNZIONE* è selezionata, in entrambe le modalità ALG e RPN. Ad esempio, in modalità ALG, per inserire la quantità 5_N utilizzare:

5 ↱ _	Inserire il numero e il carattere di sottolineatura
↱ UNITS	Accedere al menu UNITS
NXT FORCE	Selezionare le unità di forza
N	Selezionare i Newton (*N*)
ENTER	Inserire la quantità con le unità nello stack

Per inserire la stessa quantità in modalità RPN utilizzare i seguenti tasti:

5	Inserire il numero (senza carattere di sottolineatura)
↱ UNITS	Accedere al menu UNITS
NXT FORCE	Selezionare le unità di forza
N	Selezionare i Newton (*N*)

Nota: è possibile inserire una quantità con le relative unità digitando il carattere di sottolineatura e le unità con la tastiera ALPHA. Ad esempio, 5 ↱ _ ALPHA N darà il risultato: 5_N

Prefissi delle unità

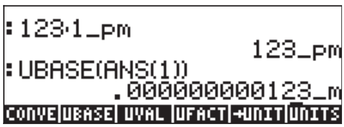
È possibile inserire i prefissi delle unità utilizzando la tabella di prefissi del sistema SI riportata di seguito.
L'abbreviazione del prefisso è seguita dal nome e dall'esponente x del fattore 10^x corrispondente a ciascun prefisso:

Prefisso	Nome	x	Prefisso	Nome	x
Y	yotta	+24	d	deci	-1
Z	zetta	+21	c	centi	-2
E	exa	+18	m	milli	-3
P	peta	+15	μ	micro	-6
T	tera	+12	n	nano	-9
G	giga	+9	p	pico	-12
M	mega	+6	f	femto	-15
k,K	kilo	+3	a	atto	-18
h,H	hecto	+2	z	zepto	-21
D(*)	deka	+1	y	yocto	-24

(*) Nel sistema SI, questo prefisso è *da* e non *D.* Tuttavia, nella calcolatrice, si utilizzerà D per deca.

Per inserire questi prefissi, è sufficiente digitare il prefisso utilizzando ALPHA della tastiera. Ad esempio, per inserire 123 pm (1 picometro), utilizzare la sequenza:
1 2 3 → _ ALPHA ← P ALPHA ← M

Utilizzando la funzione UBASE per convertire il numero in un'unità predefinita (1 m) si otterrà:

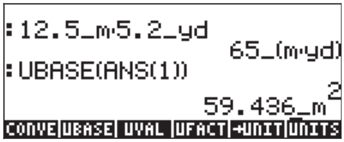


Operazioni con le unità

Dopo aver inserito una quantità e le relative unità nello stack, è possibile utilizzarla per eseguire operazioni come per numeri normali, con l'unica differenza che le quantità con unità non possono essere utilizzate come argomenti di funzioni (ad esempio SQ o SIN). Provando quindi a calcolare LN(10_m) apparirà il seguente messaggio di errore: *Error: Bad Argument Type (Errore: tipo argomento errato).*

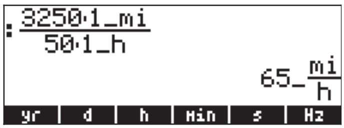
Ecco alcuni esempi di calcoli che si possono eseguire in modalità operativa ALG. Quando si moltiplicano o dividono quantità con unità, ricordarsi di racchiudere ogni quantità con le relative unità tra parentesi. Quindi per inserire, ad esempio, il prodotto 12.5m x 5.2_yd, digitare (12.5_m)*(5.2_yd) ENTER :

che dà 65_(m·yd). Per tornare ad unità del sistema SI, utilizzare la funzione UBASE:

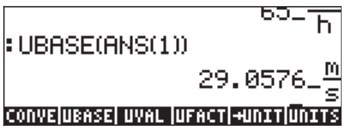


Nota: ricordarsi che è possibile accedere alla variabile ANS(1) attraverso la combinazione di tasti ← ANS (associata al tasto ENTER).

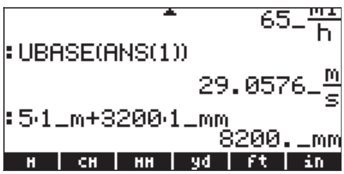
Per eseguire una divisione, ad esempio 3250 mi / 50 h, inserire (3250_mi)/(50_h) ENTER :



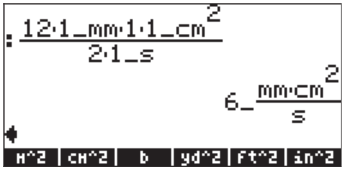
che, una volta trasformata in unità SI con la funzione UBASE, darà:



Le addizioni e le sottrazioni possono essere eseguite, in modalità ALG, senza utilizzare le parentesi; ad esempio, basterà inserire 5 m + 3200 mm come 5_m + 3200_mm ENTER :



Per eseguire espressioni più complesse, sarà necessario utilizzare le parentesi, ad esempio (12_mm)*(1_cm^2)/(2_s) ENTER :



Per eseguire calcoli con lo stack in modalità RPN, non è necessario racchiudere i diversi termini tra parentesi, ad esempio,

12_m ENTER 1.5_yd ENTER ×

3250_mi ENTER 50_h ENTER ÷

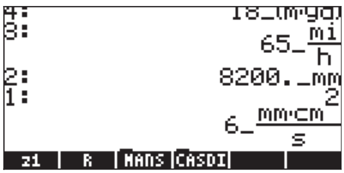
Queste operazioni danno il seguente risultato:

Provare ad eseguire anche le seguenti operazioni:

5_m ENTER 3200_mm ENTER +

12_mm ENTER 1_cm^2 ENTER × 2_s ENTER ÷

Queste ultime due operazioni danno il seguente risultato:



Nota: le unità non sono accettate nelle espressioni inserite con l'Equation Writer.

Strumenti di manipolazione delle unità

Il menu UNITS contiene un sottomenu che presenta le seguenti funzioni:

CONVERT(x,y): converte un oggetto unità x in unità di oggetto y
UBASE(x): converte un oggetto unità x in unità SI
UVAL(x): estrae il valore dall'oggetto unità x

UFACT(x,y): scompone in fattori un'unità y da un oggetto unità x
→UNIT(x,y): combina il valore di x con le unità di y

La funzione UBASE è stata descritta dettagliatamente in una sezione precedente del presente Capitolo. Per accedere a una di queste funzioni, fare riferimento agli esempi già riportati per la funzione UBASE. Come potrete notare, mentre la funzione UVAL necessita di un solo argomento, le funzioni CONVERT, UFACT e →UNIT necessitano di due argomenti.

Provare ad eseguire i seguenti esercizi: Il risultato sottoriportato è stato sviluppato in modalità ALG con il flag di sistema 117 impostato su *menu FUNZIONE*:

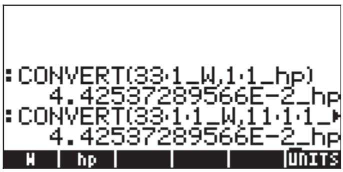
Esempi della funzione CONVERT

Questi esempi danno lo stesso risultato, ad esempio, per convertire 33 watt in btu

CONVERT(33_W,1_hp) `ENTER`

CONVERT(33_W,11_hp) `ENTER`

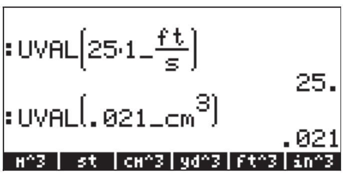
Tali operazioni vengono visualizzate sul display come:



Esempi della funzione UVAL:

UVAL(25_ft/s) `ENTER`

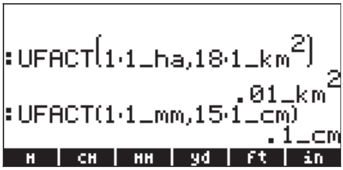
UVAL(0.021_cm^3) `ENTER`



Esempi della funzione UFACT

UFACT(1_ha,18_km^2) `ENTER`

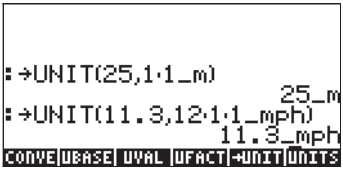
UFACT(1_mm,15.1_cm) `ENTER`



Esempi della funzione →UNIT

→UNIT(25,1_m) ENTER

→UNIT(11.3,1_mph) ENTER



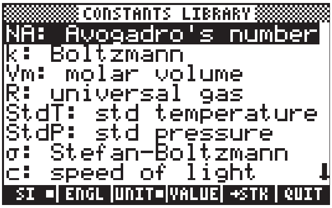
Costanti fisiche della calcolatrice

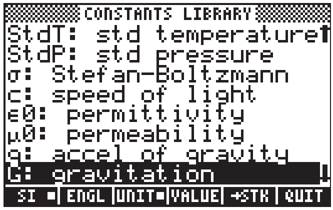
Dopo l'utilizzo delle unità, verranno ora presentate le costanti fisiche disponibili nella memoria della calcolatrice. Queste costanti fisiche sono contenute nella *Constants Library (Libreria di costanti)* attivata mediante il comando CONLIB. Per attivare questo comando, è sufficiente digitarlo nello stack:

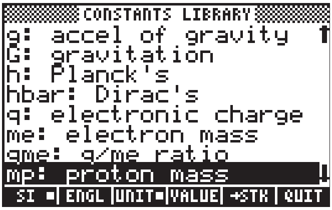
ALPHA ALPHA C O N L I B ALPHA ENTER

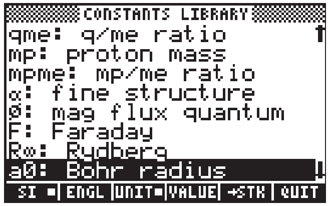
oppure è possibile selezionare il comando CONLIB utilizzando il comando Catalog, nella maniera seguente: Innanzitutto, attivare Catalog utilizzando: ↱ _CAT ALPHA C . Successivamente, utilizzare i tasti freccia su e giù ▲▼ per selezionare CONLIB. Infine, premere il tasto funzione F6 (OK). Premere ENTER, se necessario.

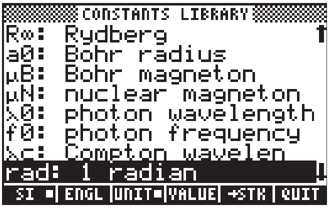
La schermata della libreria di costanti sarà simile alla seguente (utilizzare il tasto freccia giù per navigare nella libreria):

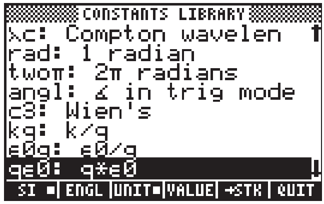


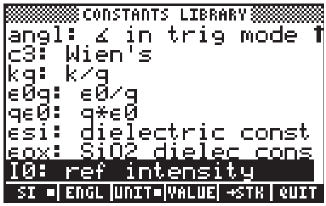












I tasti funzione corrispondenti alla schermata CONSTANTS LIBRARY includono le seguenti funzioni:

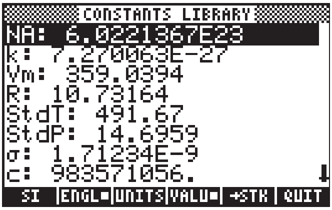
SI	quando è selezionata, i valori delle costanti vengono mostrati in unità SI
ENGL	quando è selezionata, i valori delle costanti vengono mostrati in unità inglesi (*)
UNIT	quando è selezionata, i valori delle costanti vengono mostrati con le unità collegate (*)
VALUE	quando è selezionata, i valori delle costanti vengono mostrati senza unità
→STK	copia il valore (con o senza unità) nello stack
QUIT	esce dalla libreria di costanti

(*) Attiva solamente se la funzione VALUE è attiva.

Ecco come si presenta la parte superiore della schermata CONSTANTS LIBRARY quando l'opzione VALUE è selezionata (unità del sistema SI):

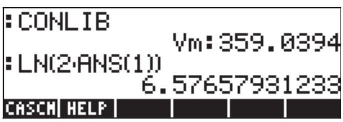
Per visualizzare i valori delle costanti nel sistema inglese (o imperiale), premere l'opzione ENGL ENGL:

Se si deseleziona l'opzione UNITS (premere UNITS) vengono visualizzati solo i valori (in questo caso sono selezionate le unità inglesi):



Per copiare il valore di Vm nello stack, selezionare il nome della variabile e premere !→STK, quindi premere QUIT. Impostando la calcolatrice su ALG, il display avrà il seguente aspetto:

Il display mostra quello che viene chiamato *tagged value*, `Vm:359.0394`. In questo caso, Vm è il *tag* di questo risultato. Qualsiasi operazione aritmetica che utilizzi questo numero ignorerà il tag. Provare, ad esempio:
→ LN 2 × ← ANS ENTER, che dà come risultato:



Per eseguire la stessa operazione in modalità RPN utilizzare la seguente sequenza di tasti (dopo aver estratto il valore di Vm dalla libreria di costanti):
2 ENTER × → LN

Funzioni speciali di fisica

Il menu 117, attivato mediante MENU(117) in modalità ALG, o 117 ENTER MENU in modalità RPN, viene visualizzato come segue (etichette elencate nel display utilizzando ↱ ▼):

La funzione comprende:

ZFACTOR: funzione del fattore Z di compressibilità dei gas

FANNING: fattore di attrito di Fanning per il flusso di fluidi

DARCY: fattore di attrito Darcy-Weisbach per il flusso di fluidi

F0λ: funzione del potere emissivo del corpo nero

SIDENS: densità intrinseca del silicio

TDELTA: funzione del delta di temperatura

In questa seconda pagina del menu (premere NXT) sono presenti le seguenti opzioni:

In questa pagina del menu, sono presenti una funzione (TINC) e un numero di unità descritte in una precedente sezione sulle unità di misura. La funzione desiderata è:

TINC: tcomando aumento di temperatura

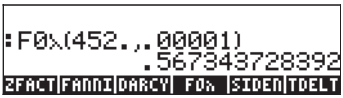
Fra tutte le funzioni disponibili in questo menu (menu UTILITY), ovvero, ZFACTOR, FANNING, DARCY, F0λ, SIDENS, TDELTA e TINC, le funzioni FANNING e DARCY sono descritte al Capitolo 6 nel contesto della risoluzione di equazioni per il flusso nei tubi. Le restanti funzioni sono descritte di seguito.

Funzione ZFACTOR

La funzione ZFACTOR calcola il fattore di correzione della compressibilità dei gas per il comportamento di gas idrocarburi non ideali. La funzione viene richiamata premendo ZFACTOR(x_T, y_P), dove x_T è la temperatura ridotta, ovvero il rapporto tra la temperatura reale e la temperatura pseudocritica e y_P è la pressione ridotta, ovvero il rapporto tra la pressione reale e la pressione pseudocritica. Il valore di x_T deve essere compreso tra 1.05 e 3.0, mentre il valore di y_P deve essere compreso tra 0 e 30. Esempio, in modalità ALG:

Funzione F0λ

La funzione F0 λ (T,λ) calcola la frazione (adimensionale) del potere emissivo totale di un corpo nero alla temperatura T compresa tra le lunghezze d'onda 0 e λ. Se non vi sono unità di misura collegate a T e a λ, è implicito che T è espresso in K e λ in m. Esempio, in modalità ALG:



Funzione SIDENS

La funzione SIDENS(T) calcola la densità del silicio (in unità di 1/cm^3) in funzione della temperatura T (T espressa in K), per T compreso tra 0 e 1685 K. Ad esempio,

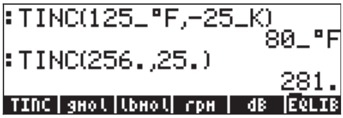
Funzione TDELTA

La funzione TDELTA(T_0,T_f) calcola l'incremento di temperatura T_f - T_0. Il risultato è restituito nelle stesse unità di misura di T_0, se presenti. In caso contrario, restituisce semplicemente la differenza numerica. Ad esempio,

Lo scopo di questa funzione è di facilitare il calcolo delle differenze di temperatura con temperature espresse in unità di misura diverse. In caso contrario, calcola semplicemente una sottrazione, ad esempio,

Funzione TINC

La funzione TINC(T_0,ΔT) calcola T_0+DT. Il funzionamento di questa funzione è simile a quello della funzione TDELTA nel senso che restituisce un risultato in unità di misura T_0. In caso contrario, restituisce una semplice addizione di valori, ad esempio,



Definizione e uso delle funzioni

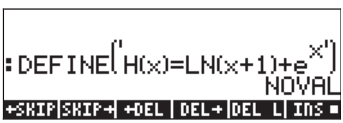
Gli utenti possono definire le proprie funzioni utilizzando il comando DEF disponibile mediante la sequenza di tasti ← DEF (associata al tasto 2). La funzione deve essere inserita nel seguente formato:

Nome_funzione(argomenti) = espressione_contenente_gli_argomenti

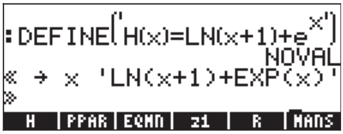
È possibile, ad esempio, definire una semplice funzione *H(x) = ln(x+1) + exp(-x)*. Si supponga di dover valutare questa funzione per diversi valori discreti e, pertanto, si vuole poterlo fare premendo un singolo tasto e ottenendo il risultato desiderato, senza dover digitare l'espressione sul lato destro per ogni valore separato. Nel seguente esempio, si presuma di aver impostato la calcolatrice in modalità ALG. Utilizzare la seguente sequenza di tasti:

← DEF ' ALPHA H ← () ALPHA ← X ▶ → =
→ LN ALPHA ← X + 1 ▶ + ← e^x ALPHA ← X ENTER

Si otterrà la seguente schermata:



Premere il tasto VAR, si noterà che è presente una nuova variabile nel tasto funzione (H). Per vedere il contenuto di questo variabile, premere ↱ H. Si otterrà il seguente risultato:



Pertanto, la variabile H contiene un programma definito da:

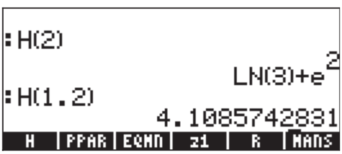
<< → x ‘LN(x+1) + EXP(x)’ >>

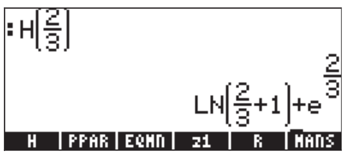
Questo è un programma semplice nel linguaggio di programmazione predefinito della calcolatrice. Questo linguaggio di programmazione è chiamato UserRPL. Il programma mostrato in precedenza è relativamente semplice e si compone di due parti, racchiuse tra i delimitatori « »:

- Input: → x → x
- Processo: ‘LN(x+1) + EXP(x) ‘

Questo deve essere interpretato come: inserire un valore che sia temporaneamente assegnato al nome ***x*** (definito come variabile locale), valutare l'espressione tra virgolette che contiene la variabile locale e visualizzare l'espressione valutata.

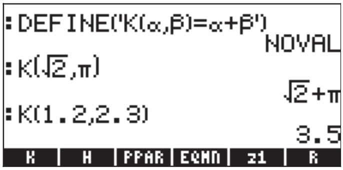
Per attivare la funzione in modalità ALG, digitare il nome della funzione seguito dall'argomento tra parentesi, ad esempio, H ↰ () 2 ENTER. Di seguito sono riportati alcuni esempi:





In modalità RPN, per attivare la funzione inserire prima l'argomento, quindi premere il tasto funzione corrispondente al nome della variabile H. Ad esempio, premere: 2 H. Gli altri esempi mostrati in precedenza possono essere inseriti utilizzando: 1 . 2 H , 2 ENTER 3 ÷ H .

Le funzioni possono avere più di 2 argomenti. Ad esempio, la schermata sottostante mostra la definizione della funzione $K(\alpha,\beta)=\alpha+\beta$, e la sua valutazione con gli argomenti $K(\sqrt{2},\pi)$, e $K(1.2,2.3)$:



Il contenuto della variabile K è: << → α β ‘α+β’ >>.

Funzioni definite da più di un'espressione

In questa sezione verrà esposto come trattare le funzioni che sono definite da due o più espressioni. Di seguito è riportato un esempio di tali funzioni:

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cdot x - 1, & x < 0 \\ x^2 - 1, & x > 0 \end{cases}$$

La funzione IFTE (IF-Then-Else) descrive tali funzioni.

Funzione IFTE

La funzione IFTE è scritta come IFTE(*condizione*, *operazione_se_vero*, *operazione_se_falso*). Se *la condizione* è vera, allora *l'operazione_se_vero* viene eseguita, altrimenti viene eseguita *l'operazione_se_falso* . In base a quanto sopra, è possibile scrivere 'f(x) = IFTE(x>0, x^2-1, 2*x-1)', per descrivere la funzione elencata in precedenza. La funzione IFTE è accessibile dalla funzione Catalog (→ _CAT). Il simbolo '>' (maggiore di) è disponibile come (associato al tasto 1/x). Per definire questo funzione in modalità ALG, utilizzare il comando: DEF(f(x) = IFTE(x>0, x^2-1, 2*x-1)) quindi, premere ENTER. In modalità RPN, digitare la definizione della funzione tra apostrofi:

‘f(x) = IFTE(x>0, x^2-1, 2*x-1)’

quindi premere ← DEF .

Premere VAR per tornare al menu delle variabili. La funzione **f** sarà disponibile nel menu funzione. Premere → **f** per visualizzare il programma ottenuto:

<< → x ‘IFTE(x>0, x^2-1, 2*x-1)’ >>

Per valutare la funzione in modalità ALG, digitare il nome della funzione, f, seguito dal numero per il quale si vuole valutare la funzione, ad esempio, f(2), quindi premere ENTER. In modalità RPN, inserire un numero e premere **f**. Verificare, ad esempio, che *f(2) = 3*, mentre *f(-2) = -5*.

Funzioni IFTE combinate

Per programmare una funzione più complessa come

$$g(x) = \begin{cases} -x, & x < -2 \\ x+1, & -2 \le x < 0 \\ x-1, & 0 \le x < 2 \\ x^2, & x \ge 2 \end{cases}$$

è possibile combinare più livelli della funzione IFTE, ad esempio,

‘g(x) = IFTE(x<-2, -x, IFTE(x<0, x+1, IFTE(x<2, x-1, x^2)))’,

Definire questa funzione con uno qualsiasi dei metodi precedentemente esposti e verificare che
g(-3) = 3, g(-1) = 0, g(1) = 0, g(3) = 9.

Capitolo 4
Calcoli con numeri complessi

Questo Capitolo tratta esempi di calcoli e di applicazioni delle funzioni ai numeri complessi.

Definizioni

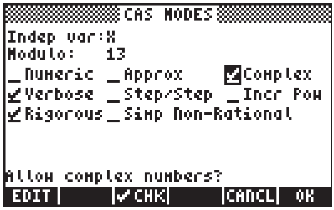
Un *numero complesso* è scritto come $z = x + iy$, dove x e y sono numeri reali e i è *l'unità immaginaria* definita da $i^2 = -1$. Il numero complesso $x+iy$ ha una *parte reale*, $x = Re(z)$, e una *parte immaginaria*, $y = Im(z)$. Si può pensare a un numero complesso come a un punto $P(x,y)$ in un piano x-y, con l'asse x denominato asse *reale* e l'asse y denominato asse *immaginario* .Pertanto, un numero complesso scritto nella forma $x+iy$ si dice rappresentato nella *"forma cartesiana*. Una rappresentazione cartesiana alternativa è la coppia ordinata $z = (x,y)$. Un numero complesso può essere rappresentato anche sotto forma di coordinate *polari* come in $z = re^{i\theta} = r\cdot\cos\theta + i\, r\cdot\sin\theta$, dove $r = |z|\ \sqrt{x^2+y^2}$ è il *modulo* del numero complesso z, e $\theta = Arg(z) = \arctan(y/x)$ è *l'argomento* del numero complesso z. La relazione tra la rappresentazione cartesiana e quella polare dei numeri complessi è data dalla *formula di Eulero*: $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$.. Il *complesso coniugato* di un numero complesso $z = x + iy = re^{i\theta}$, è $z = x - iy = re^{-i\theta}$. Il complesso coniugato di i può essere considerato come il simmetrico di z rispetto all'asse reale (x). Allo stesso modo, il *negativo* di z, $-z = -x-iy = -re^{i\theta}$, può essere considerato come il simmetrico di z rispetto all'origine.

Impostazione della calcolatrice in modalità COMPLEX

Quando si lavora con i numeri complessi è opportuno impostare la calcolatrice sulla modalità Complex, utilizzando la seguente sequenza di tasti:

MODE CAS ▼ ▼ ▶ ✓ CHK

La modalità Complex sarà selezionata se la schermata CAS MODES visualizza un segno di spunta accanto all'opzione _*Complex* , ovvero



Premere OK, due volte, per tornare allo stack.

Inserimento di numeri complessi

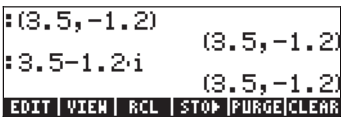
È possibile inserire i numeri complessi nella calcolatrice in una delle due rappresentazioni cartesiane, ossia *x+iy* o *(x,y)*. Il risultato verrà visualizzato nella calcolatrice sotto forma di coppia ordinata, ossia, *(x,y)*. Ad esempio, con la calcolatrice in modalità ALG, il numero complesso *(3.5,-1.2),* è inserito come:

↰ () 3 . 5 ↱ , +/- 1 . 2 ENTER

Un numero complesso può inoltre essere inserito nella forma *x+iy*. Ad esempio, in modalità ALG, *3.5-1.2i* è inserito come:

3 . 5 − 1 . 2 × ↰ i ENTER

Dopo aver inserito questi numeri complessi, viene visualizzata la seguente schermata:



In modalità RPN, questi numeri saranno inseriti utilizzando la seguente sequenza di tasti:

↰ () 3 . 5 ↱ , 1 . 2 +/- ENTER

(Si noti che il tasto per il cambio di segno viene premuto dopo l'inserimento del numero 1.2, nell'ordine opposto rispetto all'esercizio in modalità ALG).

In modalità RPN, il risultato sarà la seguente schermata:

Si noti che l'ultima opzione mostra un numero complesso nella forma *x+iy*. Questo in quanto il numero è stato inserito tra virgolette singole, notazione che rappresenta un'espressione algebrica. Per valutare questo numero, utilizzare il tasto EVAL (EVAL).

Una volta valutata l'espressione algebrica, tornare al numero complesso (3.5,1.2).

Rappresentazione polare di numero complesso

Il risultato mostrato in precedenza rappresenta una rappresentazione cartesiana (rettangolare) del numero complesso 3.5-1.2i. È possibile rappresentare il numero anche in forma polare, cambiando il sistema di coordinate in cilindriche o polari, mediante la funzione CYLIN. Tale funzione è accessibile all'interno di Catalog (→ CAT). Passando alla rappresentazione polare, il risultato viene visualizzato in modalità RPN:

Per questo risultato, la calcolatrice è impostata sulla notazione standard e la misura angolare è espressa in radianti (è sempre possibile passare alla misura in radianti utilizzando la funzione RAD). Il risultato mostrato in precedenza rappresenta un modulo di 3.7 e un angolo di 0.33029… Il simbolo dell'angolo (∠) è mostrato prima della misura dell'angolo.

Ritornare alle coordinate cartesiane o rettangolari utilizzando la funzione RECT (disponibile tramite il Catalog, → CAT). Un numero complesso in forma polare è scritto come $z = r\cdot e^{i}$. È possibile inserire questo numero complesso nella calcolatrice utilizzando un coppia ordinata della forma (r, ∠θ). Il simbolo dell'angolo (∠) può essere inserito premendo i tasti ALPHA → 6. Ad esempio, il numero complesso $z = 5.2e^{1.5i}$ può essere inserito come segue (le cifre mostrano lo stack, prima e dopo l'inserimento del numero):

Siccome il sistema di coordinate è impostato su rettangolare (o cartesiano), la calcolatrice converte automaticamente il numero inserito nelle coordinate cartesiane, ovvero, x = r cos θ, y = r sin θ, che in questo caso dà come risultato (0.3678…, 5.18…).

D'altra parte, se il sistema di coordinate è impostato su coordinate cilindriche, (utilizzare CYLIN) l'inserimento di un numero complesso (x,y), dove x e y sono numeri reali, avrà come risultato una rappresentazione polare. Ad esempio, con coordinate cilindriche, inserire il numero (3.,2.). La figura sottostante mostra lo stack RPN, prima e dopo l'inserimento di questo numero:

Operazioni semplici con i numeri complessi

I numeri complessi possono essere combinati utilizzando le quattro operazioni fondamentali (+ − × ÷). Il risultato segue le regole dell'algebra, ricordando però che $i^2 = -1$. Le operazioni con i numeri complessi sono simili a quelle con i numeri reali. Ad esempio, con la calcolatrice in modalità ALG e il CAS impostato su *Complex*, si provi la seguente somma: (3+5i) + (6-3i):

Si noti che le parti reali (3+6) e immaginarie (5-3) sono combinate assieme e il risultato è espresso come una coppia ordinata con parte reale 9 e parte immaginaria 2. Provare in proprio le seguenti operazioni:

(5-2i) - (3+4i) = (2,-6)
(3-i)·(2-4i) = (2,-14)
(5-2i)/(3+4i) = (0.28,-1.04)
1/(3+4i) = (0.12, -0.16)

Note:
Il prodotto di due numeri è rappresentato da: $(x_1+iy_1)(x_2+iy_2) = (x_1x_2 - y_1y_2) + i\,(x_1y_2 + x_2y_1)$.
La divisione di due numeri complessi si ottiene moltiplicando sia il numeratore che il denominatore per il complesso coniugato del denominatore:

$$\frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2} = \frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2}\cdot\frac{x_2-iy_2}{x_2-iy_2} = \frac{x_1x_2+y_1y_2}{x_2^2+y_2^2} + i\cdot\frac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2^2+y_2^2}$$

Pertanto, la funzione inverso INV (attivata mediante il tasto 1/x) è definita come

$$\frac{1}{x+iy} = \frac{1}{x+iy}\cdot\frac{x-iy}{x-iy} = \frac{x}{x^2+y^2} + i\cdot\frac{y}{x^2+y^2}$$

Cambio di segno di un numero complesso

Per cambiare di segno a un numero complesso è possibile utilizzare il tasto +/-, ad esempio, -(5-3i) = -5 + 3i

Inserimento dell'unità immaginaria

Per inserire il tipo di numero unità immaginaria: ← *i*

Si noti che il numero ***i*** è inserito come una coppia ordinata *(0,1)* se il CAS è impostato su APPROX. In modalità EXACT, l'unità immaginaria è inserita come *i*.

Altre operazioni

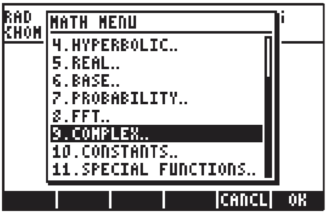
Le operazioni come modulo, argomento, parte reale e immaginaria e complesso coniugato sono disponibili mediante i menu CMPLX, descritti di seguito.

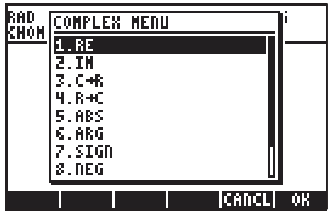
Menu CMPLX

Nella calcolatrice sono disponibili due menu CMPLX (da CoMPLeX numbers, numeri complessi). Uno è accessibile tramite il menu MTH (presentato nel Capitolo 3) e uno direttamente mediante la tastiera (→ CMPLX). Di seguito sono presentati i due menu CMPLX.

Menu CMPLX contenuto nel menu MTH

Presumendo che il flag di sistema 117 sia impostato su **CHOOSE boxes** (vedere il Capitolo 2), il sottomenu CMPLX all'interno del menu MTH è accessibile utilizzando: ← MTH 9 OK. La seguente serie di schermate illustra le varie fasi:





Il primo menu (opzioni dalla 1 alla 6) mostra le seguenti funzioni:

RE(z) : Parte reale di numero complesso

IM(z) : Parte immaginaria di numero complesso

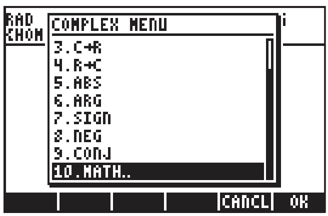
C→R(z) : Prende un numero complesso (x,y) e lo separa nelle sue parti reale e immaginaria

R→C(x,y) : Forma il numero complesso *(x,y)* a partire dai numeri reali x e y

ABS(z) : Calcola il modulo di un numero complesso o il valore assoluto di un numero reale.

ARG(z) : Calcola l'argomento di un numero complesso.

Le restanti opzioni (opzioni dalla 7 alla 10) sono le seguenti:



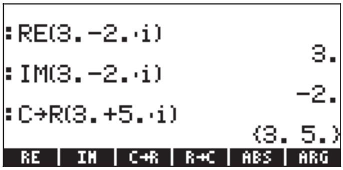
SIGN(z) : Calcola un numero complesso di modulo unitario z/|z|.

NEG : Cambia il segno di z

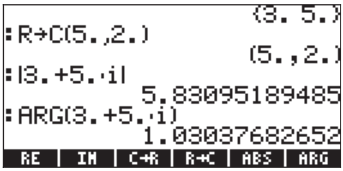
CONJ(z) : Genera il complesso coniugato di z

Di seguito sono presentati alcuni esempi di queste funzioni. Si ricorda che in modalità ALG, la funzione deve precedere l'argomento, mentre in modalità RPN, si inserisce prima l'argomento e quindi si seleziona la funzione. Si ricorda inoltre che è possibile visualizzare queste funzioni sotto forma di menu funzione modificando l'impostazione del flag di sistema 117 (vedere il Capitolo 3).

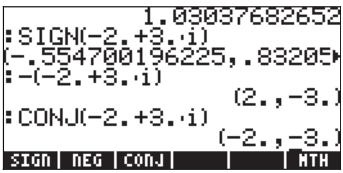
Questa prima schermata mostra le funzioni RE, IM e C→R. Si noti che l'ultima funzione restituisce un elenco {3. 5.} che rappresenta le componenti reale e immaginaria del numero complesso:



La seguente schermata mostra le funzioni R→C, ABS e ARG. Si noti che la funzione ABS restituisce |3.+5.·i|, la notazione del valore assoluto. Il risultato della funzione ARG, che rappresenta un angolo, sarà riportato nell'unità di misura angolare attualmente selezionata. In questo esempio, ARG(3.+5.·i) = 1.0303… è indicato in radianti.

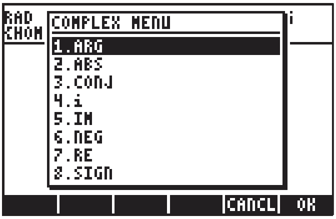


Nella schermata successiva verranno presentati esempi delle funzioni SIGN, NEG (visualizzata come segno negativo -) e CONJ.



Menu CMPLX richiamabile mediante tastiera

Un secondo menu CMPLX è accessibile utilizzando il tasto shift destro in combinazione col tasto [/] : [→] CMPLX . Con il flag di sistema 117 impostato su CHOOSE boxes (Riquadri di selezione), il menu CMPLX richiamabile mediante tastiera apre le seguenti schermate:

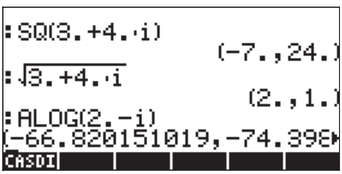


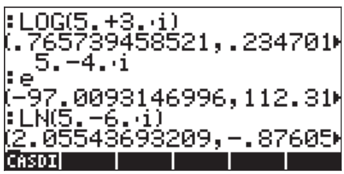
Il menu così ottenuto comprende alcune delle funzioni già presentate alla sezione precedente e precisamente ARG, ABS, CONJ, IM, NEG, RE e SIGN. Comprende inoltre la funzione *i* che produce lo stesso risultato della combinazione di tasti ← *i*, ovvero, l'inserimento dell'unità immaginaria ***i*** in un'espressione.

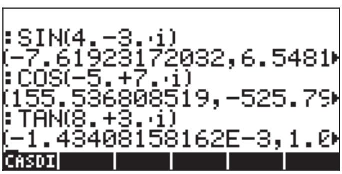
Il menu CMPLX richiamabile mediante tastiera è un'alternativa al menu CMPLX disponibile all'interno del menu MTH, contenente le funzioni di base legate ai numeri complessi. Fare pratica con gli esempi mostrati in precedenza utilizzando il menu CMPLX richiamabile mediante tastiera.

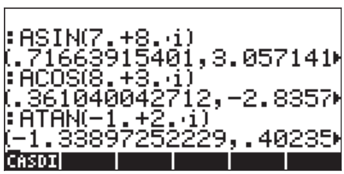
Funzioni applicate ai numeri complessi

Molte delle funzioni richiamabili mediante tastiera definite nel Capitolo 3 per i numeri reali, quali ad esempio, SQ, LN, e^x, LOG, 10^X, SIN, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, possono essere applicate ai numeri complessi. Il risultato è un altro numero complesso, come mostrato negli esempi seguenti. Per applicare queste funzioni, utilizzare la stessa procedura descritta per i numeri reali (vedere il Capitolo 3).





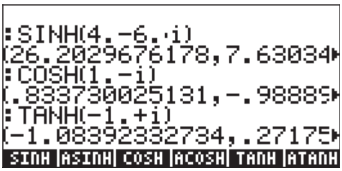


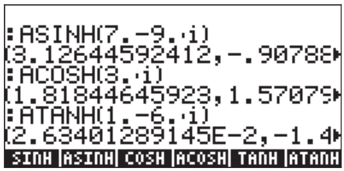


Nota: quando si utilizzano le funzioni trigonometriche e i rispettivi inversi con i numeri complessi, gli argomenti non sono più angoli. La misura angolare selezionata nella calcolatrice non influisce pertanto sul calcolo di queste funzioni con argomenti complessi. Per comprendere il modo in cui le funzioni trigonometriche e le altre funzioni sono definite per i numeri complessi, consultare un testo sulle variabili complesse.

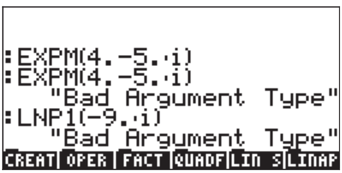
Funzioni del menu MTH

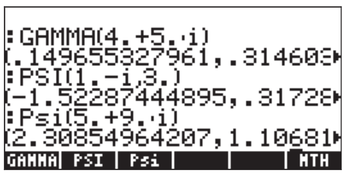
Le funzioni iperboliche e i rispettivi inversi, nonché le funzioni Gamma, PSI e Psi (funzioni speciali) sono state presentate e applicate ai numeri reali nel Capitolo 3. Tali funzioni possono essere applicate anche ai numeri complessi seguendo le procedure dettagliate nel Capitolo 3. Di seguito sono riportati alcuni esempi:





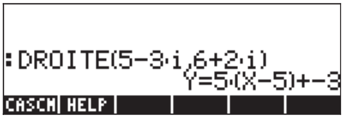
La seguente schermata mostra che le funzioni EXPM e LNP1 non si applicano ai numeri complessi. Tuttavia, le funzioni Gamma, PSI e Psi sono utilizzabili con i numeri complessi:





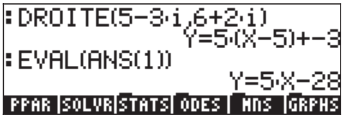
Funzione DROITE: equazione di una linea retta

La funzione DROITE utilizza come argomento due numeri complessi, ad esempio, x_1+iy_1 e x_2+iy_2, e restituisce l'equazione della linea retta, ad esempio, y = a+bx, che contiene i punti (x_1,y_1) e (x_2,y_2). Ad esempio, la linea tra i punti A(5,-3) e B(6,2) può essere trovata mediante il seguente calcolo (esempio in modalità algebrica):



La funzione DROITE è accessibile tramite il comando Catalog (↱ CAT).

L'uso di EVAL(ANS(1)) semplifica il risultato in:



Capitolo 5
Operazioni algebriche e aritmetiche

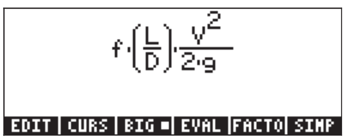
Per oggetto algebrico si intende qualsiasi numero, nome di variabile o espressione algebrica che possa essere manipolata, combinata o sulla quale sia possibile eseguire operazioni in base alle regole dell'algebra. Di seguito sono presentati alcuni esempi di oggetti algebrici:

- Un numero: 12.3, 15.2_m, ‘π’, ‘e’, ‘i’
- Un nome di variabile: ‘a’, ‘ux’, ‘width’, etc.
- Un'espressione: ‘p*D^2/4’,’f*(L/D)*(V^2/(2*g))’
- Un'equazione: ‘Q=(Cu/n)*A(y)*R(y)^(2/3)*So^0.5’

Inserimento di oggetti algebrici

Gli oggetti algebrici possono essere creati scrivendo l'oggetto tra virgolette singole direttamente nel livello di stack 1 o utilizzando l'Equation Writer ⟨→⟩ EQW. Ad esempio, per inserire l'oggetto algebrico '*D^2/4' direttamente nel livello di stack 1 premere: ⟨'⟩ ⟨←⟩ π ⟨×⟩ ⟨ALPHA⟩ ⟨D⟩ ⟨Y^x⟩ ⟨2⟩ ⟨÷⟩ ⟨4⟩ ⟨ENTER⟩. La schermata si presenterà come segue (modalità ALG sulla sinistra e modalità RPN sulla destra):

Un oggetto algebrico può inoltre essere costruito usando l'Equation Writer e quindi inviandolo allo stack. Il funzionamento dell'Equation Writer è stato descritto nel Capitolo 2. Come esercizio, costruire il seguente oggetto algebrico nell'Equation Writer:



Una volta costruito l'oggetto, premere per visualizzarlo nello stack (di seguito è mostrato il risultato in modalità ALG e RPN):

Operazioni semplici con gli oggetti algebrici

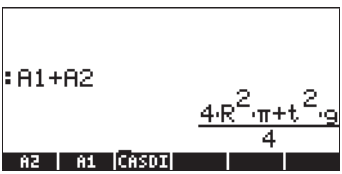
Gli oggetti algebrici possono essere aggiunti, sottratti, moltiplicati, divisi (ma non per zero) elevati a potenza utilizzati come argomenti per numerose funzioni standard (esponenziale, logaritmica, trigonometrica, iperbolica, ecc.) come qualsiasi numero reale o complesso. Per illustrare le operazioni di base con gli oggetti algebrici, creare una coppia di oggetti, ad esempio 'π*R^2' and 'g*t^2/4', e memorizzarla nelle variabili A1 e A2 (vedere il Capitolo 2 per informazioni su come creare le variabili e memorizzare in esse i valori). Di seguito è mostrata la sequenza di tasti necessaria per memorizzare le variabili A1 in modalità ALG: ' ← π × ALPHA R y^x 2 ▶ STO▶ ALPHA A 1 ENTER, che produce il seguente risultato:

La sequenza di tasti corrispondente per la modalità RPN è la seguente: ' ← π × ALPHA R y^x 2 ENTER ALPHA A 1 STO▶

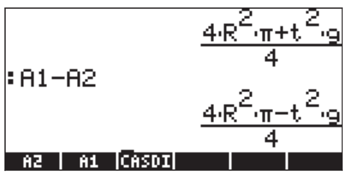
Dopo la memorizzazione della variabile A2 e dopo aver premuto il tasto, la schermata visualizzerà le variabili come segue:

In modalità ALG, la seguente sequenza di tasti visualizzerà il numero di operazioni con gli oggetti algebrici contenuti nelle variabili A1 e A2 (premere VAR per tornare al menu delle variabili):

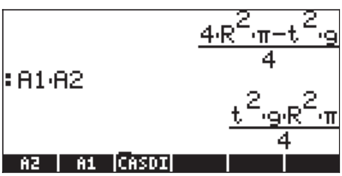
A1 + A2 ENTER



A1 − A2 ENTER

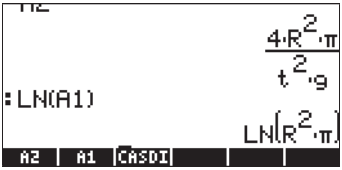


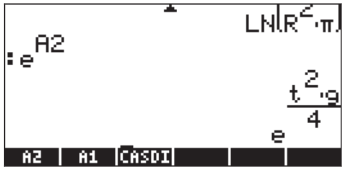
A1 × A2 ENTER



A1 ÷ A2 ENTER

[→] LN [A1] [←] e^x [A2]





Gli stessi risultati si ottengono in modalità RPN utilizzando la seguente sequenza di tasti:

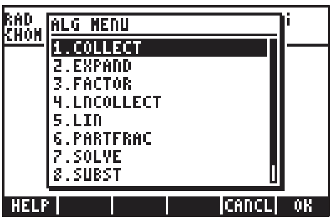
[A1] [A2] [+] [EVAL] [A1] [A2] [−] [EVAL]

[A1] [A2] [×] [EVAL] [A1] [A2] [÷] [EVAL]

[A1] [→] LN [EVAL] [A2] [←] e^x [EVAL]

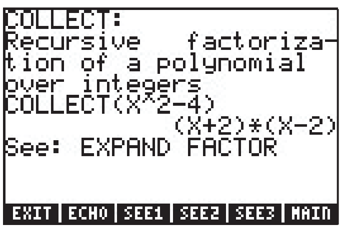
Funzioni nel menu ALG

Il menu ALG (Algebrico) è richiamato dalla sequenza di tasti [→] ALG (in combinazione con il tasto [4]). Con il flag di sistema 117 impostato su *CHOOSE boxes* (Riquadri di selezione), il menu ALG mostra le seguenti funzioni:



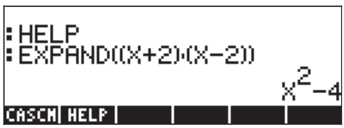
Al posto dell'elenco con la descrizione di ciascuna funzione del presente manuale, l'utente è invitato a fare riferimento alla descrizione disponibile usando l'opzione Help della calcolatrice: [TOOL] [NXT] [HELP] [ENTER]. Per individuare una particolare funzione, digitare la prima lettera della funzione. Ad esempio, per la funzione COLLECT digitare [ALPHA] [C], quindi utilizzare i tasti freccia su e giù, [▲] [▼], per selezionare COLLECT all'interno della finestra Help.

Per completare l'operazione, premere [OK]. Di seguito viene mostrata la schermata Help per la funzione COLLECT:



Si noti che, nella parte inferiore della schermata, la riga See: EXPAND FACTOR suggerisce dei collegamenti ad altri argomenti della guida Help, le funzioni EXPAND e FACTOR. Per spostarsi direttamente su queste voci, premere il tasto funzione SEE1 per EXPAND, e SEE2 per FACTOR. Premendo SEE1 ad esempio, verranno visualizzate le seguenti informazioni per EXPAND:

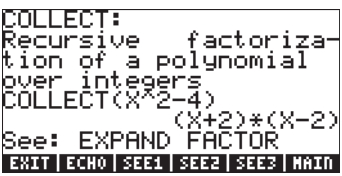
Opzione Help
La calcolatrice dispone di una guida in linea (Help), accessibile mediante TOOL NEXT CASCMD, che consente di trovare informazioni su tutti i comandi CAS. L'opzione Help non fornisce solo informazioni su ciascun comando, ma presenta anche un esempio applicativo. Questo esempio può essere copiato nello stack premendo il tasto funzione ECHO. Ad esempio, per la voce EXPAND mostrata in precedenza, premere il tasto funzione ECHO per copiare l'esempio seguente nello stack (premere ENTER per eseguire il comando):



Si consiglia all'utente di esplorare l'elenco di funzioni CAS disponibili. Di seguito sono presentati due esempi:

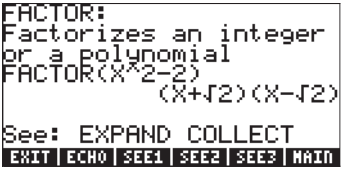
L'opzione Help visualizzerà le seguenti informazioni sui comandi:

COLLECT:

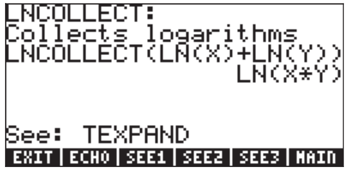


EXPAND:

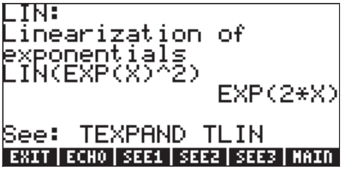
FACTOR:



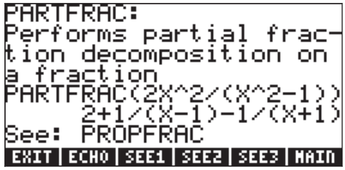
LNCOLLECT:



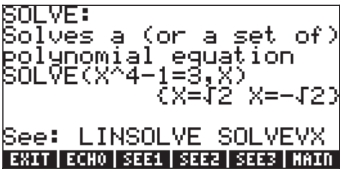
LIN:



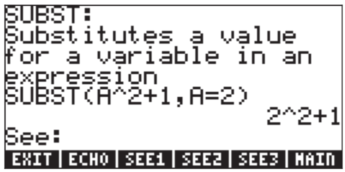
PARTFRAC:



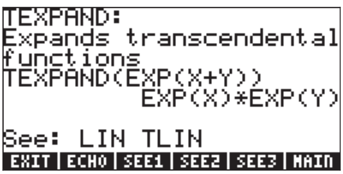
SOLVE:



SUBST:



TEXPAND:



Nota: si ricorda che per usare queste o qualsiasi altra funzione in modalità RPN, è necessario inserire prima l'argomento e poi la funzione. Ad esempio, l'esempio presentato per TEXPAND in modalità RPN verrà impostato come segue:

['] [←] e^x [+] [ALPHA] [X] [+] [ALPHA] [Y] [ENTER]

A questo punto, selezionare la funzione TEXPAND dal menu ALG (o direttamente da Catalog [→] CAT), per completare l'operazione.

Altre forme di sostituzione in espressioni algebriche

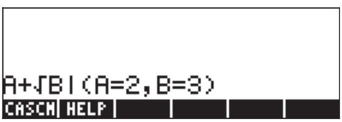
La funzione SUBST, mostrata in precedenza, è usata per sostituire una variabile in un'espressione. Una seconda forma di sostituzione può essere ottenuta utilizzando [↱] [|] (associato al tasto). Ad esempio, in modalità ALG, la seguente voce sostituirà il valore *x = 2* nell'espressione $x+x^2$. La figura a sinistra mostra come inserire l'espressione (il valore sostituito, x=2, deve essere tra parentesi) prima di premere [ENTER]. Una volta premuto il tasto [ENTER], il risultato è:

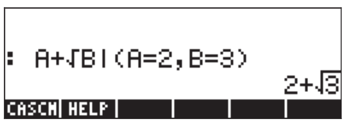
In modalità RPN, questo può essere realizzato inserendo prima l'espressione nella quale si eseguirà la sostituzione ($x+x^2$), seguita da un elenco (vedere il Capitolo 8) contenente la variabile di sostituzione, uno spazio e il valore da sostituire, ossia {x 2}. La fase finale consiste nel premere la combinazione di tasti: [↱] [|] .

La sequenza di tasti richiesta è la seguente:

['] [ALPHA] [↰] [X] [+] [ALPHA] [↰] [X] [Y^X] [2] [ENTER]
[↰] [{}] [ALPHA] [↰] [X] [SPC] [2] [ENTER] [↱] [|] [ENTER]

In modalità ALG, è possibile la sostituzione di più di una variabile, come mostrato nel seguente esempio (in figura, prima e dopo la pressione di [ENTER])

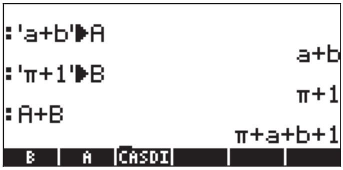




In modalità RPN, è inoltre possibile sostituire più di una variabile per volta, come mostrato nell'esempio sottostante. Richiamare la modalità RPN utilizzando un elenco di nomi di variabili e di valori da sostituire.

Un approccio diverso alla sostituzione consiste nel definire le espressioni da usare per la sostituzione nella calcolatrice e posizionare il nome delle variabili nell'espressione originale. Ad esempio, in modalità ALG, memorizzare le seguenti variabili:

Quindi, inserire l'espressione A+B:



L'ultima espressione inserita viene automaticamente valutata dopo la pressione del tasto [ENTER], producendo il risultato mostrato in precedenza.

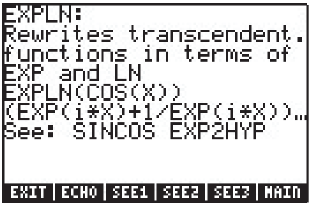
Operazioni con funzioni trascendenti

La calcolatrice dispone di numerose funzioni che possono essere usate per sostituire espressioni contenenti funzioni logaritmiche, esponenziali, trigonometriche e iperboliche in termini di identità trigonometriche o di funzioni esponenziali. I menu contenenti le funzioni per sostituire le funzioni trigonometriche sono richiamabili direttamente da tastiera premendo il tasto shift destro, seguito dal tasto 8, ossia, [↱] TRIG . La combinazione di questo tasto con il tasto shift sinistro, ossia, [↱] EXP&LN , apre un menu che consente di sostituire le espressioni in termini di funzioni esponenziale o logaritmo naturale. Nelle sezioni seguenti, tali menu verranno trattati con maggiore dettaglio.

Espansione e fattorizzazione utilizzando funzioni logaritmiche esponenziali

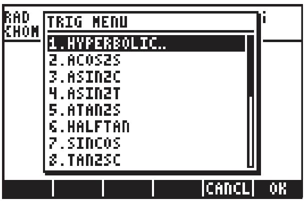
La pressione dei tasti [↰] EXP&LN richiama il seguente menu:

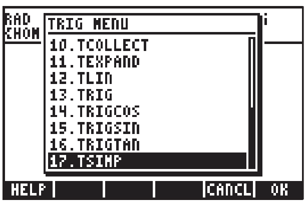
Informazioni ed esempi relativi a questi comandi sono disponibili nell'opzione Help della calcolatrice. Alcuni dei comandi elencati nel menu EXP&LN, quali LIN, LNCOLLECT e TEXPAND sono anche contenuti nel menu ALG presentato in precedenza. Le funzioni LNP1 e EXPM sono state presentate nel menu HYPERBOLIC, all'interno del menu MTH (vedere il Capitolo 2). La sola funzione restante è EXPLN. La sua descrizione è riportata sul lato sinistro, l'esempio della guida è mostrato sul lato destro:



Espansione e fattorizzazione utilizzando le funzioni trigonometriche

Il menu TRIG, attivato utilizzando ↱ TRIG , mostra le seguenti funzioni:





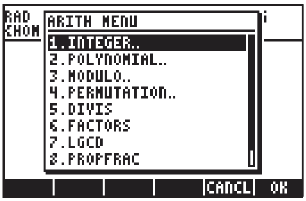
Tali funzioni consentono di semplificare le espressioni sostituendo alcune categorie di funzioni trigonometriche con altre. Ad esempio, la funzione ACOS2S consente di sostituire la funzione *arcocoseno* (acos(x)) con la sua espressione in termini di *arcoseno* (asin(x)).

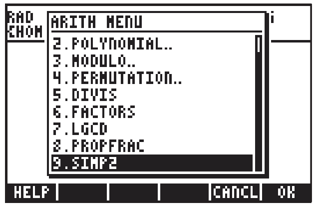
La descrizione di questi comandi ed esempi applicativi è disponibile nell'opzione Help nella calcolatrice (TOOL NXT HELP). L'utente è invitato a esplorare tale opzione per ottenere maggiori informazioni sui comandi del menu TRIG.

Si noti che il primo comando nel menu TRIG è il menu HYPERBOLIC, le cui funzioni sono state presentate nel Capitolo 2.

Funzioni del menu ARITHMETIC

Il menu ARITHMETIC contiene diversi sottomenu per applicazioni specifiche nella teoria dei numeri (numeri interi, polinomi, ecc.), nonché varie funzioni applicabili alle operazioni di aritmetica generale. Il menu ARITHMETIC è attivato mediante la combinazione di tasti ← ARITH (associata al tasto /). Con il flag di sistema 117 impostato su *CHOOSE boxes*, ← ARITH mostra il seguente menu:

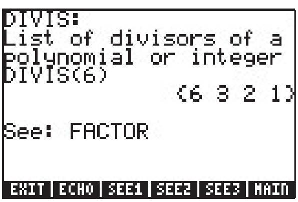




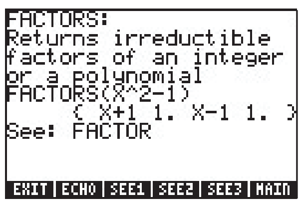
Di questo menu a elenco, le opzioni dalla 5 alla 9*(DIVIS, FACTORS, LGCD, PROPFRAC, SIMP2)* corrispondono alle funzioni comuni da applicare ai numeri interi o ai polinomi. Le restanti opzioni (*1. INTEGER*, *2. POLYNOMIAL*, *3. MODULO* e *4. PERMUTATION*) sono in realtà sottomenu di funzioni da applicare a oggetti matematici specifici. La distinzione tra i sottomenu (opzioni dalla 1 alla 4) e le funzioni semplici (opzioni dalla 5 alla 9) risulta più chiara quando il flag di sistema 117 è impostato su *SOFT menus* (menu FUNZIONE). Attivando il menu ARITHMETIC (← ARITH) con queste impostazioni si ottiene il seguente risultato:

Di seguito vengono presentate le voci dell'opzione Help per le funzioni delle opzioni dalla 5 alla 9 nel menu ARITHMETIC (TOOL NXT HELP):

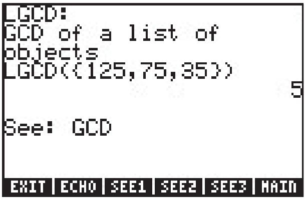
DIVIS:

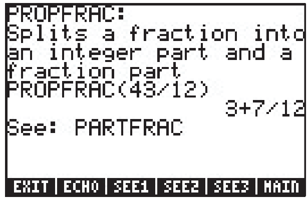


FACTORS:

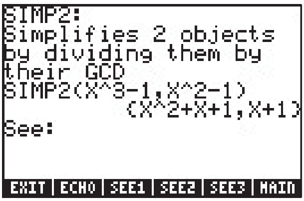


LGCD (Massimo comune denominatore):PROPFRAC (Frazione propria)





SIMP2:



Le funzioni associate ai sottomenu ARITHMETIC: INTEGER, POLYNOMIAL, MODULO e PERMUTATION sono le seguenti:

Menu INTEGER

EULER	Numero di interi < n, coprimi con n
IABCUV	Risolve au + bv = c, con a,b,c = interi
IBERNOULLI	n-esimo numero di Bernoulli
ICHINREM	Teorema cinese del resto per i numeri interi
IDIV2	Divisione euclidea di due numeri interi
IEGCD	Restituisce u,v, tale che au + bv = gcd(a,b)
IQUOT	Quoziente euclideo di due numeri interi
IREMAINDER	Resto euclideo di due numeri interi
ISPRIME?	Verifica se un intero è primo
NEXTPRIME	Numero primo successivo per un dato numero intero
PA2B2	Numero primo come norma al quadrato di un numero complesso
PREVPRIME	Numero primo precedente per un dato numero intero

Menu POLYNOMIAL

ABCUV	Equazione polinomiale di Bézout (au+bv=c)
CHINREM	Teorema cinese del resto per i polinomi
CYCLOTOMIC	n-esimo polinomio ciclotomico
DIV2	Divisione euclidea di due polinomi
EGDC	Restituisce u,v, dati iau+bv=gcd (a,b)

FACTOR	Fattorizza un numero intero o un polinomio
FCOEF	Genera una frazione date le radici e la molteplicità
FROOTS	Restituisce le radici e la molteplicità data una frazione
GCD	Massimo comune divisore di 2 numeri o polinomi
HERMITE	Polinomio di Hermite di grado n
HORNER	Metodo di Horner per la valutazione di un polinomio
LAGRANGE	Interpolazione polinomiale di Lagrange
LCM	Minimo comune multiplo di 2 numeri o polinomi
LEGENDRE	Polinomio di Legendre di grado n
PARTFRAC	Scomposizione in frazioni parziali di una data frazione
PCOEF	(voce mancante nell'opzione Help)
PTAYL	Restituisce Q(x-a) in Q(x-a) = P(x), polinomio di Taylor
QUOT	Quoziente euclideo di due polinomi
RESULTANT	Determinante della matrice di Sylvester di due polinomi
REMAINDER	Resto euclideo di due polinomi
STURM	Sequenze di Sturm per un polinomio
STURMAB	Segno all'estremo inferiore e numero di zeri tra estremi

Menu MODULO

ADDTMOD	Addiziona due espressioni modulo modulo corrente
DIVMOD	Divide 2 polinomi modulo modulo corrente
DIV2MOD	Divisione euclidea di due polinomi con coefficienti modulari
EXPANDMOD	Espande/semplifica un polinomio modulo modulo corrente
FACTORMOD	Fattorizza un polinomio modulo modulo corrente
GCDMOD	GCD di 2 polinomi modulo modulo corrente
INVMOD	inverso di un numero intero modulo modulo corrente
MOD	(nessuna voce disponibile nell'opzione Help)
MODSTO	Modifica le impostazioni del modulo in un valore specifico
MULTMOD	Moltiplicazione di due polinomi modulo modulo corrente
POWMOD	Elevamento di un polinomio a potenza modulo modulo corrente
SUBTMOD	Sottrazione di 2 polinomi modulo modulo corrente

Applicazioni del menu ARITHMETIC

Questa sezione presenta alcuni elementi di base necessari per l'applicazione delle funzioni del menu ARITHMETIC (ARITMETICA). Segue la presentazione delle definizioni relative a polinomi, frazioni polinomiali e aritmetica modulare. Gli esempi presentati di seguito prescindono dall'impostazione della calcolatrice (ALG o RPN)

Aritmetica modulare

Si consideri un sistema di calcolo di numeri interi che a ogni ciclo completato si azzera per poi ricominciare di nuovo, ad esempio le ore di un orologio. Un sistema di calcolo di questo tipo è detto *anello*. Il numero di interi utilizzato in un anello è finito e, pertanto, l'aritmetica basata su anelli è detta *aritmetica finita*. Dato un sistema di interi finiti formato dai numeri *0, 1, 2, 3, …, n-1, n, è possibile riferirsi a tale sistema* anche come *aritmetica modulare modulo n*. Nel caso delle ore di un orologio, il modulo è 12 (se, tuttavia, si applica l'aritmetica modulare alle ore di un orologio, diventa necessario utilizzare i numeri interi 0, 1, 2, 3, …, 10, 11, invece che 1, 2, 3,…,11, 12).

Operazioni di aritmetica modulare

L'addizione in aritmetica modulare modulo *n,* che è un intero positivo, segue la regola per la quale se *j* e *k* sono due numeri interi non negativi entrambi minori di *n*, e se *j+k≥ n,* allora *j+k* viene definito come *j+k-n*. Nel caso dell'orologio, ad esempio, per *n* = 12, 6+9 "=" 3. Per distinguere questa "uguaglianza" dalle uguaglianze dell'aritmetica infinita, invece del simbolo di uguale si utilizza il simbolo e la relazione tra i numeri è definita *congruenza* anziché uguaglianza. Secondo l'esempio precedente, perciò, si avrebbe *6+9 ≡ 3 (mod 12)* e l'espressione va letta come "*sei più nove congruo tre, modulo dodici*". Se i numeri rappresentano le ore dopo la mezzanotte, ad esempio, la congruenza 6+9 ≡ 3 (mod 12) può essere interpretata come "sei ore dopo la nona ora dopo la mezzanotte equivalgono a tre ore dopo mezzogiorno". Altre somme che possono essere definite nell'aritmetica modulo 12 sono: 2+5 ≡ 7 (mod 12); 2+10 ≡ 0 (mod 12); 7+5 ≡ 0 (mod 12); ecc.

La regola per la *sottrazione* è che se *j – k < 0*, allora *j-k* viene definito come *j-k+n*. Pertanto, *8-10 ≡ 2 (mod 12)* si leggerà "*otto meno dieci congruo due, modulo dodici*". Altri esempi di sottrazione nell'aritmetica modulo 12 sono 10-5 ≡ 5 (mod 12); 6-9 ≡ 9 (mod 12); 5 – 8 ≡ 9 (mod 12); 5 – 10 ≡ 7 (mod 12); ecc.

La *moltiplicazione* segue la regola che se *j·k > n*, per cui *j·k = m·n + r*, dove *m* ed *r* sono interi non negativi, entrambi minori di *n*, allora *j·k* ≡ *r* (mod *n*). Il risultato della moltiplicazione di *j* per *k* nell'aritmetica modulo *n* è, in sostanza, il resto intero di $j \cdot k/n$ in aritmetica infinita, se $j \cdot k>n$. Nell'aritmetica modulo 12, ad esempio, dati 7·3 = 21 = 12 + 9, (oppure 7·3/12 = 21/12 = 1 + 9/12, per cui il resto intero di 21/12 è 9). Ora è possibile scrivere 7·3 ≡ 9 (mod 12) e leggere l'ultimo risultato come "*sette per tre congruo nove, modulo dodici*".

L'operazione della *divisione* può essere definita in termini di moltiplicazione, come segue: $r/k \equiv j$ (mod *n*), se $j \cdot k \equiv r$ (mod *n*). Questo significa che *r* deve essere il resto di $j \cdot k/n$. Ad esempio, 9/7 ≡ 3 (mod 12) perché 7·3 ≡ 9 (mod 12). In aritmetica modulare alcune divisioni non sono consentite. Nell'aritmetica modulo 12, ad esempio, non è possibile definire 5/6 (mod 12) perché la tabella moltiplicativa del 6 non prevede il risultato 5 in aritmetica modulo 12. Tale tabella è riportata di seguito:

6*0 (mod 12)	0	6*6 (mod 12)	0
6*1 (mod 12)	6	6*7 (mod 12)	6
6*2 (mod 12)	0	6*8 (mod 12)	0
6*3 (mod 12)	6	6*9 (mod 12)	6
6*4 (mod 12)	0	6*10 (mod 12)	0
6*5 (mod 12)	6	6*11 (mod 12)	6

Definizione formale di un anello in aritmetica finita
L'espressione *a* ≡ *b (mod n)* viene interpretata come "*a congruo a b, modulo n*" e resta valida per *(b-a)* multiplo di *n*. In base a questa definizione, le regole aritmetiche si semplificano come segue:

Se $a \equiv b \pmod n$ Se $c \equiv d \pmod n$,

allora

$$a+c \equiv b+d \pmod n,$$

$$a-c \equiv b-d \pmod n,$$

$$a \times c \equiv b \times d \pmod n.$$

Per la divisione valgono le regole esposte in precedenza. Ad esempio, 17 ≡ 5 (mod 6) e 21 ≡ 3 (mod 6). In base a queste regole si può scrivere:

17 + 21 ≡ 5 + 3 (mod 6) => 38 ≡ 8 (mod 6) => 38 ≡ 2 (mod 6)

17 – 21 ≡ 5 - 3 (mod 6) => -4 ≡ 2 (mod 6)

17 × 21 ≡ 5 × 3 (mod 6) => 357 ≡ 15 (mod 6) => 357 ≡ 3 (mod 6)

Si noti che ogni volta che un risultato a destra del simbolo di "congruenza" è maggiore del modulo (in questo caso *n* = 6), è sempre possibile sottrarre dal risultato un multiplo del modulo e semplificarlo in un numero inferiore al modulo. Nel primo caso, perciò, il risultato *8 (mod 6)* può essere semplificato in *2 (mod 6)*, mentre il risultato del terzo caso, *15 (mod 6)*, può essere semplificato in *3 (mod 6)*. Complicato? No, se si usa la calcolatrice. La sezione successiva consente di capire come trattare gli anelli in aritmetica finita con la calcolatrice.

Anelli finiti con la calcolatrice

Le operazioni di aritmetica finita considerate finora hanno dato sempre risultati positivi. Il sistema aritmetico modulare della calcolatrice è impostato in modo che l'anello modulo n includa i numeri *-n/2+1, …,-1, 0, 1,…,n/2-1, n/2*, se n è pari e *-(n-1)/2, -(n-3)/2,…,-1,0,1,…,(n-3)/2, (n-1)/2* se n è dispari. Ad esempio, per n = 8 (pari), l'anello finito della calcolatrice include i numeri: (-3,-2,-1,0,1,3,4), mentre per n = 7 (dispari), l'anello finito corrispondente sulla calcolatrice è dato da (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3).

Aritmetica modulare con la calcolatrice

Per aprire il menu di aritmetica modulare nella calcolatrice, selezionare il sottomenu MODULO nel menu ARITHMETIC (⬅ ARITH). Il menu disponibile include le funzioni: ADDTMOD, DIVMOD, DIV2MOD, EXPANDMOD, FACTORMOD, GCDMOD, INVMOD, MOD, MODSTO, MULTMOD, POWMOD e SUBTMOD. Queste funzioni sono state descritte brevemente in una delle sezioni precedenti. Seguirà adesso la presentazione di alcune applicazioni di queste funzioni.

Impostazione del modulo (o MODULO)

La calcolatrice contiene una variabile denominata MODULO ubicata nella directory {HOME CASDIR} che memorizza la grandezza del modulo da utilizzare in aritmetica modulare.

Il valore predefinito di MODULO è 13. Per cambiarlo, è possibile memorizzare il valore nuovo direttamente nella variabile MODULO della sottodirectory {HOME CASDIR} oppure memorizzare un nuovo valore MODULO utilizzando la funzione MODSTO.

Operazioni di aritmetica modulare con numeri

Per aggiungere, sottrarre, moltiplicare, dividere ed elevare a potenza in aritmetica modulare, sono disponibili le funzioni ADDTMOD, SUBTMOD, MULTMOD, DIV2MOD e DIVMOD (per la divisione) e POWMOD. In modalità RPN è necessario inserire i due numeri su cui eseguire i calcoli, separati da [ENTER] o [SPC] e poi premere la corrispondente funzione di aritmetica modulare. Provare, ad esempio, ad eseguire le operazioni successive utilizzando un modulo 12:

Esempi di ADDTMOD

6+5 ≡ -1 (mod 12)	6+6 ≡ 0 (mod 12)	6+7 ≡ 1 (mod 12)
11+5 ≡ 4 (mod 12)	8+10 ≡ -6 (mod 12)	

Esempi di SUBTMOD

5 - 7 ≡ -2 (mod 12)	8 – 4 ≡ 4 (mod 12)	5 –10 ≡ -5 (mod 12)
11 – 8 ≡ 3 (mod 12)	8 - 12 ≡ -4 (mod 12)	

Esempi di MULTMOD

6·8 ≡ 0 (mod 12)	9·8 ≡ 0 (mod 12)	3·2 ≡ 6 (mod 12)
5·6 ≡ 6 (mod 12)	11·3 ≡ -3 (mod 12)	

Esempi di DIVMOD

12/3 ≡ 4 (mod 12)	12/8 (mod 12) non esiste
25/5 ≡ 5 (mod 12)	64/13 ≡ 4 (mod 12)
66/6 ≡ -1 (mod 12)	

Esempi di DIV2MOD

2/3 (mod 12) non esiste
26/12 (mod 12) non esiste
125/17 (mod 12) ½ 1 con resto = 0
68/7 ½ -4 (mod 12) con resto = 0
7/5 ½ -1 (mod 12) con resto = 0

Nota: DIVMOD dà il quoziente della divisione modulare j/k (mod n), mentre DIMV2MOD dà sia il quoziente che il resto della divisione modulare j/k (mod n).

Esempi di POWMOD

2^3≡ -4 (mod 12)	3^5≡ 3 (mod 12)	5^{10}≡ 1 (mod 12)
11^8 ≡ 1 (mod 12)	6^2 ≡ 0 (mod 12)	9^9 ≡ -3 (mod 12)

Nei precedenti esempi di operazioni di aritmetica modulare, sono stati utilizzati numeri che non appartenevano necessariamente all'anello, ovvero numeri come 66, 125, 17 ecc. La calcolatrice li converte in numeri appartenenti all'anello prima di procedere con il calcolo. La funzione EXPANDMOD consente di convertire qualsiasi numero in un numero appartenente all'anello. Ad esempio:

$$\text{EXPANDMOD}(125) \equiv 5 \pmod{12}$$
$$\text{EXPANDMOD}(17) \equiv 5 \pmod{12}$$
$$\text{EXPANDMOD}(6) \equiv 6 \pmod{12}$$

Inverso di un numero in aritmetica modulare

Dato un numero k appartenente a un anello finito modulo n, l'inverso di *k*, ovvero *1/k* (mod n), è un numero *j* tale che $j \cdot k \equiv 1$ (mod *n*). L'inverso di un numero può essere calcolato utilizzando la funzione INVMOD del sottomenu MODULO del menu ARITHMETIC. Ad esempio, in aritmetica modulo 12:

1/6 (mod 12) non esiste.
$1/7 \equiv -5$ (mod 12)
$1/11 \equiv -1$ (mod 12)
$1/5 \equiv 5$ (mod 12)
1/3 (mod 12) non esiste.

Operatore MOD

L'operatore MOD consente di calcolare il numero appartenente all'anello di un dato modulo, corrispondente a un dato numero intero. Su carta l'operazione si denota con *m* mod *n* = *p* e si legge "*m* modulo *n* uguale a *p*". Per calcolare, ad esempio, 15 mod 8, digitare:

- Modalità ALG: 1 5 MOD 8 ENTER
- Modalità RPN: 1 5 ENTER 8 ENTER MOD

Il risultato è 7, ovvero 15 mod 8 = 7. Provare a eseguire gli esercizi successivi:

18 mod 11 = 7   23 mod 2 =1   40 mod 13 = 1
23 mod 17 = 6   34 mod 6 = 4

Un'applicazione pratica della funzione MOD a fini di programmazione consiste nel determinare quando un numero intero è dispari e quando pari, in quanto *n* mod 2 = 0 se *n* è pari e *n* mod 2 = 1 se *n* è dispari. La funzione può essere utilizzata anche per determinare se un intero *m* è multiplo di un altro intero *n*; in questo caso, infatti, *m* mod *n* = 0.

Nota: per una descrizione e altri esempi di aritmetica modulare, fare riferimento alla guida della calcolatrice. Molte di queste funzioni possono essere applicate ai polinomi. Per informazioni sull'aritmetica modulare con i polinomi, consultare un manuale sulla teoria dei numeri.

Polinomi

I polinomi sono espressioni algebriche formate da uno o più termini e contenenti potenze decrescenti di una variabile data. Ad esempio, "X^3+2*X^2- 3*X+2" è un polinomio di terzo grado in X, mentre "SIN(X)^2-2" è un polinomio di secondo grado in SIN(X). In precedenza è stato presentato un elenco di funzioni correlate ai polinomi nel menu ARITHMETIC. Seguono alcune definizioni generali sui polinomi in cui *A(X), B(X), C(X), P(X), Q(X), U(X), V(X)* ecc. sono polinomi.

- Frazione polinomiale: frazione in cui numeratore e denominatore sono polinomi, ad esempio C(X) = A(X)/B(X)
- Radici o zeri di un polinomio: valori di X per cui P(X) = 0
- Poli di una frazione: radici del denominatore
- Molteplicità di radici o poli: numero di volte in cui ricorre una radice, ad es. $P(X) = (X+1)^2(X-3)$ ha per radici {-1, 3} con molteplicità {2,1}
- Polinomio ciclotomico ($P_n(X)$): polinomio di EULERO(*n*) le cui radici sono le *n-esime* radici primitive di unità, ad esempio $P_2(X) = X+1$, $P_4(X) = X^2+1$
- Equazione polinomiale di Bezout: A(X) U(X) + B(X)V(X) = C(X)

Seguono alcuni esempi specifici di applicazioni di dette funzioni.

Aritmetica modulare con polinomi

Analogamente all'anello finito per i numeri, definito in una sezione precedente, è possibile definire un anello finito per polinomi con un dato polinomio per modulo. È possibile, ad esempio, scrivere un determinato polinomio *P(X)* come $P(X) = X \ (mod\ X^2)$ oppure un altro polinomio *Q(X) = X + 1 (mod X-2).*

Un polinomio *P(X)* appartiene a un anello finito di modulo polinomiale *M(X),* se esiste un terzo polinomio *Q(X)* tale che *(P(X) - Q(X))* è un multiplo di *M(X).* Si può, pertanto, scrivere: *P(X) Q(X) (mod M(X)).* Quest'ultima espressione viene interpretata come "*P(X) congruo Q(X), modulo M(X)".*

Funzione CHINREM

CHINREM è l'abbreviazione di CHINese REMainder (teorema cinese del resto). L'operazione codificata in questo comando risolve un sistema di due congruenze utilizzando il teorema cinese del resto. Questo comando può essere utilizzato con i polinomi e con i numeri interi (funzione ICHINREM). I dati da inserire sono due vettori *[espressione_1, modulo_1] e [espressione_2, modulo_2]*. Il risultato è un vettore *che contiene [espressione_3, modulo_3]* in cui *modulo_3* è correlato al prodotto *(modulo_1)·(modulo_2)*. Esempio: CHINREM([X+1, X^2-1],[X+1,X^2]) = [X+1,-(X^4-X^2)]

Enunciato del teorema cinese del resto per gli interi
Siano $m_1, m_2,\ldots,m_r$ numeri naturali a due a due coprimi e $a_1, a_2, \ldots, a_r$ numeri interi, esiste un intero x che risolve contemporaneamente le congruenze: $x \equiv a_1$ (mod m1), $x \equiv a_2$ (mod m_2), …, $x \equiv a_r$ (mod m_r). Se, inoltre, $x = a$ è una soluzione, tutte le altre soluzioni sono congruenti a un modulo uguale al prodotto $m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots m_r$.

Funzione EGCD

EGCD è l'abbreviazione di Extended Greatest Common Divisor (massimo comune divisore esteso). Dati i due polinomi A(X) e B(X), la funzione EGCD restituisce i polinomi C(X), U(X) e V(X), tali che C(X) = U(X)*A(X) + V(X)*B(X). Ad esempio, per A(X) = X^2+1, B(X) = X^2-1, EGCD(A(X),B(X)) = {2, 1, -1}. ossia, 2 = 1*(X^2+1')-1*(X^2-1). Inoltre, EGCD('X^3-2*X+5','X') = { 5,1,-(X^2-2)}, cioè 5 = - (X^2-2)*X + 1*(X^3- 2*X+5).

Funzione GCD

La funzione GCD (Greatest Common Denominator, massimo comune denominatore) consente di ottenere il massimo comune denominatore di due polinomi oppure di due elenchi di polinomi di pari lunghezza. Prima di utilizzare GCD, i due polinomi, o elenchi di polinomi, vengono inseriti nei livelli 2 e 1 dello stack. I risultati saranno un polinomio o un elenco che rappresentano il massimo comune denominatore dei due polinomi o di ogni elenco di polinomi. Seguono alcuni esempi in modalità RPN, con la calcolatrice impostata in modalità Exact (Esatta):

'X^3-1' ENTER 'X^2-1' ENTER GCD dà come risultato: 'X-1'

{'X^2+2*X+1','X^3+X^2'} ENTER {'X^3+1','X^2+1'} ENTER GCD dà come risultato: {'X+1' 1}

Funzione HERMITE

La funzione HERMITE [HERMI] utilizza per argomento un numero intero, k, e restituisce il polinomio di Hermite di grado k. Un polinomio di Hermite, $He_k(x)$, è definito come:

$$He_0 = 1, \quad He_n(x) = (-1)^n e^{x^2/2} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2/2}), \quad n = 1,2,...$$

Una definizione alternativa dei polinomi di Hermite è

$$H_0{}^* = 1, \quad H_n{}^*(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2}), \quad n = 1,2,...$$

dove d^n/dx^n = derivata n-esima in x. Questa è la definizione utilizzata nella calcolatrice.

Esempi: I polinomi di Hermite di grado 3 e 5 sono dati da:

HERMITE(3) = ‘8*X^3-12*X’,

E HERMITE(5) = ‘32*x^5-160*X^3+120*X’.

Funzione HORNER

La funzione HORNER applica lo schema di Horner, ovvero la divisione sintetica, di un polinomio P(X) per il fattore (X-*a*). Per la funzione è necessario inserire il polinomio P(X) e il numero *a*. La funzione calcola il polinomio quoziente Q(X) che si ottiene dividendo P(X) per (X-*a*), il valore di *a* e il valore di P(*a*), in questa sequenza. In altre parole, P(X) = Q(X)(X-a)+P(a). Ad esempio: HORNER('X^3+2*X^2-3*X+1',2) = {'X^2+4*X+5', 2, 11}. Si può, pertanto, scrivere $X^3+2X^2-3X+1 = (X^2+4X+5)(X-2)+11$. Un altro esempio: HORNER('X^6-1',-5)= {'X^5-5*X^4+25*X^3-125*X^2+625*X-3125',-5, 15624} cioè, $X^6-1 = (X^5-5*X^4+25X^3-125X^2+625X-3125)(X+5)+15624$.

Variabile VX

Nella directory {HOME CASDIR} della calcolatrice esiste una variabile denominata VX che per impostazione predefinita assume il valore di "X". Questo è il nome della variabile indipendente preferita per le applicazioni algebriche e di calcolo. È, pertanto, consigliabile non utilizzare la variabile VX nei programmi o nelle equazioni, per non confonderla con la variabile CAS' VX. Se, ad esempio, è necessario utilizzare la componente x della velocità, si potranno utilizzare vx o Vx. Per ulteriori informazioni sulla variabile CAS, vedere l'Appendice C.

Funzione LAGRANGE

La funzione LAGRANGE richiede l'inserimento di una matrice con due righe ed ***n*** colonne. La matrice memorizza i punti di dati come $[[x_1,x_2, \ldots, x_n] [y_1, y_2, \ldots, y_n]]$. L'applicazione della funzione LAGRANGE restituisce il polinomio prodotto da

$$p_{n-1}(x) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\prod_{k=1,k\neq j}^{n}(x - x_k)}{\prod_{k=1,k\neq j}^{n}(x_j - x_k)} \cdot y_j.$$

Ad esempio, per n = 2 si scriverà:

$$p_1(x) = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \cdot y_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \cdot y_2 = \frac{(y_1 - y_2) \cdot x + (y_2 \cdot x_1 - y_1 \cdot x_2)}{x_1 - x_2}$$

Utilizzare la calcolatrice per verificare questo risultato:
LAGRANGE([[x1,x2],[y1,y2]]) = '((y1-y2)*X+(y2*x1-y1*x2))/(x1-x2)'.

Altri esempi: LAGRANGE([[1, 2, 3][2, 8, 15]]) = '(X^2+9*X-6)/2'
LAGRANGE([[0.5,1.5,2.5,3.5,4.5][12.2,13.5,19.2,27.3,32.5]]) =
'-(.1375*X^4+ -.766666666667*X^3+ - .74375*X^2 +
1.991666666667*X-12.92265625)'.

Nota: le matrici vengono introdotte nel Capitolo 10.

Funzione LCM

La funzione LCM (Least Common Multiple, minimo comune multiplo) calcola il minimo comune multiplo di due polinomi o di due elenchi di polinomi di pari lunghezza. Esempi:

LCM('2*X^2+4*X+2' ,'X^2-1') = '(2*X^2+4*X+2)*(X-1)'.
LCM('X^3-1','X^2+2*X') = '(X^3-1)*(X^2+2*X)'

Funzione LEGENDRE

Un polinomio di Legendre di grado n è una funzione polinomiale che risolve l'equazione differenziale: $(1-x^2)\cdot\frac{d^2y}{dx^2} - 2\cdot x\cdot\frac{dy}{dx} + n\cdot(n+1)\cdot y = 0$

Per ottenere il polinomio di Legendre di grado *n*, utilizzare LEGENDRE(*n*); ad esempio:

LEGENDRE(3) = '(5*X^3-3*X)/2'
LEGENDRE(5) = '(63*X ^5-70*X^3+15*X)/8'

Funzione PCOEF

Dato un array con le radici di un polinomio, la funzione PCOEF genera un array con i coefficienti del polinomio corrispondente. I coefficienti corrispondono al valore, in ordine decrescente, della variabile indipendente. Ad esempio: PCOEF([-2,-1,0,1,1,2]) = [1. -1. -5. 5. 4. -4. 0.] che rappresenta il polinomio $X^6-X^5-5X^4+5X^3+4X^2-4X$.

Funzione PROOT

Dato un array con i coefficienti di un polinomio, disposti in ordine decrescente, la funzione PROOT genera le radici del polinomio. Ad esempio, a partire da $X^2+5X-6=0$, PROOT([1, -5, 6]) = [2. 3.].

Funzione PTAYL

Dato un polinomio P(X) e un numero *a*, la funzione PTAYL consente di ottenere un'espressione Q(X-***a***) = P(X), ovvero di sviluppare un polinomio in potenze di (X- *a*). Questo polinomio è noto anche come polinomio di Taylor, da cui il nome della funzione PTAYL (Polinomio e TAYLor):

Ad esempio, PTAYL('X^3-2*X+2',2) = 'X^3+6*X^2+10*X+6'.

In realtà questo risultato va interpretato come segue

'(X-2) ^3+6*(X-2) ^2+10*(X-2) +6'.

Si esegua una verifica utilizzando la sostituzione: "X = x - 2". In questo modo si ritorna al polinomio originale, ma in termini di x minuscola invece che maiuscola.

Funzioni QUOT e REMAINDER

Le funzioni QUOT e REMAINDER (Resto) calcolano rispettivamente il quoziente Q(X) e il resto R(X) che risultano dalla divisione dei due polinomi $P_1(X)$ e $P_2(X)$. In altre parole, queste funzioni calcolano il valore di Q(X) ed R(X) a partire da $P_1(X)/P_2(X) = Q(X) + R(X)/P_2(X)$. Ad esempio:

QUOT(X^3-2*X+2, X-1) = X^2+X-1

REMAINDER(X^3-2*X+2, X-1) = 1.

È, pertanto, possibile scrivere: $(X^3-2X+2)/(X-1) = X^2+X-1 + 1/(X-1)$.

Nota: quest'ultimo risultato può essere ottenuto utilizzando PROPFRAC:
PROPFRAC('(X^3-2*X+2)/(X-1)') = 'X^2+X-1 + 1/(X-1)'.

Funzione EPSX0 e variabile CAS EPS

Nei libri di testo di matematica, la variabile ε (epsilon) viene di solito utilizzata per rappresentare un numero molto piccolo. La funzione CAS della calcolatrice crea una variabile EPS che quando si utilizza la funzione EPSX0 assume il valore predefinito di 0.0000000001 = 10^{-10}. Dopo avere creato la variabile EPS, il valore predefinito può essere anche modificato. Quando viene applicata a un polinomio, la funzione EPSX0 sostituisce con uno zero tutti i coefficienti il cui valore assoluto è minore di EPS. La funzione EPSX0 non è disponibile nel menu ARITHMETIC, ma è accessibile dalla funzione Catalog (N). Esempio:

EPSX0('X^3-1.2E-12*X^2+1.2E-6*X+6.2E-11)=
'X^3-0*X^2+.0000012*X+0'.

Con EVAL: 'X^3+.0000012*X'.

Funzione PEVAL

Le funzioni PEVAL (Polynomial EVALuation, valutazione del polinomio) possono essere utilizzate per valutare un polinomio $p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$, dato un array di coefficienti [$a_n, \cdot a_{n-1}, \ldots a_2, a_1, a_0$] e un valore di x_0. Il risultato è la valutazione $p(x_0)$. La funzione PEVAL non è disponibile nel menu ARITHMETIC, ma è accessibile dalla funzione Catalog (N). Esempio:

PEVAL([1,5,6,1],5) = 281.

Funzione TCHEBYCHEFF

La funzione TCHEBYCHEFF(*n*) genera il polinomio di Tchebycheff (o Chebyshev) della prima specie e di grado n, definito come $T_n(X) = cos(n \cdot arccos(X))$. Se l'intero n è negativo (n < 0), la funzione TCHEBYCHEFF(*n*) genera il polinomio di Tchebycheff della seconda specie e di grado n, definito come $T_n(X) = sin(n \cdot arccos(X))/sin(arccos(X))$. Esempi:

TCHEBYCHEFF(3) = 4*X^3-3*X

TCHEBYCHEFF(-3) = 4*X^2-1

Frazioni

Le frazioni possono essere sviluppate e scomposte in fattori primi utilizzando le funzioni EXPAND (ESPANDI) e FACTOR (FATTORE) dal menu ALG (‚x). Ad esempio:

EXPAND('(1+X)^3/((X-1)*(X+3))') = '(X^3+3*X^2+3*X+1)/(X^2+2*X-3)'
EXPAND('(X^2)*(X+Y)/(2*X-X^2)^2)') = '(X+Y)/(X^2-4*X+4)'
EXPAND('X*(X+Y)/(X^2-1)') = '(X^2+Y*X)/(X^2-1)'
EXPAND('4+2*(X-1)+3/((X-2)*(X+3))-5/X^2') =

'(2*X^5+4*X^4-10*X^3-14*X^2-5*X+30)/(X^4+X^3-6*X^2)'

FACTOR('(3*X^3-2*X^2)/(X^2-5*X+6)') = 'X^2*(3*X-2)/((X-2)*(X-3))'
FACTOR('(X^3-9*X)/(X^2-5*X+6)') = 'X*(X+3)/(X-2)'
FACTOR('(X^2-1)/(X^3*Y-Y)') = '(X+1)/((X^2+X+1)*Y)'

Funzione SIMP2

Le funzioni SIMP2 e PROPFRAC consentono di semplificare una frazione e ottenere una frazione propria. La funzione SIMP2 assume come argomenti due numeri o polinomi che rappresentano il numeratore e il denominatore di una frazione razionale e calcola il numeratore e il denominatore semplificati. Ad esempio: SIMP2('X^3-1','X^2-4*X+3') = { 'X^2+X+1','X-3'}.

Funzione PROPFRAC

La funzione PROPFRAC converte una frazione razionale in una frazione "propria", ovvero una parte intera aggiunta a una parte decimale, qualora sia possibile una scomposizione di questo tipo. Ad esempio:

PROPFRAC('5/4') = '1+1/4'
PROPFRAC('(x^2+1)/x^2') = '1+1/x^2'

Funzione PARTFRAC

La funzione PARTFRAC scompone una frazione razionale nelle frazioni parziali che producono la frazione originale. Ad esempio:

PARTFRAC('(2*X^6-14*X^5+29*X^4-37*X^3+41*X^2-16*X+5)/(X^5-7*X^4+11*X^3-7*X^2+10*X)') =

'2*X+(1/2/(X-2)+5/(X-5)+1/2/X+X/(X^2+1))'

Si tratta di una tecnica utile per il calcolo degli integrali (vedere il capitolo sul calcolo infinitesimale) delle frazioni razionali.

Se è attiva la modalità Complex (Complessa), si avrà il risultato:

'2*X+(1/2/(X+i)+1/2/(X-2)+5/(X-5)+1/2/X+1/2/(X-i))'

Funzione FCOEF

La funzione FCOEF consente di ottenere una frazione razionale a partire dalle radici e dai poli della frazione.

Nota: se una frazione razionale è espressa come F(X) = N(X)/D(X), le radici della frazione vengono calcolate risolvendo l'equazione N(X) = 0, mentre i poli vengono calcolati risolvendo l'equazione D(X) = 0.

Per la funzione è necessario inserire un vettore che elenchi le radici seguite dalla relativa molteplicità (ovvero il numero di volte per cui viene ripetuta una data radice) e i poli seguiti dalla rispettiva molteplicità, rappresentata come numero negativo. Se, ad esempio, si desidera creare una frazione con radici 2 con molteplicità 1, 0 con molteplicità 3 e -5 con molteplicità 2 e poli 1 con molteplicità 2 e -3 con molteplicità 5, utilizzare:

FCOEF([2, 1, 0, 3, –5, 2, 1, –2, –3, –5]) = '(X--5)^2*X^3*(X-2)/(X+3)^5*(X-1)^2'
Se si preme EVAL ← ANS ENTER (o semplicemente EVAL in modalità RPN) si ottiene:

'(X^6+8*X^5+5*X^4-50*X^3)/(X^7+13*X^6+61*X^5+105*X^4-45*X^3-297*X^2-81*X+243)'

Funzione FROOTS

La funzione FROOTS calcola le radici e i poli di una frazione. Se, ad esempio, si applica la funzione FROOTS al risultato precedente, si ottiene: [1 -2. -3 -5. 0 3. 2 1. -5 2.]. Il risultato indica i poli seguiti dalla molteplicità espressa come numero negativo e le radici seguite dalla rispettiva molteplicità espressa come numero positivo. In questo caso, i poli sono (1, -3) con molteplicità (2,5) rispettivamente e le radici sono (0, 2, -5) con molteplicità (3, 1, 2), rispettivamente.

Un altro esempio è: FROOTS('(X^2-5*X+6)/(X^5-X^2)')= [0 -2. 1 -1. 3 1. 2 1.]. per cui poli = 0 (2), 1(1) e le radici = 3(1), 2(1). Se è selezionata la modalità Complex, si otterrà il risultato:
[0 –2. 1 –1. – ((1+i*√3)/2) –1. – ((1–i*√3)/2) –1. 3 1. 2 1.].

Operazioni passo per passo con polinomi e frazioni

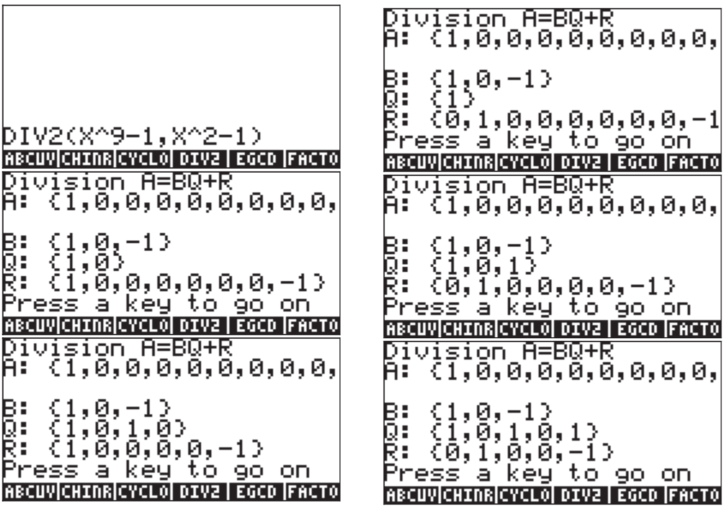
Se s'impostano le modalità CAS su Step/Step (Passo per passo), la calcolatrice visualizza le semplificazioni delle frazioni o le operazioni con i polinomi mediante delle procedure passo per passo. Si tratta di una opzione molto utile per conoscere i vari passi di una divisione sintetica. L'esempio della divisione

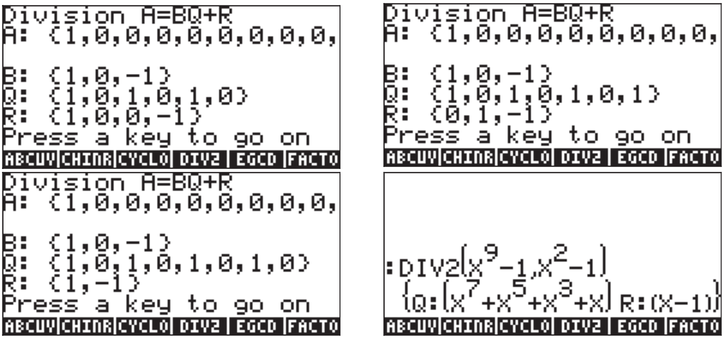
$$\frac{X^3 - 5X^2 + 3X - 2}{X - 2}$$

è illustrato in dettaglio nell'Appendice C. L'esempio seguente mostra una divisione sintetica più lunga:

$$\frac{X^9 - 1}{X^2 - 1}$$

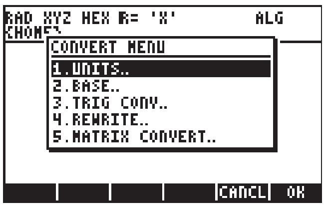
DIV2 è accessibile dal menu ARITH/POLYNOMIAL (ARITM/POLINOMI).





Menu CONVERT e operazioni algebriche

Il menu CONVERT (Conversione) viene attivato utilizzando il tasto ← CONVERT (il tasto 6). Questo menu riepiloga tutti i menu di conversione della calcolatrice. Di seguito è mostrato l'elenco di tali menu:



Seguono le funzioni disponibili in ciascuno dei sottomenu.

Menu di conversione UNITS (Opzione 1)

Questo menu è uguale al menu UNITS (Unità) accessibile tramite → UNITS . Le applicazioni di questo menu sono discusse in dettaglio nel Capitolo 3.

Menu conversione BASE (Opzione 2)

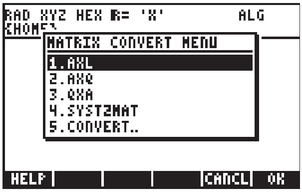
Questo menu coincide con il menu UNITS (Unità) richiamato tramite → BASE . La spiegazione dettagliata delle applicazioni di questo menu è riportata al Capitolo 19.

Menu conversione TRIGONOMETRIC (Trigonometria) (Opzione 3)

Questo menu coincide con il menu TRIG (Trig) richiamato tramite → TRIG . La spiegazione dettagliata delle applicazioni di questo menu è contenuta nel presente Capitolo.

Menu conversione MATRICES (Matrici) (Opzione 5)

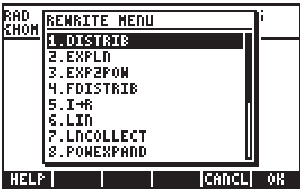
Questo menu contiene le seguenti funzioni:

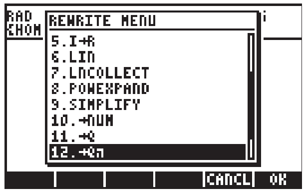


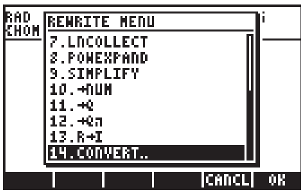
La spiegazione dettagliata delle funzioni è riportata al Capitolo 10.

Menu conversione REWRITE (Riscrivi) (Opzione 4)

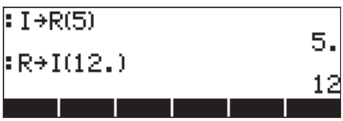
Questo menu contiene le seguenti funzioni:



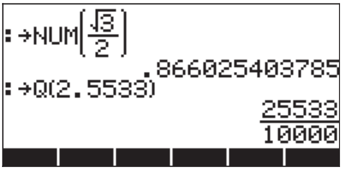


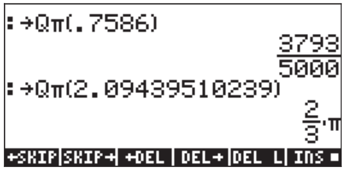


Le funzioni I→R e R→I sono utilizzate per la conversione di un numero intero (I) in numero reale (R) o viceversa. I numeri interi sono visualizzati senza punti decimali finali, mentre i numeri reali che rappresentano numeri interi sono dotati di un punto decimale finale, ad esempio



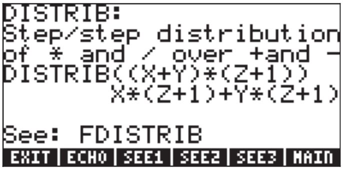
La funzione →NUM corrisponde alla combinazione di tasti ↱ →NUM (associata al tasto ENTER). La funzione →NUM converte un risultato simbolico nel corrispondente valore in virgola mobile. La funzione →Q converte in frazione un valore in virgola mobile. La funzione →Qπ converte un valore in virgola mobile in una frazione di π, qualora sia possibile individuare una frazione di π per il numero in questione. In caso contrario, la funzione converte il numero in una frazione. Gli esempi relativi a queste tre funzioni sono mostrati di seguito.



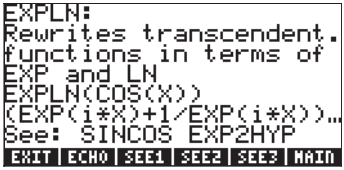


Fra le funzioni del menu REWRITE, le funzioni DISTRIB, EXPLN, EXP2POW, FDISTRIB, LIN, LNCOLLECT, POWEREXPAND e SIMPLIFY si applicano a espressioni algebriche. Molte di queste funzioni sono spiegate nel presente Capitolo. Tuttavia, per completezza, verranno esposte in questa sede le voci della guida relative a tali funzioni.

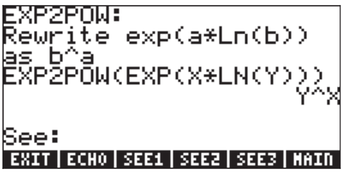
DISTRIB



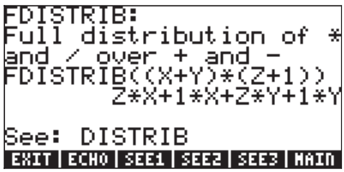
EXPLN



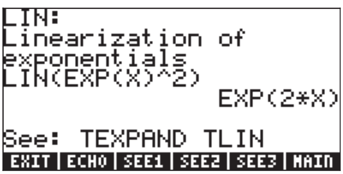
EXP2POW



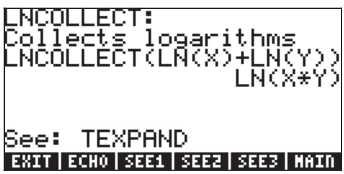
FDISTRIB



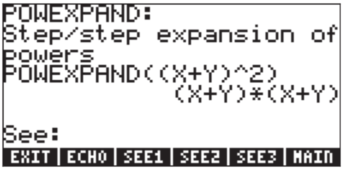
LIN



LNCOLLECT



POWEREXPAND



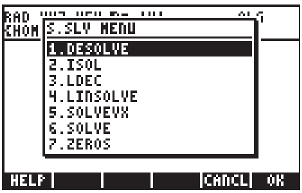
SIMPLIFY

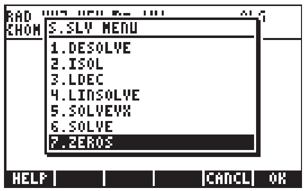
Capitolo 6
Soluzione di singole equazioni

Nel presente capitolo verranno presentate le funzioni offerte dalla calcolatrice per la soluzione della formula f(X) = 0. Al tasto 7 sono associati due menu di funzioni per la soluzione delle equazioni, ossia il risolutore simbolico (Symbolic SOLVer, ← S.SLV) e il risolutore numerico (NUMerical SoLVer, → NUM.SLV). Nei paragrafi seguenti verranno presentate alcune delle funzioni contenute in questi menu. Impostare la modalità CAS su Complex per lo svolgimento degli esercizi (vedere Capitolo 2).

Soluzione simbolica di equazioni algebriche

In questo paragrafo verranno descritte alcune funzioni del menu del risolutore simbolico. Richiamare il menu per mezzo della combinazione di tasti . Se il flag di sistema 117 è impostato su CHOOSE boxes (riquadri di SELEZIONE), saranno disponibili i seguenti elenchi a menu:





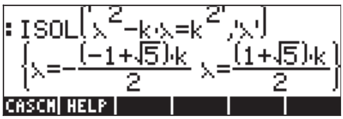
Le funzioni DESOLVE e LDEC vengono utilizzate per la soluzione di equazioni differenziali, le quali verranno trattate in un altro Capitolo e non rientrano quindi nella presente spiegazione. Analogamente, la funzione LINSOLVE si riferisce alla soluzione di equazioni lineari multiple e verrà trattata in un altro Capitolo. Le funzioni ISOL e SOLVE possono essere utilizzate per determinare qualunque incognita di un'equazione polinomiale. La funzione SOLVEVX risolve un'equazione polinomiale la cui incognita sia la variabile VX predefinita del CAS (normalmente impostata su 'X'). Infine, la funzione ZEROS fornisce gli zeri, o radici, di un polinomio. Le opzioni relative a tutte le funzioni del menu S.SLV, ad eccezione di ISOL, sono accessibili tramite la guida del CAS (TOOL NXT HELP).

Funzione ISOL

La funzione ISOL(equazione, variabile) fornisce la soluzione (o le soluzioni) di un'*Equazione* isolando la *variabile*. Ad esempio, con la calcolatrice in modalità ALG, è possibile ottenere il valore della variabile *t* che risolve l'equazione at^3-bt = 0 nel modo seguente:

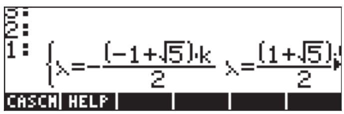
Utilizzando la modalità RPN, si ottiene la soluzione inserendo l'equazione nello stack, seguita dalla variabile, prima di avviare la funzione ISOL. Subito prima di eseguire la funzione ISOL, lo stack RPN deve apparire come mostrato nella figura a sinistra. Dopo aver applicato la funzione ISOL, il risultato compare nella figura a destra:


Il primo argomento di ISOL può essere un'espressione, come mostrato sopra, o un'equazione. Ad esempio, in modalità ALG, inserire:



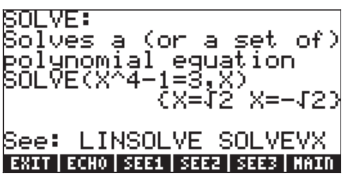
Nota: per digitare il segno uguale (=) in un'equazione, utilizzare ↱ = (associato al tasto +/-).

Lo stesso problema può essere risolto in modalità RPN come mostrato di seguito (le figure mostrano lo stack RPN prima e dopo l'applicazione della funzione ISOL):

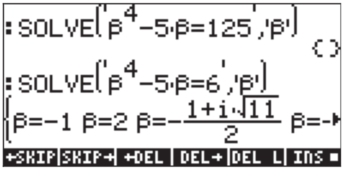



Funzione SOLVE

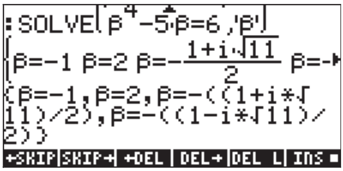
La funzione SOLVE presenta la stessa sintassi della funzione ISOL, con la differenza che SOLVE può essere utilizzata anche per risolvere un sistema di equazioni polinomiali. Di seguito viene mostrata la voce della guida per la funzione SOLVE, con una soluzione all'equazione X^4 - 1 = 3:



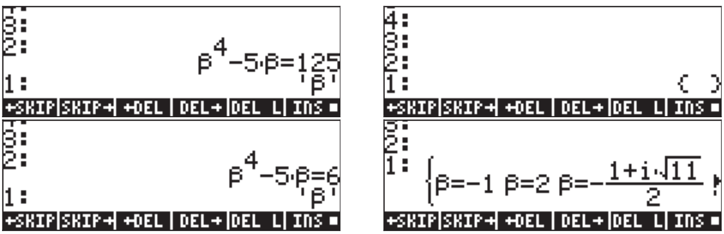
Gli esempi seguenti mostrano l'utilizzo della funzione SOLVE nelle modalità ALG e RPN:



La schermata precedente mostra due soluzioni. Nella prima, β^4-5β =125, la funzione SOLVE non fornisce alcuna soluzione { }. Nella seconda, β^4 - 5β = 6, la funzione SOLVE fornisce quattro soluzioni, visualizzate nell'ultima riga del display. L'ultima soluzione non risulta visibile in quanto il risultato occupa un numero di caratteri maggiore della larghezza del display della calcolatrice. È comunque possibile vedere tutte le soluzioni premendo il tasto freccia giù (▽) che attiva il Line Editor (questa operazione permette di visualizzare qualunque riga di larghezza maggiore del display della calcolatrice).



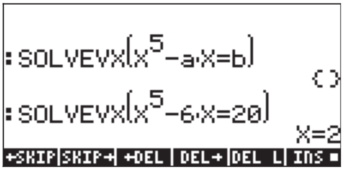
Di seguito sono riportate le schermate RPN corrispondenti a questi due esempi, prima e dopo l'applicazione della funzione SOLVE:



Utilizzare il tasto freccia giù (▽) in questa modalità per aprire il Line Editor:

Funzione SOLVEVX

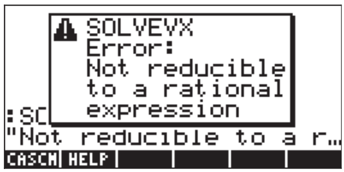
La funzione SOLVEVX risolve un'equazione per la variabile predefinita del CAS contenuta nel nome di variabile riservato VX. Come impostazione predefinita, questa variabile è 'X'. Di seguito sono riportati alcuni esempi di utilizzo della modalità ALG con VX = 'X':



Nel primo caso, la funzione SOLVEVX non ha trovato soluzioni. Nel secondo caso, la funzione SOLVEVX ha trovato un'unica soluzione, X = 2.

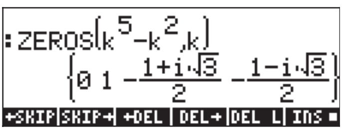
Le seguenti schermate mostrano lo stack RPN per la soluzione dei due esempi precedenti (prima e dopo l'applicazione della funzione SOLVEVX):

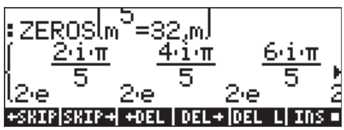
L'equazione utilizzata come argomento della funzione SOLVEVX deve essere riducibile a un'espressione razionale. Ad esempio, l'equazione seguente non può essere elaborata dalla funzione SOLVEVX:



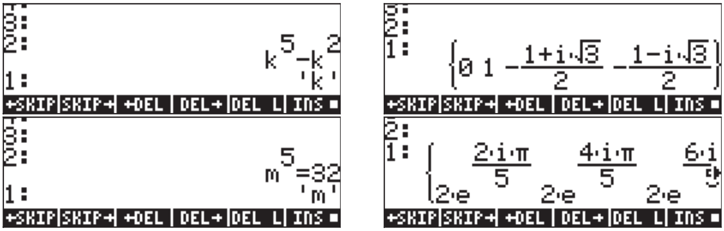
Funzione ZEROS

La funzione ZEROS trova le soluzioni di un'equazione polinomiale senza mostrarne la molteplicità. Per applicare questa funzione è necessario fornire l'espressione dell'equazione e il nome della variabile di cui trovare il valore. Di seguito sono mostrati alcuni esempi in modalità ALG:





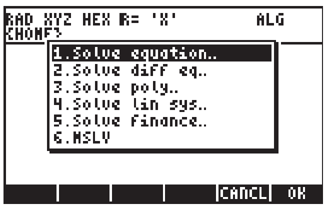
Per utilizzare la funzione ZEROS in modalità RPN, immettere prima l'espressione polinomiale, quindi la variabile di cui ottenere il valore e infine la funzione ZEROS. Le seguenti schermate mostrano lo stack RPN prima e dopo l'applicazione della funzione ZEROS per i due esempi precedenti:



Le funzioni del menu "Symbolic Solver" precedentemente descritte forniscono le soluzioni di equazioni razionali (soprattutto di equazioni polinomiali). Se l'equazione da risolvere presenta esclusivamente coefficienti numerici, è possibile trovare una soluzione di tipo numerico utilizzando le funzioni del risolutore numerico offerte dalla calcolatrice.

Menu del risolutore numerico

La calcolatrice offre un ambiente molto potente per la soluzione di singole equazione algebriche o trascendenti. Per accedere a tale ambiente, avviare il risolutore numerico (NUM.SLV) premendo ↱ NUM.SLV . In tal modo si accede a un menu a tendina contenente le seguenti opzioni:



L'opzione *2. Solve diff eq…* (Soluzione equazione differenziale) verrà trattata in un Capitolo successivo dedicato alle equazioni differenziali. L'opzione *4. Solve lin sys…* (Soluzione sistema lineare) verrà trattata in un Capitolo successivo dedicato alle matrici. L'opzione *6. MSLV* (Multiple equation SoLVer, Risolutore equazioni multiple) verrà trattata nel Capitolo seguente. Nei paragrafi che seguono verranno descritte le applicazioni delle opzioni *3. Solve poly…* (Soluzione equazione polinomiale), *5. Solve finance* (Soluzione calcoli finanziari) e *1. Solve equation…* (Soluzione equazione) nell'ordine in cui sono state elencate. L'Appendice 1-A, al termine del Capitolo 1, contiene istruzioni sull'utilizzo dei moduli di input con esempi di applicazioni del risolutore numerico.

Note:
1. Ogni volta che si risolve un'equazione per un valore con le applicazioni NUM.SLV, il valore che risolve l'equazione viene posizionato nello stack. In questo modo, il valore può essere comodamente utilizzato per operazioni successive.
2. A ogni attivazione delle applicazioni del menu NUM.SLV verranno create una o più variabili.

Equazioni polinomiali

Utilizzando l'opzione *Solve poly…* (Soluzione equazione polinomiale) nell'ambiente *SOLVE* della calcolatrice, è possibile:
(1) trovare le soluzioni di un'equazione polinomiale;
(2) ottenere i coefficienti del polinomio disponendo di una serie di radici note;
(3) ottenere un'espressione algebrica del polinomio come funzione di X.

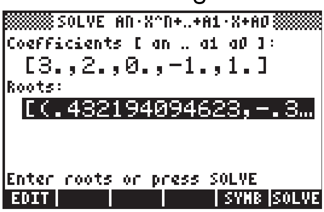
Calcolo delle soluzioni di un'equazione polinomiale

Un'equazione polinomiale è un'equazione nella forma: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$. Il teorema fondamentale dell'algebra dice che ogni equazione polinomiale di grado *n* ammette *n* soluzioni. Tuttavia, alcune soluzioni potrebbero essere numeri complessi.. Ad esempio, risolvere l'equazione: $3s^4 + 2s^3 - s + 1 = 0$.

Si desidera inserire i coefficienti dell'equazione in un vettore $[a_n, a_{n-1}, a_1\ a_0]$. Per questo esempio, utilizzeremo il vettore [3,2,0,-1,1]. Per risolvere questa equazione polinomiale con la calcolatrice, compiere i seguenti passaggi:

↱ NUM.SLV ▽ ▽ OK	Selezionare Solve poly...
↰ [] 3 ↱ , 2 ↱ , 0	
↱ , 1 +/- ↱ , 1 OK	Inserire il vettore di coefficienti
SOLVE	Risolvere l'equazione

Il display mostra la soluzione nel modo seguente:



Premere ENTER per tornare allo stack. Lo stack mostra i risultati seguenti in modalità ALG (gli stessi risultati sarebbero visualizzati anche in modalità RPN):

Per vedere tutte le soluzioni, premere il tasto freccia giù (▼) per aprire il Line Editor:

Tutte le soluzioni sono numeri complessi: (0.432,-0.389), (0.432,0.389), (-0.766, 0.632), (-0.766, -0.632).

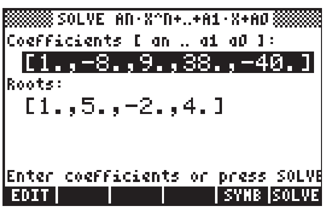
Nota: si ricorda che i numeri complessi sono rappresentati dalla calcolatrice sotto forma di coppie ordinate, il cui primo numero costituisce la parte reale e il secondo numero la parte immaginaria. Ad esempio, il numero (0.432,-0.389), ossia un numero complesso, verrà normalmente scritto come 0.432 - 0.389*i*, dove *i* è l'unità immaginaria, ossia, $i^2 = -1$.

Nota: il *teorema fondamentale dell'algebra* dice che esiste un numero *n* di soluzioni per ogni equazione polinomiale di grado *n*. Un altro teorema dell'algebra asserisce che, se una delle soluzioni di un'equazione polinomiale a coefficienti reali è un numero complesso, allora anche il coniugato di quel numero è una delle soluzioni. In altre parole, le soluzioni complesse di un'equazione polinomiale a coefficienti reali sono a coppie. Ciò significa che le equazioni polinomiali a coefficienti reali di grado dispari hanno almeno una soluzione reale.

Generazione di coefficienti polinomiali conoscendo le radici del polinomio
Si supponga di voler generare il polinomio le cui radici siano i numeri [1, 5, -2, 4]. Per utilizzare la calcolatrice a tale scopo, procedere come segue:

↱ NUM.SLV ▼ ▼ OK	Selezionare Solve Poly…
▼ ↰ [] 1 ↱ , 5	
↱ , 2 +/- ↱ , 4 OK	Inserire il vettore delle radici
SOLVE	Risolvere per i coefficienti

Premere ENTER per tornare allo stack, che mostrerà i valori dei coefficienti.



Premere ▼ per aprire il Line Editor e visualizzare tutti i coefficienti.

Nota: se si desidera ottenere un polinomio a coefficienti reali ma con radici complesse, è necessario includere le radici complesse a coppie di numeri coniugati. Ad esempio, generare un polinomio con radici [1 (1,2) (1,- 2)]. Verificare che il polinomio risultante presenti solo coefficienti reali. Inoltre, provare a generare un polinomio con radici [1 (1,2) (-1,2)] e verificare che il polinomio risultante abbia coefficienti complessi.

Generazione di un espressione algebrica per il polinomio
La calcolatrice può essere utilizzata per generare un'espressione algebrica di un polinomio conoscendone i coefficienti o le radici. L'espressione risultante viene data in funzione della variabile predefinita X del CAS (gli esempi seguenti mostrano come sostituire X con una qualunque altra variabile per mezzo della funzione |).

Per generare l'espressione algebrica utilizzando i coefficienti, provare l'esempio seguente. Si supponga che i coefficienti del polinomio siano [1,5,-2,4]. Utilizzare la sequenza di tasti sottostante:

↱ NUM.SLV ▼ ▼ OK	Selezionare Solve Poly...
↰ [] 1 ↱ , 5	Inserire il vettore di coefficienti
↱ , 2 +/- ↱ , 4 OK	
▲ SYMB	Generare l'espressione simbolica
ENTER	Tornare allo stack.

L'espressione così generata viene visualizzata nello stack come:

'X^3+5*X^2+-2*X+4'.

Per generare l'espressione algebrica utilizzando le radici, provare l'esempio seguente. Si supponga che le radici del polinomio siano [1,3,-2,1]. Utilizzare la sequenza di tasti sottostante:

↱ NUM.SLV ▼ ▼ OK	Selezionare Solve Poly...
▼ ↰ [] 1 ↱ , 3	Inserire il vettore di radici
↱ , 2 +/- ↱ , 1 OK	
▼ SYMB	Generare l'espressione simbolica
ENTER	Tornare allo stack.

L'espressione così generata viene visualizzata nello stack come:'(X-1)*(X-3)*(X+2)*(X-1)'.

Per sviluppare i prodotti, è possibile utilizzare il comando EXPAND. L'espressione risultante è: 'X^4+-3*X^3+ -3*X^2+11*X-6'.

Un approccio differente per ottenere un'espressione del polinomio consiste nel generare prima i coefficienti e successivamente l'espressione algebrica evidenziando i coefficienti. Ad esempio, in questo caso, provare la seguente procedura:

↱ NUM.SLV ▼ ▼ OK	Selezionare Solve Poly…
▼ ↰ [] 1 ↱ , 3	Inserire il vettore di radici
↱ , 2 +/- ↱ , 1 OK	
SOLVE	Risolvere per i coefficienti
▼ SYMB	Generare l'espressione simbolica
ENTER	Tornare allo stack.

L'espressione così generata viene visualizzata nello stack come: 'X^4+-3*X^3+ - 3*X^2+11*X+-6*X^0'. I coefficienti sono elencati nel livello di stack 2.

Calcoli finanziari

I calcoli relativi all'opzione *5. Solve finance…* nel risolutore numerico (*NUM.SLV*) vengono utilizzati per calcoli del valore temporale del denaro di interesse per il settore dell'ingegneria economica e per altre applicazioni finanziarie. Questa applicazione può essere avviata anche premendo la combinazione di tasti ↰ Ⓢ FINANCE (associata al tasto 9). Prima di analizzare nel dettaglio il funzionamento di questo ambiente di soluzione, verranno esposte alcune definizioni necessarie per comprendere le operazioni finanziarie svolte dalla calcolatrice.

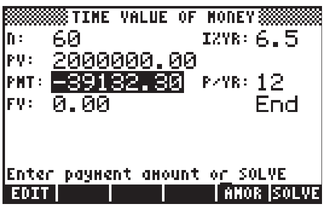
Definizioni

Spesso, per lo sviluppo di progetti, è necessario prendere a prestito del denaro da istituti finanziari o da fondi pubblici. La quantità di denaro presa a prestito viene definita Valore attuale (PV, *Present Value*). Tale denaro deve essere restituito su *n* periodi (normalmente multipli o sottomultipli di un mese) soggetti a un tasso di *interesse annuo* del I%YR. Il *numero di periodi all'anno* (P/YR) è un numero intero che indica i periodi nei quali verrà suddiviso l'anno ai fini della restituzione del prestito. Valori tipici del P/YR sono 12 (un pagamento al mese), 24 (due pagamenti al mese) o 52 (pagamenti settimanali). La rata (PMT, *Payment*) è la somma che il debitore deve pagare al creditore all'inizio o alla fine di ognuno degli n periodi del prestito. Il valore futuro del denaro (FV, *Future Value*) è il valore che avrà il denaro preso in prestito al termine degli *n* periodi. Solitamente, il pagamento avviene al termine di ciascun periodo, in modo tale che il debitore inizi a pagare al termine del primo periodo e paghi la stessa somma stabilita al termine del secondo, del terzo, e così via, fino al termine dell'*n*-esimo periodo.

Esempio 1 – Calcolo della rata su un prestito
Se il prestito è di $2 milioni al tasso di interesse annuo del 6.5% da restituire in 60 rate mensili, a quanto ammonta la rata mensile? Per ripagare il debito interamente in 60 mesi, il valore futuro del prestito dovrebbe essere pari a zero. Quindi, per utilizzare la funzione di calcolo finanziario offerta dalla calcolatrice, useremo i seguenti valori: n = 60, I%YR = 6.5, PV = 2000000, FV = 0, P/YR = 12. Per inserire i dati e trovare il valore della rata, PMT, utilizzare la seguente procedura:

← FINANCE	Avviare il modulo di input per il calcolo finanziario
60 OK	Inserire n = 60
6.5 OK	Inserire I%YR = 6.5 %
2000000 OK	Inserire PV = 2,000,000 US$
▼	Saltare PMT, in quanto è il valore che desideriamo trovare
0 OK	Inserire FV = 0, l'opzione End viene evidenziata
▲ ◄ SOLVE	Evidenziare PMT e risolvere

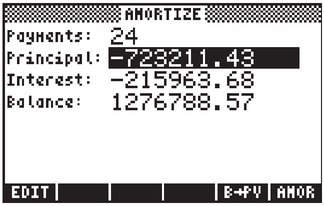
La soluzione appare sul display in questo modo:



Ora il display mostra il valore PMT come -39,132.30, ossia il debitore deve pagare al creditore US $ 39,132.30 alla fine di ogni mese per i prossimi 60 mesi per restituire l'intera somma. Il motivo per cui il valore PMT è negativo dipende dal fatto che la calcolatrice considera le somme di denaro dal punto di vista del debitore. Il debitore ha + US $ 2,000,000.00 al periodo di tempo t = 0, quindi inizia a pagare, ossia aggiunge -US $ 39132.30 nei periodi t = 1, 2, …, 60. A t = 60, il valore netto nelle mani del debitore è zero. A questo punto, moltiplicando il valore US $ 39,132.30 per le 60 rate, il totale restituito dal debitore è pari a US $ 2,347,937.79. Quindi, il creditore realizza un profitto netto di $ 347,937.79 nei 5 anni durante i quali il suo denaro viene utilizzato per finanziare il progetto del debitore.

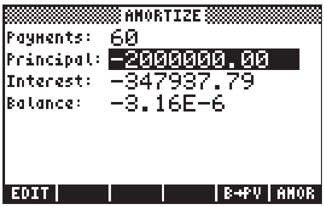
Esempio 2 – Calcolo dell'ammortamento di un prestito
La stessa soluzione per il problema esposto nell'Esempio 1 può essere trovata premendo AMOR, abbreviazione di AMORTIZATION (Ammortamento). Questa opzione viene utilizzata per calcolare la parte di prestito ammortizzata dopo un certo numero di rate. Si supponga di utilizzare 24 periodi per la prima riga

della schermata di ammortamento, ossia 2 4 OK. Quindi premere AMOR. Il risultato ottenuto sarà:



Questa schermata significa che, dopo 24 mesi di restituzione del debito, il debitore ha pagato US $ 723,211.43 della somma principale presa a prestito e US $ 215,963.68 di interessi. Il debitore deve ancora pagare un saldo di US $1,276,788.57 nei prossimi 36 mesi.

Provare a vedere cosa succede sostituendo il valore di *Payments*: con 60 nella schermata di ammortamento e premendo poi OK AMOR. La schermata mostra ora:



Ciò significa che, al termine dei 60 mesi, la somma principale di US $ 2,000,000.00 è stata pagata, insieme a US $ 347,937.79 di interessi, mentre il saldo indica che il creditore deve US $ 0.000316 al debitore. Ovviamente, il saldo dovrebbe essere zero. Il valore indicato dalla schermata precedente è semplicemente un errore di arrotondamento derivante dalla soluzione numerica.

Premere due volte ON o ENTER per tornare al display normale della calcolatrice.

Esempio 3 – Calcolo del pagamento con rate all'inizio del periodo
È possibile risolvere lo stesso problema riportato agli Esempi 1 e 2 ma utilizzando l'opzione per la quale il pagamento avvenga all'inizio del periodo. Utilizzare la seguente procedura:

← FINANCE	Avviare il modulo di inserimento per il calcolo finanziario
60 OK	Inserire n = 60
6.5 OK	Inserire I%YR = 6.5 %
2000000 OK	Inserire PV = 2,000,000 US$

▼	Saltare PMT, in quanto è il valore che desideriamo trovare
0 OK	Inserire FV = 0, l'opzione End viene evidenziata
CHOOS ▲ OK	Portare l'opzione di pagamento su *Begin*
▲ ◀ SOLVE	Evidenziare PMT e risolvere

Ora il display mostra il valore PMT come -38.921,47, ossia il debitore deve pagare al creditore US $ 38.921,48 all'*inizio* di ogni mese per i prossimi 60 mesi per restituire l'intera somma. Si noti che la somma che il debitore versa mensilmente risulta leggermente inferiore se pagata all'inizio di ogni periodo anziché alla fine. Il motivo di tale differenza dipende dal fatto che gli interessi a favore del creditore vengono calcolati a partire dall'inizio del periodo, alleggerendo così il carico per il creditore.

Note:
1. L'ambiente del calcolatore finanziario permette di ottenere il valore di ognuno degli elementi questione, ossia n, I%YR, PV, FV, P/Y, se gli altri elementi del calcolo del prestito sono noti. È sufficiente evidenziare il valore che si desidera trovare e premere SOLVE. Il risultato verrà visualizzato nel campo evidenziato.

2. I valori calcolati nell'ambiente del calcolatore finanziario vengono copiati sullo stack insieme ai tag corrispondenti (etichette di identificazione).

Cancellazione delle variabili

Quando si utilizza l'ambiente del calcolatore finanziario per la prima volta all'interno della directory HOME o in qualunque sottodirectory, verranno generate le variabili n I%YR PV PMT PYR FV per la memorizzazione dei relativi termini nei calcoli… Il contenuto di tali variabili è visualizzabile per mezzo della procedura:

→ n → I%YR → PV → PMT → PYR → FV.

È possibile scegliere se mantenere tali variabili per usi futuri oppure utilizzare la funzione PURGE per eliminarle dalla directory. Per eliminare tutte le variabili in una volta, se si utilizza la modalità ALG, utilizzare la seguente procedura:

TOOL PURGE VAR ← {}	Accedere alla funzione PURGE, preparare l'elenco delle variabili
' → n	Inserire il nome della variabile N
▶ → ,	Inserire una virgola
' → I%YR	Inserire il nome della variabile I%YR
▶ → ,	Inserire una virgola
' → PV	Inserire il nome della variabile PV

▶ ↱ ,	Inserire una virgola
' ↱ PMT	Inserire il nome della variabile PMT
▶ ↱ ,	Inserire una virgola
' ↱ PYR	Inserire il nome della variabile PYR
▶ ↱ ,	Inserire una virgola
' ↱ FV .	Inserire il nome della variabile FV
ENTER	Eseguire il comando PURGE

Le due schermate seguenti mostrano il comando PURGE utilizzato per eliminare tutte le variabili nella directory e il risultato dell'esecuzione del comando.

In modalità RPN, l'esecuzione del comando avviene tramite la procedura:

VAR ← { }	Preparare un elenco delle variabili da eliminare
N	Inserire il nome della variabile N
I%YR	Inserire il nome della variabile I%YR
PV	Inserire il nome della variabile PV
PMT	Inserire il nome della variabile PMT
PYR	Inserire il nome della variabile PYR
FV	Inserire il nome della variabile FV
ENTER	Inserire un elenco delle variabili nello stack
TOOL PURGE	Eliminare le variabili nell'elenco

Prima di inserire il comando PURGE, lo stack RPN mostrerà la seguente schermata:

Soluzione di equazioni a una incognita tramite NUM.SLV

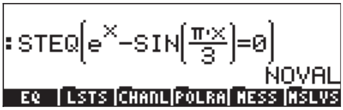
Il menu NUM.SLV del calcolatore contiene l'opzione *1. Solve equation…* per risolvere diversi tipi di equazioni in una variabile, comprese le equazioni algebriche non lineari e trascendenti. Ad esempio, risolvere l'equazione: $e^x - \sin(\pi x/3) = 0$.

È sufficiente inserire l'espressione come oggetto algebrico e memorizzarla nella variabile EQ. I tasti da premere in modalità ALG sono i seguenti:

' ← e^x ALPHA ← X ▶ − SIN ← π
× ALPHA ← X ÷ 3 ▶ ↱ = 0 ▶

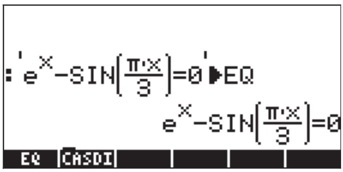
STO▶ ALPHA E ALPHA Q ENTER

Funzione STEQ
La funzione STEQ, disponibile attraverso il comando Catalog, ↱ CAT , memorizza l'argomento nella variabile EQ, vale a dire, in modalità ALG:

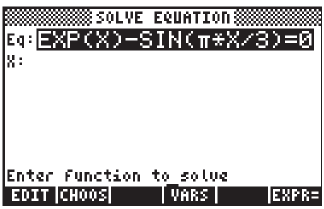


In modalità RPN, mettere l'equazione tra apostrofi e attivare il comando STEQ. In questo modo, la funzione STEQ può essere utilizzata come un tasto di scelta rapida per memorizzare un'espressione nella variabile EQ.

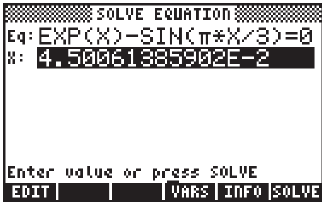
Premere VAR per visualizzare la variabile EQ recentemente creata:



Entrare quindi nell'ambiente SOLVE (RISOLUZIONE) e selezionare *Solve equation…*(Risoluzione equazione), utilizzando:
↱ NUM.SLV OK. Viene visualizzata la schermata corrispondente:



L'equazione memorizzata nella variabile EQ è già caricata nel campo *Eq* nel modulo di input SOLVE EQUATION. Viene inoltre fornito un campo denominato ***x***. Per risolvere l'equazione è sufficiente evidenziare il campo davanti a X utilizzando ▼ e premere SOLVE. La soluzione indicata è X: 4.5006E-2:



Questa, tuttavia, non è l'unica soluzione possibile per tale equazione. Per ottenere una soluzione negativa, ad esempio, inserire un numero negativo nel campo X: prima di risolvere l'equazione. Provare 3 +/- OK ▼ SOLVE. La soluzione ora è X: - 3.045.

Risoluzione delle equazioni con Equation Solve...

Il risolutore numerico per le equazioni con una sola incognita funziona nel modo seguente:

- Consente all'utente di inserire o di utilizzare CHOOS per risolvere l'equazione.
- Crea un modulo di input con i campi di input corrispondenti a tutte le variabili comprese nell'equazione memorizzata nella variabile EQ.
- L'utente deve inserire i valori per tutte le variabili coinvolte, tranne una.
- L'utente evidenzia quindi il campo corrispondente all'incognita per la quale si vuole risolvere l'equazione e preme SOLVE
- L'utente può forzare una soluzione fornendo una supposizione iniziale nel campo di input appropriato prima di risolvere l'equazione.

La calcolatrice utilizza un algoritmo di ricerca per individuare un intervallo per il quale la funzione cambia segno, che indica la presenza di una radice o di una soluzione. Utilizza quindi un metodo numerico per convergere verso una soluzione.

La soluzione che la calcolatrice cerca è determinata dal valore iniziale presente nel campo di input dell'incognita. Se non è presente alcun valore, la calcolatrice utilizza il valore predefinito di zero. Pertanto, è possibile cercare più di una soluzione a un'equazione modificando il valore iniziale nel campo di input dell'incognita. Di seguito sono riportati alcuni esempi di risoluzione di equazioni.

Esempio 1 – Legge di Hooke relativa allo sforzo e alla deformazione

L'equazione da utilizzare è la legge di Hooke per la deformazione normale nella direzione x di una particella solida soggetta a uno stato di sforzo dato da

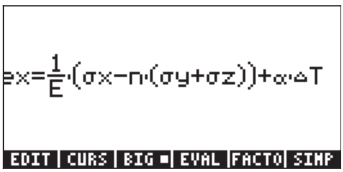
$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

L'equazione è $e_{xx} = \frac{1}{E}[\sigma_{xx} - n \cdot (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] + \alpha \cdot \Delta T$, dove e_{xx} è la deformazione unitaria nella direzione x, σ_{xx}, σ_{yy}, e σ_{zz}, sono le normali sollecitazioni (sforzi) applicate alla particella nelle direzioni degli assi x-, y- e z-, *E* è il modulo di Young o il modulo di elasticità del materiale, *n* è il rapporto di Poisson del materiale, α è il coefficiente di espansione termica del materiale e ΔT è un incremento di temperatura.

Si supponga che siano forniti i seguenti dati: σ_{xx}= 2500 psi, σ_{yy} =1200 psi e σ_{zz} = 500 psi, E = 1200000 psi, *n* = 0.15, α= 0.00001/°F, ΔT = 60 °F. Per calcolare la deformazione e_{xx} procedere nel seguente modo:

[→] NUM.SLV [OK]	Aprire il risolutore numerico per risolvere le equazioni
[→] EQW	Aprire l'Equation Writer per inserire l'equazione

Seguire le istruzioni del Capitolo 2 sull'utilizzo dell'Equation Writer per costruire un'equazione. L'equazione da immettere nel campo *Eq* deve avere la seguente forma (notare che si utilizza solo un sottoindice per fare riferimento alle variabili, ad esempio, e_{xx} viene convertito in *ex*, ecc. -- tale operazione consente di abbreviare il tempo di digitazione):

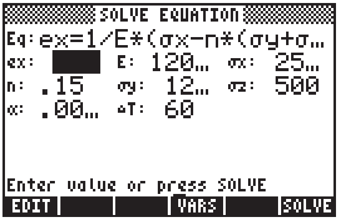


Utilizzare i seguenti tasti di scelta rapida per i caratteri speciali:

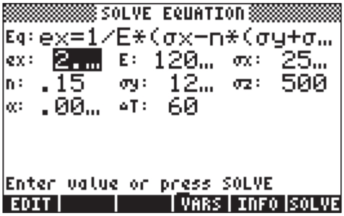
σ: [ALPHA] [→] [S]   α: [ALPHA] [→] [A]   Δ: [ALPHA] [→] [C]

e ricordare che le lettere minuscole vengono immesse premendo [ALPHA] [←] prima del tasto alfabetico, quindi, per inserire x premere [ALPHA] [←] [X].

Premere [ENTER] per ritornare alla schermata del risolutore. Immettere i valori proposti in alto nei campi corrispondenti, in modo che la schermata del risolutore venga visualizzata nel seguente modo:



Con il campo *ex:* evidenziato, premere SOLVE per calcolare *ex*:



La soluzione può essere visualizzata nel modulo di input SOLVE EQUATION premendo EDIT mentre il campo *ex:* è evidenziato. Il valore ottenuto è 2.470833333333E-3. Premere OK per uscire dalla funzione EDIT (Modifica).

Si supponga di voler determinare ora il modulo di Young che produce una deformazione di e_{xx} = 0.005 con lo stesso sforzo, senza considerare l'espansione termica. In questo caso, immettere un valore di 0.005 nel campo *ex:* e zero nel campo *ΔT:* (con ΔT = 0, nessun effetto termico è incluso). Per calcolare E, evidenziare il campo *E:* e premere SOLVE. Il risultato, visibile con la funzione EDIT è, E = 449000 psi. Premere SOLVE ENTER per tornare alla visualizzazione normale.

Notare che i risultati dei calcoli eseguiti nell'ambiente del risolutore numerico sono stati copiati nello stack:

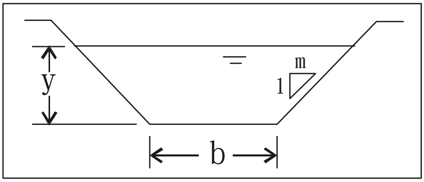
Inoltre, nelle etichette dei tasti funzione verranno visualizzate le variabili corrispondenti a quelle memorizzate nell'equazione memorizzata in EQ (premere NXT per visualizzare tutte le variabili nella directory), ovvero, le variabili *ex, ΔT, α, σz, σy, n, σx,* and *E*.

Esempio 2 - Energia specifica del flusso in un canale aperto

L'energia specifica in un canale aperto è definita come l'energia per unità di peso misurata in rapporto al fondo del canale. Sia E = energia specifica, y = profondità di canale, V = velocità di flusso, g = accelerazione di gravità, la formula sarà la seguente:

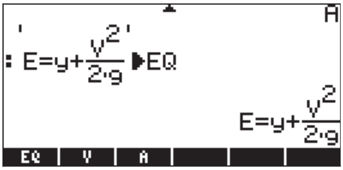
$$E = y + \frac{V^2}{2g}.$$

La velocità di flusso, a sua volta, è data da V = Q/A, dove Q = portata, A = superficie della sezione trasversale. La superficie dipende dalla sezione trasversale utilizzata, ad esempio, per una sezione trasversale trapezoidale, come mostrato nella figura in basso, A = (b+m·y) ·y, dove b = larghezza del fondo e m = pendenza laterale della sezione trasversale.

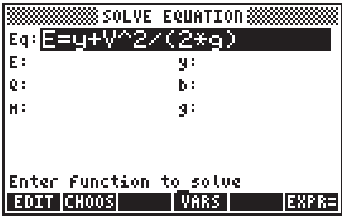


È possibile digitare l'equazione per E come mostrato in alto e utilizzare variabili ausiliarie per A e V in modo che il modulo di input che ne risulta avrà i campi per le variabili fondamentali y, Q, g, m e b, nel seguente modo:

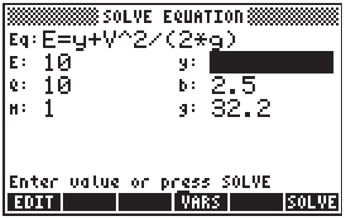
- Per iniziare è necessario creare una sottodirectory denominata SPEN (SPecific ENergy) e lavorare all'interno della stessa.
- Successivamente, definire le seguenti variabili:



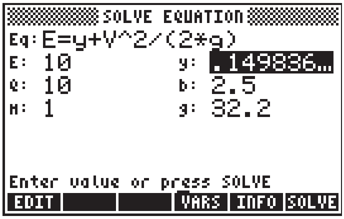
- Aprire il risolutore numerico per risolvere le equazioni: ‹→› NUM.SLV OK. Notare che il modulo di input contiene delle voci per le variabili y, Q, b, m e g:



- Inserire i seguenti dati: E = 10 ft, Q = 10 cfs (piede cubico per secondo), b = 2.5 ft, m = 1.0, g = 32.2 ft/s^2:

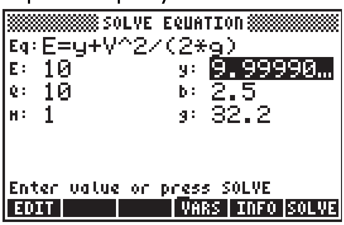


- Calcolare y.



Il risultato è 0.149836…, vale a dire, y = 0.149836.

- È noto, tuttavia, che in realtà sono possibili due soluzioni per y nell'equazione dell'energia specifica. La soluzione trovata corrisponde a una soluzione numerica con un valore iniziale di 0 (il valore predefinito per *y*, infatti ogni qual volta il campo della soluzione è vuoto, il valore iniziale è zero). Per cercare un'altra soluzione, è necessario inserire un valore superiore a y, ad esempio `15`, evidenziare il campo di input y e calcolare nuovamente y:



Il risultato adesso è 9,99990…, ovvero, y = 9.99990.

Questo esempio spiega l'utilizzo di variabili ausiliarie per scrivere equazioni complicate. Quando NUM.SLV è attivato, le sostituzioni indotte dalle variabili ausiliarie vengono implementate e la schermata di input dell'equazione fornisce il campo di input per le variabili primitive o fondamentali ottenute dalle sostituzioni. L'esempio illustra anche un'equazione che presenta più di una soluzione e chiarisce in che modo la scelta del valore di tentativo iniziale per la soluzione produca diverse soluzioni.

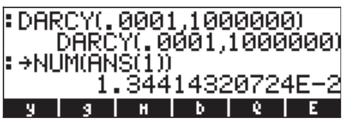
Nell'esempio successivo verrà utilizzata la funzione DARCY per cercare i fattori di attrito nei tubi. Pertanto, verrà definita la funzione nella seguente forma.

Funzione speciale per la portata di tubi: DARCY (ε/D,Re)
L'equazione Darcy-Weisbach viene utilizzata per calcolare la perdita di energia (per unità di peso), h_f, nella portata di un tubo con un diametro D, scabrezza assoluta e lunghezza L, quando la velocità del flusso nel tubo è V.

L'equazione viene scritta nel seguente modo $h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$. La quantità *f* è nota come fattore di attrito del flusso che dipende dalla scabrezza relativa del tubo, ε/D e un numero Reynolds (senza dimensioni), Re. Il numero di Reynolds è definito come Re = ρVD/μ = VD/ν dove ρ e μ rappresentano rispettivamente la densità e la viscosità dinamica del fluido e ν = μ/ρ la viscosità cinematica del fluido.

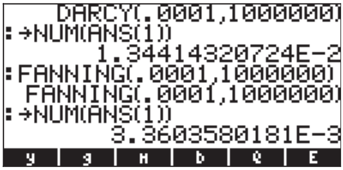
La calcolatrice dispone di una funzione denominata DARCY che utilizza dati i valori di scabrezza ε/D e il numero Reynolds (nell'ordine indicato), calcola il fattore di attrito f. La funzione DARCY è disponibile dal comando Catalog:

Ad esempio, per /D = 0.0001, Re = 1000000, è possibile trovare il fattore di attrito utilizzando: DARCY(0.0001,1000000). Nella seguente schermata, la funzione →NUM () è stata utilizzata per ottenere un valore numerico della funzione:



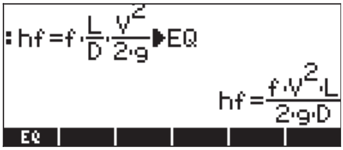
Il risultato è f = DARCY(0.0001,1000000) = 0.01341…

La funzione FANNING(ε/D,Re)
Nelle applicazioni aerodinamiche viene utilizzato un diverso fattore di attrito, il fattore di attrito Fanning. Il fattore di attrito Fanning, f_F, è pari a 4 volte il fattore di attrito Darcy- Weisbach, *f*. La calcolatrice fornisce inoltre una funzione denominata FANNING che utilizza lo stesso valore di DARCY, vale a dire, ε/D e Re e fornisce il fattore di attrito FANNING. Verificare che FANNING(0.0001,1000000) = 0.0033603589181s.

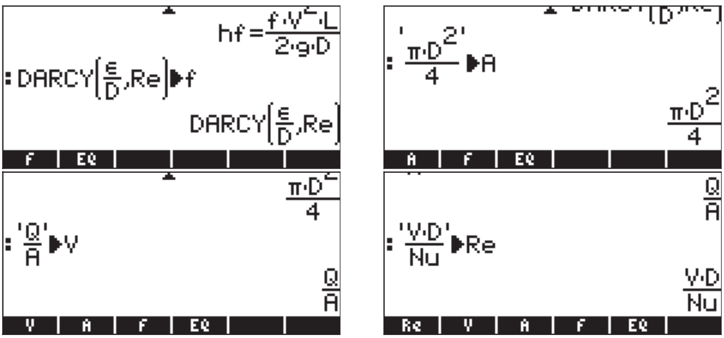


Esempio 3 - Flusso in un tubo

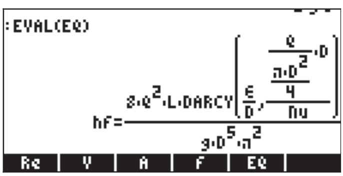
Ai fini di questo esempio, creare una sottodirectory separata (PIPES). L'equazione principale che regola il flusso in un tubo è, naturalmente, l'equazione di Darcy-Weisbach. Pertanto, immettere la seguente equazione in EQ:



Inserire anche le seguenti variabili (f, A, V, Re):



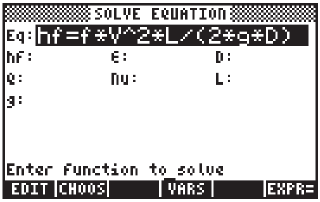
In questo caso è stata memorizzata l'equazione principale (equazione di Darcy-Weisbach) in EQ, quindi sono state sostituite diverse sue variabili con altre espressioni attraverso la definizione delle variabili f, A, V e Re. Per vedere l'equazione combinata, utilizzare EVAL(EQ). In questo esempio è stata modificata l'impostazione di visualizzazione in modo da poter visualizzare tutta l'equazione nella schermata:



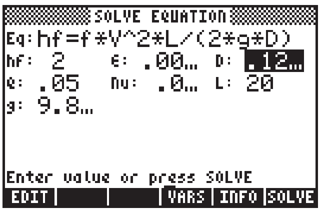
Pertanto, l'equazione da risolvere, dopo la combinazione di diverse variabili nella directory, è:

$$h_f = \frac{8Q^2 L}{\pi^2 g D^5} \cdot DARCY\left(\frac{\varepsilon}{D}, \frac{\frac{QD}{\pi D^2/4}}{Nu} \right)$$

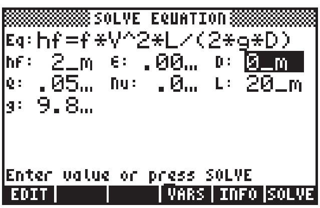
L'equazione combinata presenta le variabili primitive: h_f, Q, L, g, D, ε, e Nu. Aprire il risolutore numerico (↱ NUM.SLV OK) per vedere le variabili primitive elencate nel modulo di input SOLVE EQUATION:

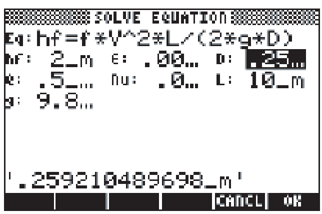


Dati i valori hf = 2 m, = 0.00001 m, Q = 0.05 m^3/s, Nu = 0.000001 m^2/s, L = 20 m e g = 9.806 m/s^2, trovare il diametro D. Immettere i valori e calcolare D. La soluzione è: 0.12, ovvero, D = 0.12 m.



Se l'equazione è dimensionalmente consistente, è possibile aggiungere le unità ai valori di inseriti, come mostrato nella figura in basso. È comunque necessario aggiungere queste unità al valore di tentativo iniziale nella soluzione. Pertanto, nell'esempio in basso viene inserito 0_m nel campo D: prima di risolvere il problema. La soluzione viene mostrata nella schermata a destra:



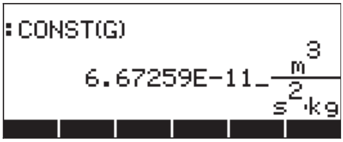


Premere ENTER per tornare alla visualizzazione normale della calcolatrice. La risoluzione per D viene elencata nello stack.

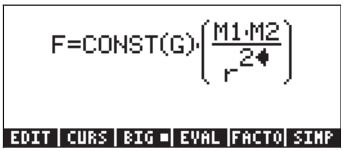
Esempio 4 – Gravitazione universale

La legge di gravitazione universale di Newton indica che la misura della forza di attrazione tra due corpi aventi massa m_1 e m_2 separati da una distanza r è data dall'equazione $F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$.

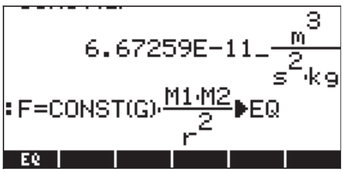
In questo caso, G è la costante di gravitazione universale, il cui valore può essere ottenuto utilizzando la funzione CONST della calcolatrice come segue:



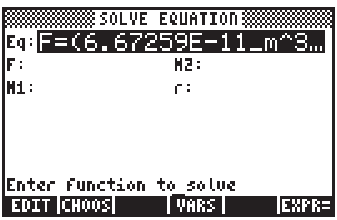
È possibile risolvere qualsiasi termine nell'equazione (ad esclusione di G) inserendo l'equazione come segue:



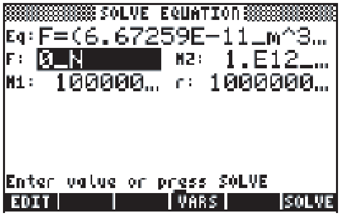
Questa equazione è memorizzata in EQ:



Avviando il risolutore numerico per questa equazione sarà visualizzato un modulo di input da completare inserendo i campi F, G, m1, m2 e r.



Si provi a risolvere questo problema utilizzando unità di misura con i seguenti valori per le variabili note m1 = 1.0×10^6 kg, m2 = 1.0×10^{12} kg, r = 1.0×10^{11} m. Si inserisca poi un valore 0_N nel campo F per garantire la corretta risoluzione utilizzando le unità di misura della calcolatrice:

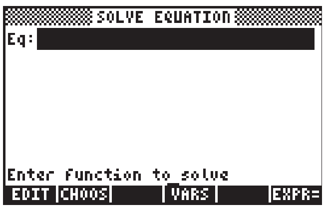


Risolvere per F e premere per tornare alla visualizzazione normale. La soluzione è F: 6.67259E-15_N o F = 6.67259x10-^{15} N.

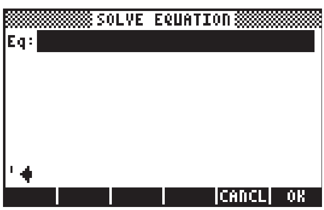
Nota: se si utilizzano le unità di misura nel risolutore numerico, assicurarsi che tutte le variabili abbiano le unità corrette, che esse siano compatibili e che l'equazione sia dimensionalmente omogenea.

Varie modalità per l'inserimento di equazioni in EQ

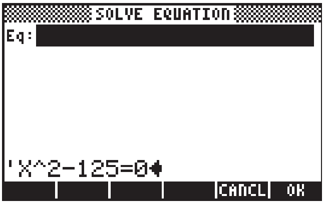
In tutti gli esempi precedenti, l'equazione è stata inserita direttamente nella variabile EQ prima dell'attivazione del risolutore numerico. È tuttavia possibile digitare l'equazione da risolvere direttamente nel risolutore dopo che questo è stato attivato: il contenuto del campo EQ può essere successivamente modificato nel modulo di input del risolutore stesso. Se la variabile EQ non è stata definita precedentemente, all'attivazione del risolutore numerico (NUM.SLV OK) il campo EQ verrà evidenziato:

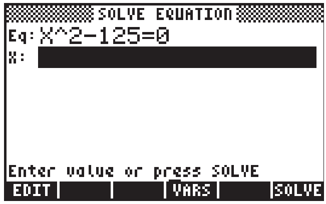


A questo punto è possibile digitare una nuova equazione premendo EDIT. Sul display appariranno una serie di apostrofi entro i quali si dovrà inserire l'espressione:



Digitare un'equazione, ad es. X^2 - 125 = 0, direttamente sullo stack e premere OK.

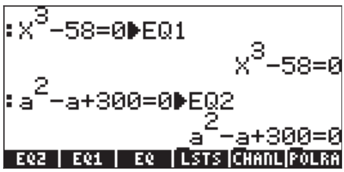




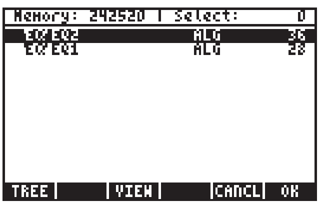
A questo punto l'equazione è pronta per essere risolta.

In alternativa, è possibile attivare l'Equation Writer dopo aver premendo EDIT per immettere l'equazione. Premere ENTER per tornare alla schermata del risolutore numerico.

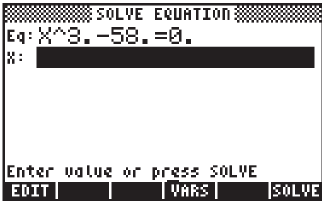
Un altro modo per inserire un'equazione nella variabile EQ è selezionare una variabile già presente nella directory e inserirla in EQ. Per farlo è però necessario aver salvato l'equazione nel nome di una variabile prima dell'attivazione del risolutore numerico. Si supponga ad esempio di aver inserito le seguenti equazioni nelle variabili EQ1 ed EQ2:



Avviare il risolutore numerico (↱ NUM.SLV OK) ed evidenziare il campo EQ. Premere ora il tasto funzione CHOOS. Utilizzare i tasti freccia su e giù (▲▼) per selezionare, ad esempio, la variabile EQ1:



Dopo aver selezionato EQ1, premere OK per caricare la variabile EQ nel risolutore. La nuova equazione è pronta per essere risolta.



Menu funzione SOLVE

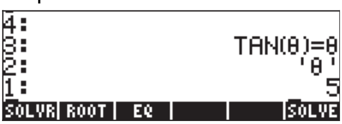
Il menu funzione SOLVE (Risolvi) permette di accedere ad alcune funzioni del risolutore numerico usando i tasti funzione. Per accedere a questo menu usare: 74 MENU se in modalità RPN, oppure: MENU(74) se in modalità ALG. In alternativa si può utilizzare ⇨ (tenere premuto) 7 per attivare il menu funzione SOLVE. I sottomenu disponibili per il menu funzione SOLVE sono i seguenti:

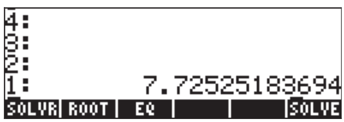
Sottomenu ROOT

Il sottomenu ROOT (Radice) comprende le seguenti funzioni e sottomenu:

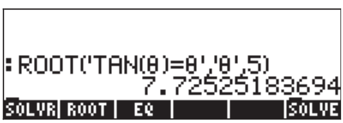
Funzione ROOT

La funzione ROOT è usata per risolvere un'equazione per una variabile specifica con un valore di tentativo iniziale. In modalità RPN, l'equazione sarà nel livello di stack 3, il nome della variabile nel livello 2 e il valore di tentativo iniziale nel livello 1. L'immagine seguente mostra lo stack in modalità RPN prima e dopo l'attivazione della funzione ROOT.





In modalità ALG, si utilizzi ROOT('TAN(θ)=θ','θ',5) per attivare la funzione ROOT:



Variabile EQ

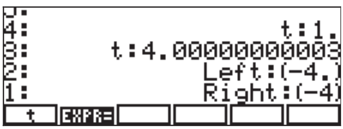
Il tasto funzione EQ in questo sottomenu è usato come riferimento per la variabile EQ. Premere questo tasto funzione equivale a usare la funzione RCEQ (ReCall EQ).

Sottomenu SOLVR

Il sottomenu SOLVR (Risolutore) attiva il risolutore per l'equazione memorizzata in EQ. Di seguito sono riportati alcuni esempi:

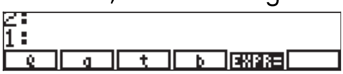
Esempio 1 – Risoluzione dell'equazione t^2-5t = -4
Memorizzando ad esempio l'equazione 't^2-5*t=-4' in EQ e premendo SOLVR si attiva il seguente menu:

Questo risultato indica che è possibile risolvere per t l'equazione visualizzata nella parte superiore del display. Premendo per esempio ← [t], si otterrà il risultato t: 1., dopo che il messaggio "Solving for t" (Risoluzione per t) ha lampeggiato brevemente. È presente una seconda radice per questa equazione che può essere trovata modificando il valore di t prima di risolverla nuovamente per t. Procedere come segue: 10 [t], poi premere ← [t]. Il risultato è ora t: 4.0000000003. Per verificare questo risultato premere il tasto funzione denominato EXPR= che valuta l'espressione in EQ per l'attuale valore di t. In questo caso i risultati sono:



Premere VAR per uscire dall'ambiente SOLVR. A questo punto l'accesso al menu SOLVE è perso, quindi sarà necessario attivarlo nuovamente, come indicato in precedenza, per proseguire con l'esercizio riportato di seguito.

Esempio 2 – Risoluzione dell'equazione Q = at^2+bt
È possibile memorizzare in EQ un'equazione con più di una variabile, ad esempio 'Q = at^2 + bt'. In questo caso, dopo aver attivato il menu funzione SOLVE e aver premuto ROOT SOLVR, si avrà la seguente schermata:

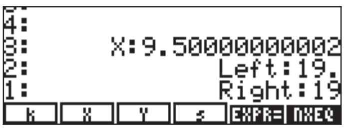


In ambiente SOLVR è possibile definire i valori per qualsiasi variabile elencata digitando il valore nello stack e premendo il relativo tasto del sottomenu. Si digitino ad esempio i valori Q = 14, a = 2 e b = 3. Si utilizzino: 14 [Q], 2 [a], 3 [b].

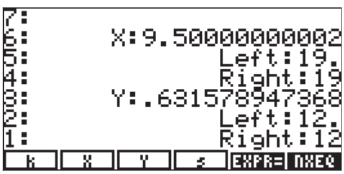
Quando si assegnano valori numerici alle variabili Q, a e b, questi vengono visualizzati nell'angolo superiore sinistro del display. A questo punto è possibile risolvere per t usando ↰ [t]. Il risultato è t: 2. Premendo EXPR= si visualizzano i risultati:

Esempio 3 – Risoluzione di due equazioni simultanee, una dopo l'altra
È possibile inoltre risolvere più equazioni risolvendo un'equazione alla volta e ripetendo il procedimento fino a trovare la soluzione. Ad esempio, se si digita la seguente lista di equazioni nella variabile EQ: { 'a*X+b*Y = c', 'k*X*Y=s'}, la sequenza di tasti ROOT SOLVE nel menu funzione SOLVE produrrà la seguente schermata:

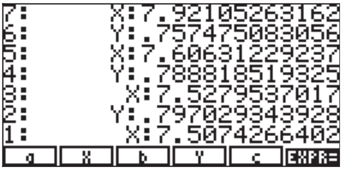
La prima equazione, a*X + b*Y = c, sarà visualizzata nella parte superiore del display. Si possono digitare valori per le variabili a, b e c, ad esempio: 2 [a] 5 [b] 19 [c]. Inoltre, essendo possibile risolvere solo un'equazione alla volta, si digiti un valore di tentativo per Y, ad esempio 0 [Y], e si risolva X utilizzando ↰ [X]. Ne risulterà il valore X: 9.4999…. Per verificare il valore dell'equazione a questo punto, premere EXPR=. I risultati sono: Sinistra: 19, Destra: 19. Per risolvere l'equazione successiva premere NXT NXEQ. Nel display verranno visualizzati i seguenti tasti funzione:

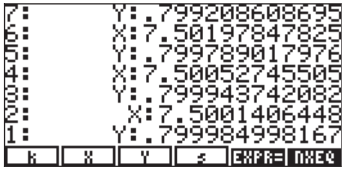


Si digitino, ad esempio, i valori k = 2, s = 12, si risolva quindi per Y e si prema EXPR=. I risultati sono ora Y:



Si continuerà così a passare dalla prima alla seconda equazione e viceversa risolvendo la prima equazione per X e la seconda per Y finché i valori di X e Y non convergeranno su una soluzione. Per passare da un'equazione all'altra premere NXEQ.
Per risolvere per X e Y utilizzare rispettivamente ↰ [X] e ↰ [Y]. Ne risulta la seguente sequenza di soluzioni:





Dopo aver risolto singolarmente le due equazioni, si noti che, fino al terzo decimale, X converge su un valore di 7.500 mentre Y converge su un valore di 0.799.

Utilizzo delle unità di misura con il sottomenu SOLVR

Per utilizzare le unità di misura con il sottomenu SOLVR è necessario rispettare alcune regole:

- Se si inserisce un valore di tentativo con unità di misura per una variabile nota, tali unità saranno utilizzate nella soluzione.
- Se viene inserito un nuovo valore di tentativo senza unità di misura, verranno utilizzate le unità salvate precedentemente per quella specifica variabile.
- Per cancellare le unità di misura, digitare in un elenco un numero senza unità come nuovo valore di tentativo, utilizzando il formato { numero }.
- Un elenco di numeri può essere dato come valore di tentativo per una variabile. In questo caso le unità di misura utilizzate appartengono all'ultimo numero nell'elenco. Ad esempio, digitando { 1.41_ft 1_cm 1_m } si indica che metri (m) sarà utilizzato per quella variabile.
- L'espressione usata nella soluzione deve contenere unità di misura coerenti, in caso contrario, tentando di risolvere per un valore, la calcolatrice darà errore.

Sottomenu DIFFE

Il sottomenu DIFFE fornisce una serie di funzioni per la soluzione numerica di equazioni differenziali. Le funzioni fornite sono le seguenti:

Tali funzioni sono descritte in dettaglio al Capitolo 16.

Sottomenu POLY

Il sottomenu POLY permette di eseguire operazioni su polinomi. Le funzioni del menu sono le seguenti:

Funzione PROOT
Questa funzione serve per trovare le radici di un polinomio dato un vettore contenente coefficienti polinomiali in ordine decrescente delle potenze della variabile indipendente. In altre parole, se il polinomio è $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, il vettore di coefficienti deve essere inserito come $[a_n, a_{n-1}, \ldots , a_2, a_1 , a_0]$. Ad esempio, le radici di un polinomio i cui coefficienti sono [1, -5, 6] sono [2, 3].

Funzione PCOEF
Questa funzione restituisce i coefficienti $[a_n, a_n\text{-}1, \ldots , a_2, a_1 , a_0]$ di un polinomio $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, dato un vettore delle sue radici $[r_1, r_2, \ldots, r_n]$. Ad esempio, un vettore le cui radici sono date da [-1, 2, 2, 1, 0], restituirà i seguenti coefficienti: [1, -4, 3, 4, -4, 0]. Il polinomio è $x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 4x$.

Funzione PEVAL
Questa funzione valuta un polinomio dato un vettore dei suoi coefficienti, $[a_n, a_{n-1}, \ldots , a_2, a_1 , a_0]$, e un valore x_0, ovvero PEVAL calcola $a_n x_0^n + a_{n-1} x_0^{n-1} + \ldots + a_2 x_0^2 + a_1 x_0 + a_0$. Ad esempio, per coefficienti [2, 3, -1, 2] e un valore pari a 2, la funzione PEVAL restituisce il valore 28.

Sottomenu SYS
Il sottomenu SYS comprende una serie di funzioni utilizzate per risolvere sistemi lineari. Le funzioni elencate in questo sottomenu sono:

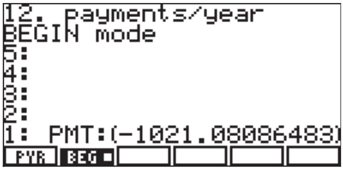
Queste funzioni sono descritte in dettaglio al Capitolo 11.

Sottomenu TVM
Il sottomenu TVM comprende funzioni per calcolare il valore temporale del denaro. Si tratta di un modo alternativo per risolvere problemi di calcolo finanziario (vedere Capitolo 6). Le funzioni disponibili sono elencate qui di seguito:

Sottomenu SOLVR

Il sottomenu SOLVR, accessibile mediante il sottomenu TVM, apre il risolutore per problemi TVM. Premendo ad esempio SOLVR a questo punto, si aprirà la seguente schermata:

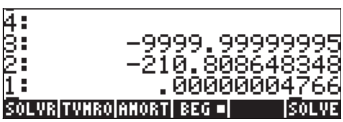
A titolo di esercizio, usare i valori n = 10, I%YR = 5.6, PV = 10000 e FV = 0 e digitare ← [PMT] per trovare PMT = -1021.08…. Premendo NXT verrà visualizzata la seguente schermata:



Premere VAR per uscire dall'ambiente SOLVR. Tornare al sottomenu TVM nel sottomenu SOLVE per provare le altre funzioni disponibili.

Funzione TVMROOT
Per questa funzione è necessario avere il nome di una delle variabili del problema TVM come argomento. La funzione restituisce la soluzione per quella variabile, partendo dal presupposto che le altre variabili esistano e abbiano valori già precedentemente memorizzati. Ad esempio, dopo aver risolto uno dei problemi TVM di cui sopra, possiamo risolvere, per "N" come segue: ['] ALPHA N ENTER TVMRO. Il risultato è 10.

Funzione AMORT
Questa funzione prende un valore che rappresenta un periodo di pagamento (tra 0 e n) e restituisce l'importo principale, gli interessi e il saldo per i valori memorizzati nelle variabili TMV. Ad esempio, prendendo i dati utilizzati in precedenza e attivando la funzione AMORT per un valore 10 si ottiene:



Funzione BEG
Se selezionata, i calcoli TMV si basano sul pagamento della rata all'inizio di ogni periodo. Se non selezionata, i calcoli TMV si basano sul pagamento della rata alla fine di ogni periodo.

Capitolo 7
Risoluzione di equazioni multiple

Molti problemi di scienze o di ingegneria richiedono la risoluzione simultanea di più di un'equazione. La calcolatrice propone varie procedure per risolvere equazioni multiple che verranno illustrate in seguito. Come si noterà, nel presente capitolo non verranno discusse le modalità per risolvere sistemi di equazioni lineari. I metodi per risolvere i sistemi lineari, verranno discussi nei dettagli nei capitoli successivi riguardanti le matrici e l'algebra lineare.

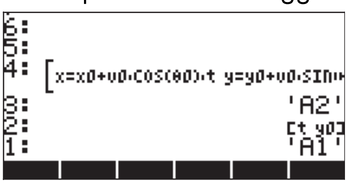
Sistemi di equazioni razionali

Le equazioni che possono essere riscritte sottoforma di polinomi o di espressioni algebriche lineari, possono essere risolte direttamente con la calcolatrice utilizzando la funzione SOLVE. È necessario fornire l'elenco di equazioni come elementi di un vettore. Anche l'elenco delle variabili da utilizzare per la risoluzione dovrà essere fornito sotto forma di vettore. Prima di provare a risolvere delle equazioni utilizzando tale procedura, assicurarsi che il sistema CAS sia impostato sulla modalità Exact. Tenere presente, inoltre, che più le espressioni sono complicate e maggiore sarà il tempo impiegato dal sistema CAS per risolvere un determinato sistema di equazioni. Ecco alcuni esempi di tale applicazione:

Esempio 1 - Moto di un proiettile

Utilizzare la funzione SOLVE con i seguenti argomenti in forma vettoriale; il primo rappresenta l'elenco delle equazioni: ['x = x0 + v0*COS(θ0)*t' 'y =y0+v0*SIN(θ0)*t - g*t^2/2'][ENTER] mentre il secondo le variabili da utilizzare per la risoluzione, quindi t e y0, cioè ['t' 'y0'].

In questo caso la soluzione verrà fornita in modalità RPN. In tal modo è possibile sviluppare la soluzione passo passo. L'operazione in modalità ALG è molto simile. Memorizzare innanzitutto il primo vettore (equazioni) nella variabile A2 ed il vettore delle variabili nella variabile A1. La seguente schermata mostra lo stack RPN prima del salvataggio delle variabili.

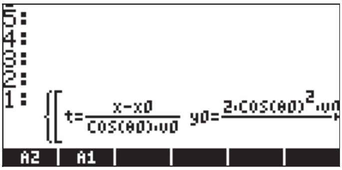


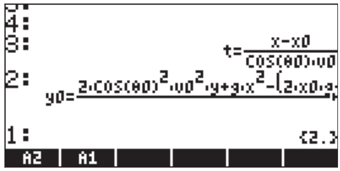
A questo punto, sarà sufficiente premere [STO▶] due volte per memorizzare le variabili. Per procedere alla risoluzione, impostare innanzitutto il CAS in modalità Exact (Esatta) ed elencare quindi i contenuti di A2 e A1, in quest'ordine: [A2] [A1] .

A questo punto, utilizzare il comando SOLVE (dal menu S.SLV: ← S.SLV). Dopo circa 40 secondi o più, si otterrà il seguente elenco:

{ 't = (x-x0)/(COS(θ0)*v0)'
'y0 = (2*COS(θ0)^2*v0^2*y+(g*x^2(2*x0*g+2*SIN(θ0))*COS(θ0)*v0^2)*x+
(x0^2*g+2*SIN(θ0)*COS(θ0)*v0^2*x0)))/(2*COS(θ0)^2*v0^2)']}

Premere EVAL per rimuovere il vettore dall'elenco, quindi utilizzare il commando OBJ→ per avere le equazioni elencate separatamente nello stack.





Nota: questo metodo ha funzionato correttamente in questo esempio perchè le incognite t e y0 erano termini algebrici nelle equazioni. Questo metodo non funzionerebbe per risolvere θ0, dato che θ0 appartiene ad un termine trascendente.

Esempio 2 - Sollecitazioni su un cilindro a pareti spesse

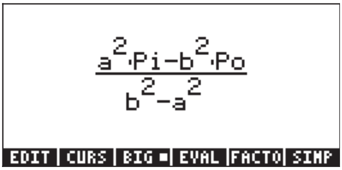
Si consideri un cilindro a pareti spesse con raggio interno *a* e raggio esterno *b*, soggetto ad una pressione interna P_i e ad una pressione esterna P_o. A qualsiasi distanza radiale *r* dall_fasse del cilindro, le sollecitazioni normali nelle direzioni radiali e trasversali σ_{rr} e $\sigma_{\theta\theta}$, rispettivamente, sono date da

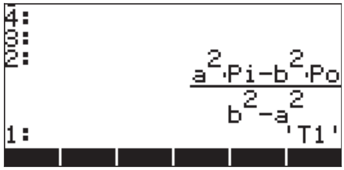
$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{a^2 \cdot P_i - b^2 \cdot P_o}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (P_i - P_o)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)},$$

$$\sigma_{rr} = \frac{a^2 \cdot P_i - b^2 \cdot P_o}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (P_i - P_o)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)}.$$

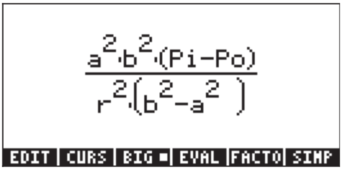
Si noti che la parte destra delle due equazioni si differenzia unicamente per il segno situato tra i due termini. Per tale motivo, per scrivere queste equazioni nella calcolatrice, si consiglia di inserire il primo termine e di memorizzarlo in una variabile T1, quindi di inserire il secondo termine e memorizzarlo in T2. Per

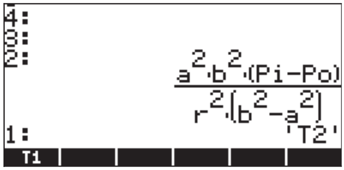
scrivere le due equazioni in un secondo momento, sarà sufficiente richiamare il contenuto di T1 e T2 nello stack e procedere alla loro addizione o sottrazione. Ecco la procedura da seguire con l'Equation Writer.
Inserire e memorizzare il termine T1:





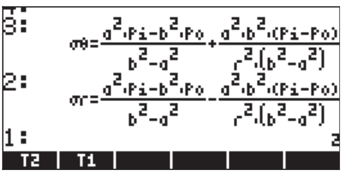
Inserire e memorizzare il termine T2:

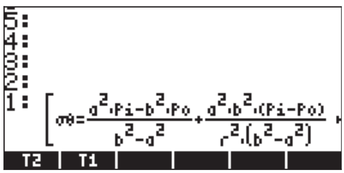




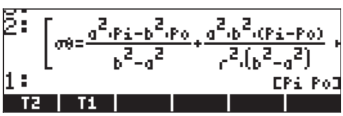
Come si può notare, in questo esempio si sta utilizzando la modalità RPN; la procedura da seguire in modalità ALG sarà comunque molto simile. Sviluppare l'equazione per $\sigma_{\theta\theta}$: VAR T1 T2 + ALPHA ↱ S ALPHA ↱ T ENTER ▶ ↱ =
Sviluppare l'equazione per σ_{rr}: VAR T1 T2 − ALPHA ↱ S ALPHA ↰ R ENTER ▶ ↱ =

Unire un vettore alle due equazioni utilizzando la funzione →ARRY (ottenibile mediante il comando Catalog ↱ CAT) dopo aver inserito un 2 :





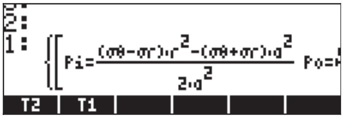
A questo punto, supponiamo di voler risolvere P_i e P_o, a partire da a, b, r, σ_{rr} e $\sigma_{\theta\theta}$. Inserire un vettore con le incognite:



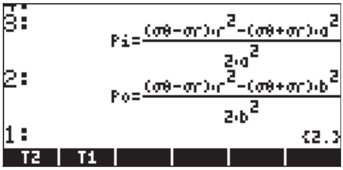
Per risolvere P_i and P_o, utilizzare il comando SOLVE dal menu S.SLV (↰ S.SLV).
È possibile che la calcolatrice impieghi un minuto per produrre il risultato:

{['Pi=-(((σθ-σr)*r^2-(σθ+σr)*a^2)/(2*a^2))'

'Po=-(((σθ-σr)*r^2-(σθ+σr)*b^2)/(2*b^2))'] }, i.e.,



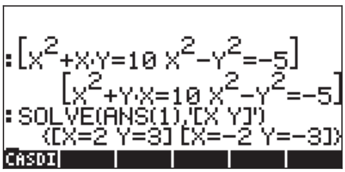
Si noti che il risultato include un vettore [ ] contenuto all'interno di un elenco { }. Per rimuovere il simbolo dell'elenco, premere EVAL. Infine, per scomporre il vettore, utilizzare la funzione OBJ→. Si otterrà il risultato:



Questi due esempi rappresentano sistemi di equazioni lineari che possono essere risolti in maniera altrettanto corretta mediante la funzione LINSOLVE (vedere il Capitolo 11). L'esempio seguente mostra la funzione SOLVE applicata ad un sistema di equazioni polinomiali.

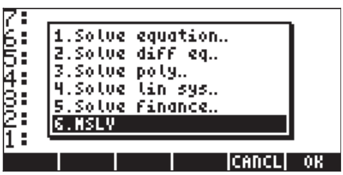
Esempio 3 - Sistema di equazioni polinomiali

La seguente schermata mostra la soluzione del sistema X^2+XY=10, X^2-Y^2=-5, utilizzando la funzione SOLVE:

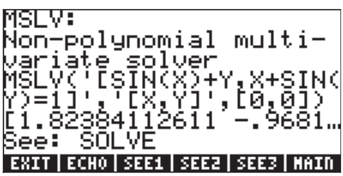


Risoluzione di equazioni simultanee con la funzione MSLV

La funzione MSLV è disponibile come ultima opzione del menu NUM.SLV menu:



L'opzione Help relativa alla funzione MSLV viene illustrata di seguito:

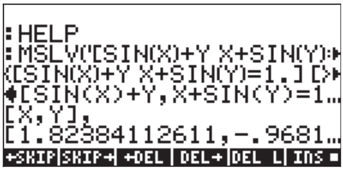


Esempio 1 - Esempio dell'opzione Help

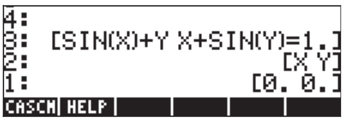
Come per tutte le funzioni relative all'opzione Help, c'è un esempio legato alla funzione MSLV, come mostrato nella schermata precedente. Si noti che la funzione MSLV necessita di tre argomenti:

1. un vettore contenente, ad esempio, le equazioni '[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1]';
2. un vettore contenente le variabili da usare per la risoluzione, ad esempio, '[X,Y]';
3. un vettore contenente i valori iniziali della soluzione, ossia i valori iniziali di X ed Y sono entrambi zero in questo esempio.

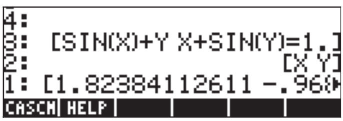
In modalità ALG, premere ECHO per copiare l'esempio nello stack e premere `ENTER` per eseguirlo. Per visualizzare tutti gli elementi della soluzione, è necessario attivare il Line Editor premendo il tasto freccia giù (▼):



In modalità RPN, la soluzione di questo esempio si otterrà utilizzando:



Attivando la funzione MSLV, si otterrà la seguente schermata:



Come si sarà notato, durante lo sviluppo della soluzione, il display visualizza delle informazioni intermedie nell'angolo in alto a sinistra. Dato che la soluzione fornita mediante la funzione MSLV è di tipo numerico, le informazioni nell'angolo in alto a sinistra mostrano il risultato del processo iterativo utilizzato per ottenere la soluzione. La soluzione finale è *X = 1.8238, Y = -0.9681*.

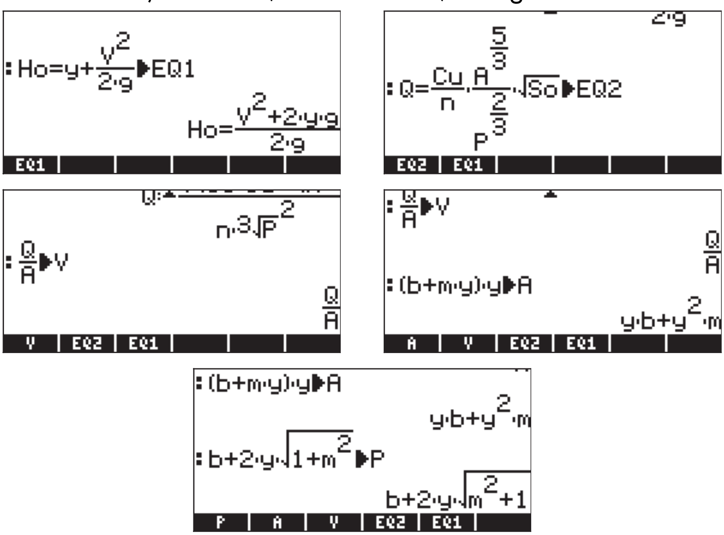
Esempio 2 - Imbocco di un canale aperto da un lago

Questo particolare problema relativo al flusso di un canale aperto, richiede la risoluzione simultanea di due equazioni, l'equazione dell'energia:

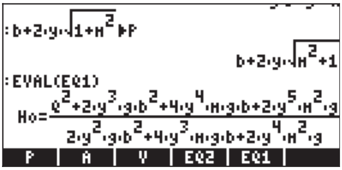
$H_o = y + \frac{V^2}{2g}$ e l'equazione di Manning: $Q = \frac{Cu}{n} \cdot \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \cdot \sqrt{S_o}$. In queste equazioni, H_o rappresenta il carico totale (m o ft) disponibile per un flusso all'entrata di un canale, y è la profondità del flusso (m o ft), V = Q/A è la velocità del flusso (m/s o ft/s), Q è la portata volumetrica (m^3/s o ft^3/s), A è la sezione trasversale (m^2 o ft^2), C_u è un coefficiente che dipende dal sistema di unità (C_u = 1.0 per il SI, C_u = 1.486 per il sistema di unità britannico), n è il coefficiente di Manning, una misura relativa alla scabrezza della superficie del canale (ad esempio, per il calcestruzzo, n = 0.012), P è il perimetro bagnato della sezione trasversale (m o ft), S_o è la pendenza dell'alveo del canale espressa sotto forma di frazione decimale. In un canale trapezoidale, come nell'esempio sottoriportato, l'area è data da $A = (b + my)y$, mentre il perimetro bagnato è dato da $P = b + 2y\sqrt{1 + m^2}$, dove b è la larghezza del fondo (m o ft) ed m è la pendenza laterale (1V:mH) della sezione trasversale.

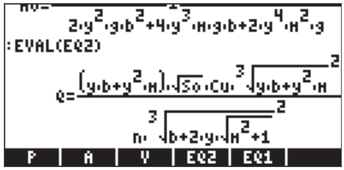
Generalmente, è necessario risolvere l'equazione di energia e quella di Manning simultaneamente per y e Q. Una volta scritte queste equazioni in termini di variabili primitive b, m, y, g, S_o, n, C_u, Q e H_o, rimane un sistema di equazioni nella forma $f_1(y,Q) = 0$, $f_2(y,Q) = 0$. È possibile sviluppare queste due equazioni come indicato di seguito.

Supponiamo di utilizzare le modalità ALG ed Exact della calcolatrice, sebbene la definizione e la risoluzione delle equazioni con la funzione MSLV siano molto simili in modalità RPN. Creare una sottodirectory, ad esempio CHANL (per open CHANneL) e definire, al suo interno, le seguenti variabili:



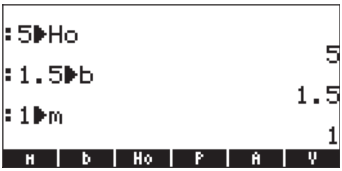
Per visualizzare le equazioni originali, EQ1 e EQ2, in termini di variabili primitive come sopraindicato, si può utilizzare la funzione EVAL applicata ad ogni equazione, ad esempio EVAL EQ1 EVAL EQ2. Le equazioni vengono elencate nello stack come illustrato di seguito (con l'opzione small font selezionata):

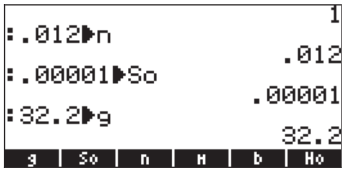


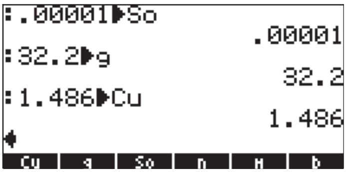


Si può notare che queste due equazioni sono effettivamente espresse in termini di variabili primitive b, m, y, g, S_o, n, Cu, Q e H_o.

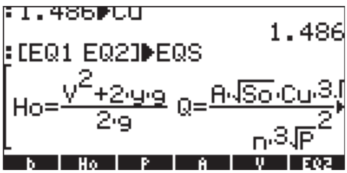
Per risolvere y e Q, è necessario attribuire dei valori alle altre variabili. Supponiamo di utilizzare H_0 = 5 ft, b = 1.5 ft, m = 1, n = 0.012, S_0 = 0.00001, g = 32.2 e Cu = 1.486. Prima di poter utilizzare la funzione MSLV per trovare la soluzione, è necessario inserire tali valori nelle variabili corrispondenti. A tal fine, procedere come segue:



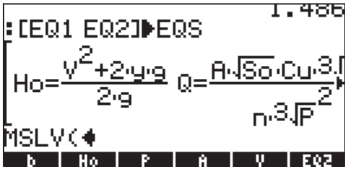




A questo punto, si può procedere alla risoluzione dell'equazione. È necessario, innanzitutto, unire le due equazioni all'interno di un vettore. Per farlo, memorizzare il vettore in una variabile che chiameremo EQS (EQuationS):



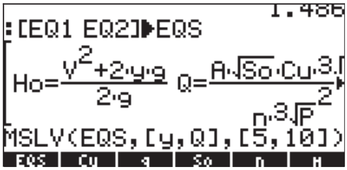
Come valori iniziali delle variabili y e Q, si utilizzerà y = 5 (pari al valore di H_o che è il valore massimo che y può assumere) e Q = 10 (si tratta di un'ipotesi). Per ottenere la soluzione, selezionare la funzione MSLV dal menu NUM.SLV, ad esempio ⮣ NUM.SLV 6 OK, per visualizzare il comando sulla schermata:



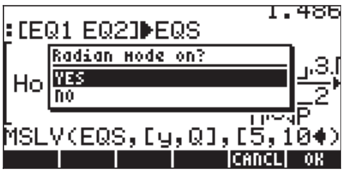
Inserire quindi la variabile EQS: NXT NXT EQS, seguita dal vettore [y,Q]:

↱ , ↰ [] ALPHA ↰ Y ↱ , ALPHA Q ▶
e dalle ipotesi iniziali, ↱ , ↰ [] 5 ↱ , 1 0 .

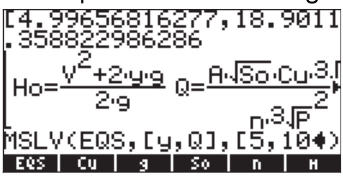
Prima di premere ENTER, il display avrà il seguente aspetto:



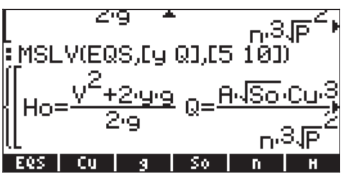
Premere ENTER per risolvere il sistema di equazioni. Se la misura angolare di cui si dispone non è impostata in Radians (Radianti), potrebbe apparire la seguente richiesta:



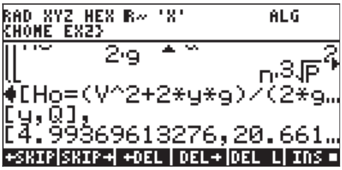
Premere OK e far continuare la procedura di risoluzione. Una fase di soluzione intermedia potrebbe presentarsi come segue:



Il vettore in alto rappresenta il valore corrente di [y,Q] durante la procedura di risoluzione, mentre il valore .358822986286 rappresenta i criteri di convergenza del metodo numerico utilizzato nella soluzione. Se il sistema è impostato correttamente, questo valore diminuirà fino a raggiungere un valore prossimo allo zero. A tal punto, si sarà ottenuta una soluzione numerica. Dopo aver utilizzato la funzione MSLV per trovare una soluzione, il display si presenterà come segue:



Il risultato è un elenco di tre vettori. Il primo vettore dell'elenco rappresenta le equazioni risolte. Il secondo vettore rappresenta l'elenco delle incognite. Il terzo vettore rappresenta la soluzione. Per poter visualizzare questi vettori, premere il tasto frecciàgiù ▽ per attivare il Line Editor. La soluzione si presenterà come segue:



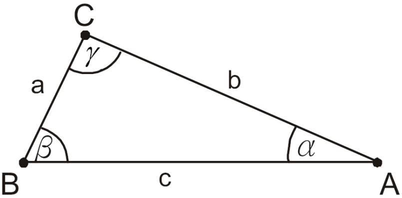
La soluzione suggerita è [4.9936…, 20.661…]. Ciò significa che y = 4.99 ft e Q = 20.661… ft^3/s. Per visualizzare la soluzione nei dettagli, utilizzare i tasti freccia (◁ ▷ △ ▽).

Utilizzo del Multiple Equation Solver (MES)

Il Multiple Equation Solver (Risolutore di equazioni multiple) è un ambiente in cui è possibile risolvere un sistema di equazioni multiple risolvendo l'incognita di un'equazione alla volta. Non si tratta di un vero e proprio metodo che offre soluzioni simultanee, bensì di un metodo in grado di risolvere, una per volta, varie equazioni correlate. Per illustrare l'utilizzo del MES per la risoluzione di equazioni multiple, nella sezione seguente verrà presentata un'applicazione legata alla trigonometria. Gli esempi qui illustrati sono sviluppati in modalità RPN.

Applicazione 1 - Risoluzione di problemi sui triangoli

In questa sezione, verrà utilizzata un'applicazione importante delle funzioni trigonometriche: il calcolo delle dimensioni di un triangolo. La soluzione viene implementata nella calcolatrice utilizzando il risolutore di equazioni multiple (MES).
Si consideri il triangolo ABC della figura sottostante.



La somma degli angoli interni di qualsiasi triangolo è sempre 180°, cioè $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Il teorema del seno indica che:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}.$$

Il teorema del coseno indica che:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha,$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta,$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma.$$

Per risolvere problemi relativi a qualsiasi triangolo, è necessario conoscere almeno tre delle sei variabili seguenti: $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$. Per risolvere per le altre tre variabili, si possono quindi utilizzare le equazioni relative ai teoremi del seno e del coseno e alla somma degli angoli interni di un triangolo.

Se i tre lati sono noti, è possibile calcolare l'area del triangolo utilizzando la formula di Erone $A = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$, dove s rappresenta il semiperimetro del triangolo, cioè $s = \frac{a+b+c}{2}$.

Risoluzione dei problemi sui triangoli con il risolutore di equazioni multiple (MES)
Il Multiple Equation Solver (MES) è una funzione che può essere utilizzata per risolvere due o più equazioni associate. Tuttavia, è importante sottolineare che il MES non è in grado di risolvere le equazioni simultaneamente. In realtà, prende le variabili note e quindi esegue una ricerca in un elenco di equazioni fino a che non ne trova una che possa essere risolta per una delle variabili non note. Successivamente ricerca un'altra equazione che possa essere risolta per le incognite successive e così via, fino a che tutte le incognite non vengono calcolat.

Creazione di una directory di lavoro

Si utilizzerà il MES per risolvere problemi relativi ai triangoli, attraverso la creazione di un elenco di equazioni corrispondenti ai teoremi del seno e del coseno, al teorema della somma degli angoli interni e alla formula di Erone per il calcolo dell'area. Creare, innanzitutto, una sottodirectory all'interno della directory HOME che verrà chiamata TRIANG ed entrare in tale sottodirectory. Per informazioni sulla creazione di una nuova sottodirectory, vedere il Capitolo 2.

Inserimento dell'elenco di equazioni

All'interno della sottodirectory TRIANG, inserire il seguente elenco di equazioni, inserendole direttamente nello stack o utilizzando l'Equation Writer. Ricordarsi che ALPHA ↱ A produce il carattere α e ALPHA ↱ B produce il carattere β. Il carattere γ deve essere copiato (mediante ECHO) da ↱ CHARS :

$$'\mathrm{SIN}(\alpha)/a = \mathrm{SIN}(\beta)/b'$$
$$'\mathrm{SIN}(\alpha)/a = \mathrm{SIN}(\gamma)/c'$$
$$'\mathrm{SIN}(\beta)/b = \mathrm{SIN}(\gamma)/c'$$
$$'c\text{^}2 = a\text{^}2+b\text{^}2\text{-}2*a*b*\mathrm{COS}(\gamma)'$$
$$'b\text{^}2 = a\text{^}2+c\text{^}2\text{-}2*a*c*\mathrm{COS}(\beta)'$$
$$'a\text{^}2 = b\text{^}2+c\text{^}2\text{-}2*b*c*\mathrm{COS}(\alpha)'$$
$$'\alpha+\beta+\gamma = 180'$$
$$'s = (a+b+c)/2'$$
$$'A = \sqrt{\ } (s*(s\text{-}a)*(s\text{-}b)*(s\text{-}c))'$$

Inserire, quindi, il numero 9 e creare un elenco di equazioni utilizzando: funzione →LIST (utilizzare il comando Catalog ↱ CAT). Memorizzare questo elenco nella variabile EQ.

La variabile EQ contiene l'elenco di equazioni che verranno analizzate dal MES per la risoluzione delle incognite.

Inserimento di un titolo nella finestra
Di seguito vengono presentate le istruzioni su come creare una variabile stringa, denominata TITLE, che contenga la stringa "Triangle Solution":

↱ ""	Apre le doppie virgolette nello stack
ALPHA ALPHA ↰ ALPHA	Blocca la tastiera alfabetica su minuscolo.
↰ T R I A N G L E SPC	Inserisce il testo: Triangle_
↰ S O L U T I O N	Inserisce il testo: Solution
ENTER	Inserisce la stringa "Triangle Solution" nello stack
'	Apre le virgolette singole nello stack
ALPHA ALPHA T I T L E ENTER	Inserisce il nome della variabile "TITLE"
STO▸	Memorizza la stringa in "TITLE"

Creazione di un elenco di variabili
Si creerà ora un elenco di nomi di variabili nello stack e precisamente:

{ a b c α β γ A s }

tale elenco verrà memorizzato nella variabile LVARI (List of VARIables). L'elenco di variabili rappresenta l'ordine in cui le variabili verranno elencate quando il MES inizierà la sua ricerca. Tale elenco dovrà comprendere tutte le variabili delle equazioni, per consentire l'uso della funzione MITM (vedere di seguito). Ecco la sequenza di tasti da utilizzare per la preparazione e la memorizzazione di questo elenco:

Premere VAR, se necessario, per passare al menu delle variabili. Il menu dovrà mostrare le variabili LVARI TITLE EX .

Preparazione all'utilizzo del MES
La fase successiva consiste nell'attivare il MES e nel testare una soluzione campione. Prima di farlo, tuttavia, è necessario impostare le unità angolari su DEGrees (gradi), se le stesse non sono già impostate su tale unità, inserendo ALPHA ALPHA D E G ENTER .

Successivamente memorizzare il contenuto di TITLE e di LVARI nello stack, utilizzando:

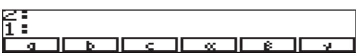
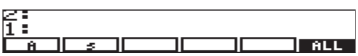
TITLE LVARI

Si utilizzeranno le seguenti funzioni MES

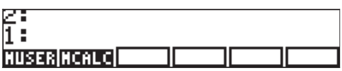
- MINIT (MES INITialization): inizializza le variabili delle equazioni memorizzate in EQ.
- MITM (MES' Menu Item): prende un titolo dal livello di stack 2 e l'elenco di variabili dal livello di stack 1 e posiziona il titolo nella parte superiore della finestra MES e l'elenco di variabili come tasti funzione nell'ordine indicato dall'elenco. In questo esercizio, si dispone già di un titolo ("Triangle Solution") e di un elenco di variabili ({ a b c α β γ A s }) nei livelli di stack 2 e 1, rispettivamente, pronti per attivare MITM.
- MSOLVR (MES SOLVER): attiva il risolutore di equazioni multiple (MES) ed aspetta l'immissione dei dati da parte dell'utente.

Utilizzo interattivo del MES
Per avviare il MES, con le variabili TITLE e LVARI elencate nello stack, attivare il comando MINIT, quindi MITM e infine MSOLVR (queste funzioni si trovano in Catalog ‿ CAT).

La funzione MES viene attivata con a disposizione il seguente elenco di variabili (premere NXT per visualizzare l'elenco di variabili successive):

Premere NXT per visualizzare il terzo elenco di variabili. Il display visualizzerà:



Premere NXT ancora una volta per tornare al primo menu di variabili.

Si provi una soluzione semplice del Caso I, utilizzando a = 5, b = 3, c = 5. Utilizzare i seguenti valori:

5 [a] a:5 viene visualizzato nell'angolo in alto a sinistra del display.
3 [b] b:3 viene visualizzato nell'angolo in alto a sinistra del display.
5 [c] c:5 viene visualizzato nell'angolo in alto a sinistra del display.

Per trovare i valori degli angoli:

↰ [α] La calcolatrice indica “Solving for α” (Risolvere per a) e mostra il risultato α:
72.5423968763.

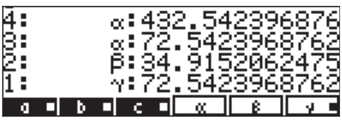
Nota: se si ottiene un valore superiore a 180, utilizzare i seguenti tasti:	
1 0 [α]	Re-inizializza a con un valore inferiore.
↰ [α]	La calcolatrice indica “Solving for α”

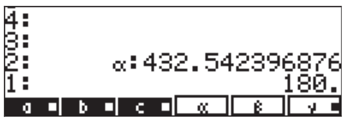
Successivamente si procede al calcolo degli altri due valori:

↰ [β] Il risultato è β: `34.9152062474.`

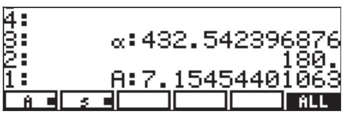
↰ [γ] Il risultato è γ: `72.5423968763.`

Si dovrebbero avere i valori dei tre angoli elencati nei livelli di stack da 3 a 1. 1. Premere + due volte per verificare che la loro somma sia effettivamente di 180°.



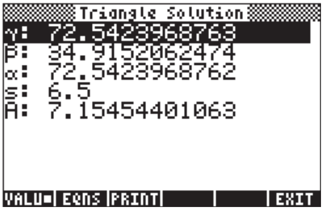


Premere NXT per passare al menu di variabili successivo. Per calcolare l’area utilizzare: ↰ [`A`]. La calcolatrice inizia a calcolare tutte le altre variabili, quindi trova il valore dell’area A: 7.15454401063.



Nota: quando viene trovata una soluzione, la calcolatrice indica le condizioni della soluzione con Zero o Sign Reversal (Cambiamento di Segno). Potrebbero comparire altri messaggi nel caso in cui la calcolatrice dovesse incontrare difficoltà a trovare una soluzione.

Premendo ← ALL, la calcolatrice calcolerà tutte le variabili, mostrando temporaneamente i risultati intermedi. Premere → ALL per visualizzare le soluzioni:



Al termine, premere ON per tornare all'ambiente MES. Premere VAR per uscire dall'ambiente MES e tornare al display normale della calcolatrice.

Organizzazione delle variabili nella sottodirectory

Il menu delle variabili conterrà ora le variabili (premere NXT per visualizzare la seconda serie di variabili):

Le variabili corrispondenti a tutte le variabili delle equazioni in EQ sono state create. È presente anche una nuova variabile denominata *Mpar* (MES parameters) che contiene informazioni riguardanti la configurazione del MES per questa determinata serie di equazioni. Premendo → Mpar per visualizzare il contenuto della variabile *Mpar*, si otterrà il messaggio: Library Data (Dati libreria). Tale messaggio, piuttosto criptico, indica che i parametri MES sono codificati in un file binario, cui non è possibile accedere attraverso l'Editor.

Successivamente, se si desidera posizionarli nelle etichette del menu in un ordine diverso da quello sopraindicato, procedere come segue:

1. Creare un elenco contenente {EQ Mpar LVARI TITLE} utilizzando:

   ← {} EQ Mpar LVARI TITLE ENTER

2. Posizionare il contenuto di LVARI nello stack utilizzando: LVARI.
3. Unire i due elenchi premendo +.

Utilizzare la funzione ORDER (utilizzare il comando Catalog → CAT) per ordinare le variabili come indicato nell'elenco del livello di stack 1.

4. Premere VAR per tornare all'elenco di variabili. Verrà visualizzata la seguetne schermata:

5. Premere NXT per tornare al primo menu di variabili.

Programmazione del Risolutore di Equazioni Multiple (MES) per la risoluzione di problemi sul triangolo utilizzando il linguaggio User RPL

Per facilitare l'attivazione del MES per soluzioni future, verrà creato un programma che caricherà il MES con la singola pressione di un tasto. Il programma dovrà apparire così: << DEG MINIT TITLE LVARI MITM MSOLVR >>, e può essere digitato utilizzando:

[→] « »	Apre il simbolo che delimita un programma
[ALPHA][ALPHA]	Blocca la tastiera alfanumerica
[D][E][G][SPC]	Inserisce la parola DEG (unità angolari impostate su DEG, gradi)
[M][I][N][I][T][SPC]	Inserisce la parola MINIT_
[ALPHA]	Sblocca la tastiera alfanumerica
[TITLE]	Inserisce il nome TITLE nel programma
[LVARI]	Inserisce il nome LVARI nel programma
[ALPHA][ALPHA]	Blocca la tastiera alfanumerica
[M][I][T][M][SPC]	Inserisce la parola MITM_
[M][S][O][L][V][R]	Inserisce la parola MSOLVR
[ENTER]	Inserisce il programma nello stack

Memorizzare il programma in una variabile chiamata TRISOL, che sta per SOLuzione del TRIangolo utilizzando:

['][ALPHA][ALPHA][T][R][I][S][O][L][ENTER] [STO▶]

Premere [VAR], se necessario, per tornare all'elenco di variabili. L'etichetta del tasto funzione [TRISO] dovrebbe risultare disponibile nel menu.

Esecuzione del programma – esempi di soluzioni

Per eseguire il programma, premere il tasto funzione [TRISO]. Apparirà il menu MES corrispondente alla soluzione del triangolo. Ecco gli esempi dei tre casi elencati in precedenza per la soluzione del triangolo.

Esempio 1 – Triangolo rettangolo

Utilizzare a = 3, b = 4, c = 5. Ecco la sequenza della soluzione:

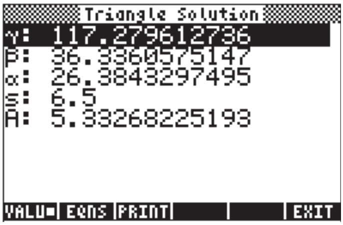
[3][a] [4] [b] [5][c]	Per inserire i dati
[←][α]	Il risultato è α: 36.8698976458
[←][β]	Il risultato è β: 53.1301023541.
[←][γ]	Il risultato è γ: 90.
[NXT]	Per spostarsi al menu delle variabili successive.
[←][A]	Il risultato è A: 6.
[NXT] [NXT]	Per spostarsi al menu delle variabili successive.

Esempio 2 – Qualsiasi tipo di triangolo

Utilizzare a = 3, b = 4, c = 6. La procedura per la soluzione utilizzata in questo caso consiste nel calcolare tutte le variabili in una volta sola, quindi richiamare le soluzioni nello stack:

VAR TRISO	Per cancellare i dati e riattivare il MES
3 [a] 4 [b] 6 [c]	Per inserire i dati
NXT	Per spostarsi al menu delle variabili successive.
← ALL	Per calcolare tutte le variabili non note.
→ ALL	Per visualizzare la soluzione:

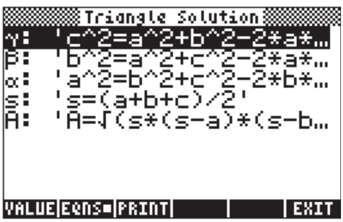
La soluzione è:



Nella parte inferiore dello schermo, appariranno i tasti funzione:

VALU■ EQNS PRINT EXIT

Il punto quadrato in VALU■ indica che viene visualizzato sullo schermo il valore delle variabili, anziché quello delle equazioni da cui sono state calcolate. Per vedere le equazioni utilizzate nel calcolo di ciascuna variabile, premere il tasto funzione EQNS. Lo schermo ora apparirà come segue:



Il tasto funzione PRINT è utilizzato per stampare la schermata su una stampante, se disponibile. Premendo EXIT si torna in ambiente MES per un nuovo calcolo, se necessario. Per tornare al display normale della calcolatrice, premere VAR.

La seguente tabella delle soluzioni del triangolo mostra l'input dati in grassetto e la soluzione in corsivo. Provare ad eseguire il programma con questi dati per verificare le soluzioni. Non dimenticare di premere VAR TRISO alla fine di ciascun calcolo per cancellare le variabili e far ripartire il MES. In caso contrario, potrebbero essere mantenuti i dati del calcolo precedente che comprometterebbero quello in corso.

a	b	c	$\alpha(^o)$	$\beta(^o)$	$\gamma(^o)$	A
2.5	*6.9837*	**7.2**	*20.229*	**75**	*84.771*	*8.6933*
7.2	**8.5**	*14.26*	*22.616*	**27**	*130.38*	*23.309*
21.92	**17.5**	**13.2**	**90**	*52.98*	**37.03**	*115.5*
41.92	**23**	*29.6*	**75**	**32**	*73*	*328.81*
10.27	*3.26*	**10.5**	*77*	**18**	**85**	*16.66*
17	**25**	**32**	*31.79*	*50.78*	*97.44*	*210.71*

Aggiungere un tasto INFO alla propria directory
Può essere utile disporre di un tasto informazione nella propria directory per aiutare a ricordare l'uso delle funzioni nella directory stessa. In questa directory, tutto ciò che bisogna ricordare è di premere TRISO per l'avvio della soluzione di un triangolo. È possibile inserire il seguente programma: <<"Premere [TRISO] per avviare". MSGBOX >>, e memorizzarlo in una variabile chiamata INFO. In questo modo, la prima variabile nella directory sarà il tasto INFO.

Applicazione 2 - Velocità e accelerazione in coordinate polari
Il moto bidimensionale di una particella in coordinate polari spesso richiede la determinazione delle componenti radiali e trasversali della velocità e dell'accelerazione della particella, dati r, r' = dr/dt, r" = d^2r/dt^2, θ, θ' = d θ / dt, e θ" = $d^2\theta/dt^2$. Vengono utilizzate le seguenti equazioni:

$$v_r = \dot{r} \qquad a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} \qquad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

Creare una sottodirectory chiamata POLC (Coordinate POLari), che verrà utilizzata per calcolare le velocità e le accelerazioni in coordinate polari. All'interno di tale sottodirectory, inserire le seguenti variabili:

Programma o valore	Memorizzare nella variabile:
<< PEQ STEQ MINIT NAME LIST MITM MSOLVR >>	**SOLVEP**
"vel. & acc. polar coord."	**NAME**
{ r rD rDD θD θDD vr vθ v ar aθ a }	**LIST**
{ 'vr = rD' 'vθ = r*θD' 'v = √(vr^2 + vθ^2)' 'ar = rDD – r*θD^2' 'aθ = r*θDD + 2*rD*θD' 'a = √(ar^2 + aθ^2)' }	**PEQ**

Segue una spiegazione delle variabili:

SOLVEP = Programma che avvia il risolutore di equazioni multiple per il particolare insieme di equazioni memorizzate nella variabile **PEQ**;

NAME = Variabile che memorizza il nome del risolutore di equazioni multiple, vale a dire, *"vel.* & acc. polar coord."

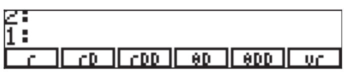
LIST = Elenco di variabili utilizzate nei calcoli, disposte nell'ordine di visualizzazione desiderato in ambiente MES;

PEQ = Elenco di equazioni da risolvere, corrispondenti alle componenti radiali e trasversali della velocità **(vr**, **v**θ**)** e dell'accelerazione **(ar**, **a**θ**)** in coordinate polari, nonché equazioni per calcolare il modulo della velocità **(v)** e dell'accelerazione **(a),** note le componenti polari.

r, **rD**, **rDD** = r (coordinata radiale), r-dot (derivata prima di r), r-double dot (derivata seconda di r).

θ**D**, θ**DD** = θ-d (derivata prima di θ), θ-double dot (derivata seconda di θ).

Dati i seguenti valori: r = 2.5, rD = 0.5, rDD = -1.5, θD = 2.3, θDD = -6.5, trovare vr, vθ, ar, aθ, v, ed a. Avviare il risolutore di equazioni multiple premendo [VAR] [SOLVE]. La calcolatrice fornisce una schermata denominata, *"vel. & acc. polar coord."*, che appare come segue:

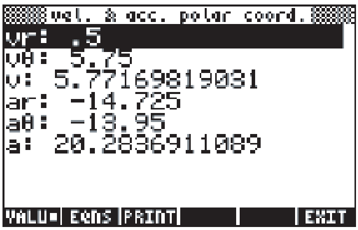


Per inserire i valori delle variabili note, digitare i valori e premere il tasto corrispondente alla variabile da inserire. Utilizzare la seguente sequenza di tasti: 2.5 [r] 0.5 [rD] 1.5 [+/-] [rDD] 2.3 [θD] 6.5 [+/-] [θDD].

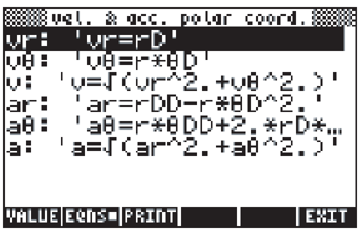
Notare che dopo l'inserimento di un particolare valore, la calcolatrice visualizza la variabile e il suo valore nell'angolo superiore sinistro dello schermo. Sono state inserite le variabili note. Per calcolare le incognite è possibile procedere in due modi:

a). Calcolare le variabili individualmente, ad esempio, ⬑ [vr] restituisce vr: 0.500. Premere NXT ⬑ [vθ] per ottenere vθ: 5.750, e così via. I risultati rimanenti sono v: 5.77169819031; *a*r: -14.725; *a*θ: -13.95; ed *a:* 20.2836911089.; oppure,

b). Calcolare tutte le variabili contemporaneamente premendo ⬑ ALL. La calcolatrice restituirà le soluzioni man mano che le individua. Quando la calcolatrice si ferma, premere ⮣ ALL per visualizzare l'elenco di tutti i risultati. In questo caso:

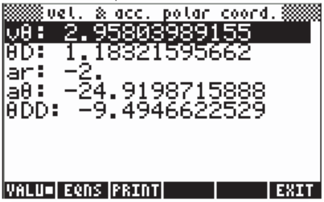


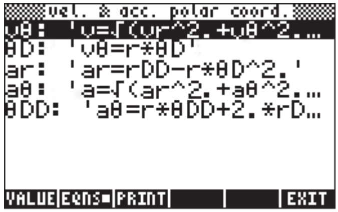
Premendo il tasto funzione EXPR verranno mostrate le equazioni utilizzate per calcolare ciascun valore sullo schermo:



Per utilizzare un nuovo insieme di valori premere EXIT ALL NXT NXT oppure VAR SOLVE.

Ecco un altro esempio utilizzando r = 2.5, vr = rD = -0.5, rDD = 1.5, v = 3.0, a = 25.0. Trovare, θD, θDD, vθ, ar, ed aθ. Si otterranno i seguenti risultati:


vel. & acc. polar coord.
vθ: 2.95803989155
θD: 1.18321595662
ar: -2.
aθ: -24.9198715888
θDD: -9.4946622529
VALU EQNS PRINT EXIT


vel. & acc. polar coord.
vθ: 'v=√(vr^2.+vθ^2.…
θD: 'vθ=r*θD'
ar: 'ar=rDD-r*θD^2.'
aθ: 'a=√(ar^2.+aθ^2.…
θDD: 'aθ=r*θDD+2.*rD…
VALUE EQNS PRINT EXIT

Capitolo 8
Operazioni con elenchi

Gli elenchi sono un tipo di oggetto proprio della calcolatrice che può essere utile per l'elaborazione di dati e nella programmazione. Questo capitolo presenta esempi di operazioni con elenchi.

Definizioni

Un elenco, nel contesto di una calcolatrice, è una serie di oggetti racchiusi tra parentesi graffe e separati da spazi ([SPC]), in modalità RPN, o virgole ([→] ,), in entrambe le modalità. Gli oggetti che possono essere inclusi in un elenco sono numeri, lettere, stringhe di caratteri, nomi di variabili, e/o operatori. Gli elenchi sono utili per manipolare insiemi di dati e in alcune applicazioni di programmazione. Alcuni esempi di elenchi sono:

{ t 1 }, {"BETA" h2 4}, {1 1.5 2.0},

{a a a a}, { {1 2 3} {3 2 1} {1 2 3}}

Negli esempi visualizzati di seguito ci si limiterà a elenchi numerici.

Creazione e memorizzazione di elenchi

Per creare un elenco in modalità ALG, premere prima il tasto delle parentesi graffe [←] {} (associato al tasto [+]), quindi digitare o inserire gli elementi dell'elenco, separandoli con delle virgole ([→] ,). La seguente sequenza di tasti inserirà l'elenco {1 2 3 4} e lo memorizzerà nella variabile L1.

[←] {} [1] [→] , [2] [→] , [3] [→] , [4]

[▶] [STO▶] [ALPHA] [L] [1] [ENTER]

Lo schermo visualizzerà quanto segue:

La figura sulla sinistra mostra lo schermo prima di premere [ENTER], mentre quella sulla destra mostra lo schermo dopo aver memorizzato l'elenco nella variabile L1. Notare che prima di premere [ENTER], l'elenco mostra le virgole che separano gli elementi. Tuttavia, dopo aver premuto [ENTER], le virgole vengono sostituite da spazi.

Per inserire lo stesso elenco in modalità RPN utilizzare la seguente sequenza di tasti:

[←] {} [1] [SPC] [2] [SPC] [3] [SPC] [4] [ENTER]

[ALPHA] [L] [1] [ENTER] [STO▶]

La figura in basso mostra lo stack in modalità RPN prima di premere il tasto STO▶:

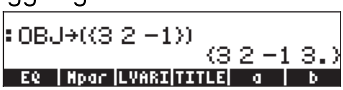
Composizione e scomposizione in modalità

Comporre e scomporre elenchi presenta una qualche utilità unicamente in modalità RPN. In tale modalità operativa, è possibile scomporre un elenco utilizzando la funzione OBJ→. Con questa funzione, un elenco nello stack in modalità RPN è scomposto nei propri elementi, con il livello di stack 1: che mostra il numero di elementi nell'elenco. Le successive due immagini mostrano lo stack con un breve elenco prima e dopo l'applicazione della funzione OBJ→:

Notare che, dopo aver applicato la funzione OBJ→, gli elementi dell'elenco occupano i livelli dal 4: al 2:, mentre il livello 1: mostra il numero di elementi in elenco.

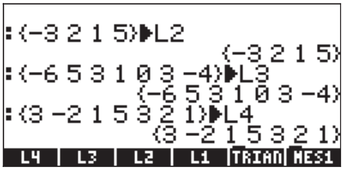
Per comporre un elenco in modalità RPN, collocare gli elementi dell'elenco nello stack, inserire la dimensione dell'elenco e applicare la funzione →LIST (selezionarla dal Function Catalog, nel modo seguente: ↱ _CAT ↱ ⟶ , quindi utilizzare i tasti freccia su e giù (▲▼) per individuare la funzione →LIST). La seguente schermata mostra gli elementi di un elenco di dimensione 4 prima e dopo l'applicazione della funzione →LIST:

Nota: La funzione OBJ→ applicata a un elenco in modalità ALG riproduce semplicemente l'elenco aggiungendoci la dimensione dello stesso:



Operazioni con elenchi di numeri

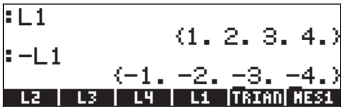
Per dimostrare le operazioni con elenchi di numeri, verrà creata una coppia di altri elenchi, oltre all'elenco L1 creato in precedenza: L2={-3,2,1,5}, L3={-6,5,3,1,0,3,-4}, L4={3,-2,1,5,3,2,1}. In modalità ALG, lo schermo apparirà come segue dopo aver inserito gli elenchi L2, L3, L4:



In modalità RPN, la seguente schermata mostra i tre elenchi e i rispettivi nomi pronti per essere memorizzati. Per memorizzare gli elenchi in questo caso sarà necessario premere STO▶ tre volte.

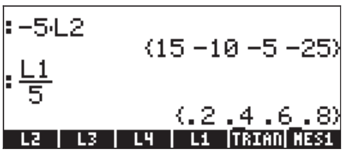
Cambio di segno

Il tasto utilizzato per il cambio di segno (+/-), se applicato a un elenco di numeri, modificherà il segno di tutti gli elementi nell'elenco. Ad esempio:

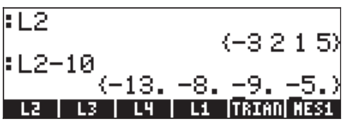


Addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione

La moltiplicazione e la divisione di un elenco per un singolo numero sono distribuite nell'elenco, ad esempio:

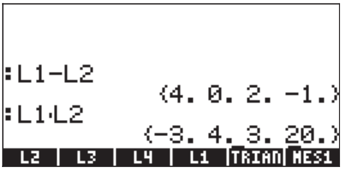


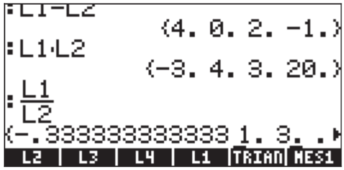
La sottrazione di un singolo numero da un elenco sottrarrà lo stesso numero da ogni elemento in elenco, ad esempio:



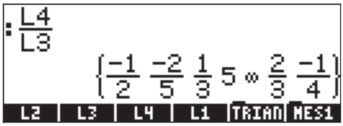
L'addizione di un singolo numero all'elenco produce un elenco aumentato dal numero, e non l'addizione di un singolo numero a ciascun elemento in elenco. Ad esempio:

La sottrazione, la moltiplicazione e la divisione tra elenchi numerici della stessa lunghezza danno origine a un elenco della stessa lunghezza con operazioni termine per termine. Esempi:



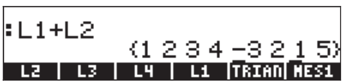


La divisione L4/L3 darà origine a un elemento infinito perché uno degli elementi in L3 è zero:



Nel caso gli elenchi utilizzati per l'operazione abbiano lunghezze differenti, verrà visualizzato il messaggio di errore "Error: Invalid Dimension" (Errore: dimensione non valida).

Il segno di addizione (+), se applicato agli elenchi, agisce come operatore di *concatenazione*, raggruppando i due elenchi, invece di addizionarli termine a termine. Ad esempio:

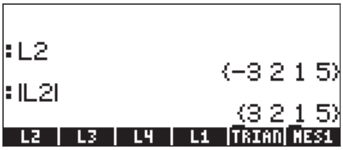


Per poter addizionare termine a termine due elenchi della stessa lunghezza, è necessario utilizzare l'operatore ADD (Addiziona). Questo operatore può essere caricato utilizzando il Function Catalog (→ _CAT_). La schermata riportata di seguito mostra un'applicazione dell'operatore ADD per addizionare gli elenchi L1 e L2, termine a termine:

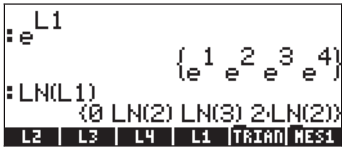
Funzioni operanti sui numeri reali disponibili da tastiera

Le funzioni operanti sui numeri reali disponibili da tastiera (ABS, e^x, LN, 10^x, LOG, SIN, x^2, √, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, y^x) possono essere utilizzate anche con gli elenchi. Di seguito sono riportati alcuni esempi:

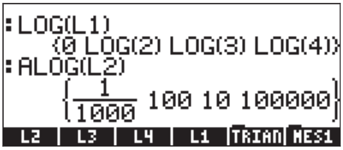
ABS



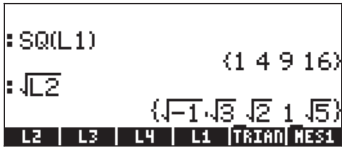
EXP e LN



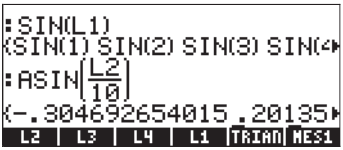
LOG e ANTILOG



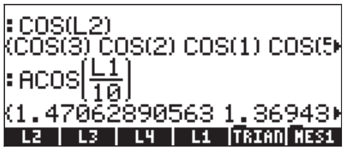
SQ e radice quadrata



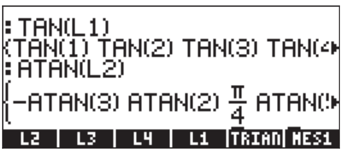
SIN, ASIN



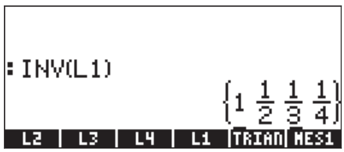
COS, ACOS



TAN, ATAN



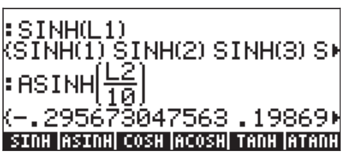
INVERSE (1/x)



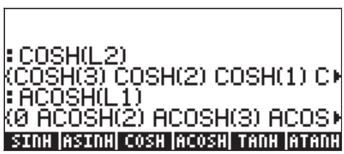
Funzioni operanti sui numeri reali disponibili nel menu MTH

Il menu MTH comprende, all'interno del menu HYPERBOLIC, alcune funzioni interessanti: SINH, ASINH, COSH, ACOSH, TANH, ATANH, e all'interno del menu REAL: %, %CH, %T, MIN, MAX, MOD, SIGN, MANT, XPON, IP, FP, RND, TRNC, FLOOR, CEIL, D→R, R→D. Di seguito sono mostrate alcune delle funzioni che richiedono un singolo argomento applicate a elenchi di numeri reali:

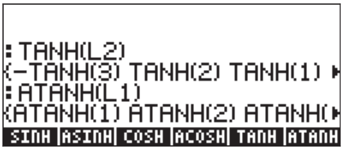
SINH, ASINH



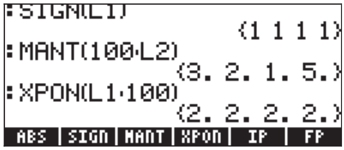
COSH, ACOSH



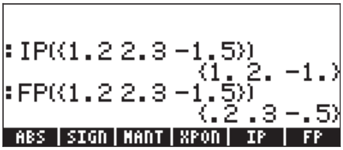
TANH, ATANH



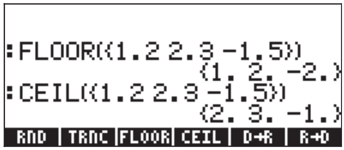
SIGN, MANT, XPON



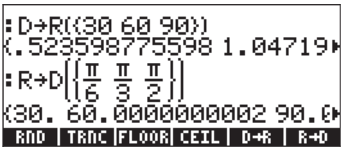
IP, FP



FLOOR, CEIL

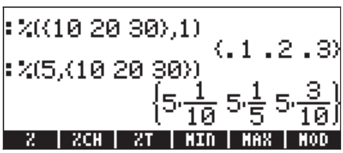


D→R, R→D



Esempi di funzioni che utilizzano due argomenti

Le schermate riportate di seguito mostrano le applicazioni della funzione % ad argomenti di un elenco. La funzione % richiede due argomenti. I primi due esempi mostrano casi nei quali solo uno dei due argomenti è un elenco.



I risultati sono elenchi con la funzione % distribuita secondo l'argomento dell'elenco. Ad esempio,

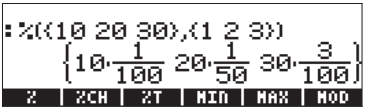
%({10, 20, 30},1) = {%(10,1),%(20,1),%(30,1)},

mentre

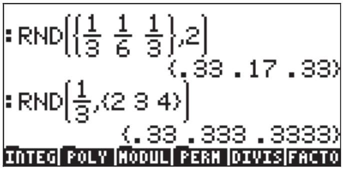
%(5,{10,20,30}) = {%(5,10),%(5,20),%(5,30)}

Nel seguente esempio, entrambi gli argomenti della funzione % sono elenchi della stessa dimensione. In questo caso, si esegue una distribuzione termine a termine degli argomenti, vale a dire,

%({10,20,30},{1,2,3}) = {%(10,1),%(20,2),%(30,3)}

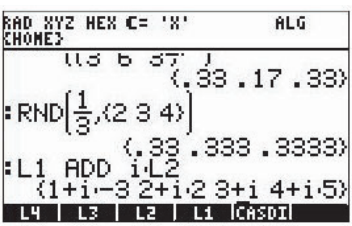


Questa descrizione della funzione % per gli argomenti dell'elenco mostra il modello di valutazione generale di qualsiasi funzione con due argomenti nel caso in cui uno o entrambi gli argomenti siano elenchi. Di seguito vengono riportati alcuni esempi di applicazioni della funzione RND (Casuale):

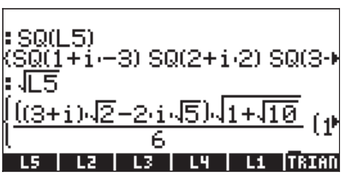


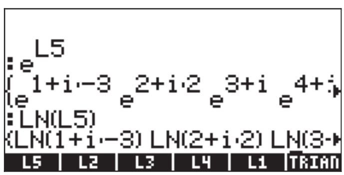
Elenchi di numeri complessi

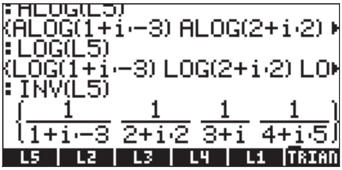
Il seguente esercizio mostra come creare un elenco di numeri complessi a partire da due elenchi della stessa lunghezza, uno dei quali rappresenta le parti reali e l'altro le parti immaginarie dei numeri complessi. Utilizzare L1 ADD i*L2.

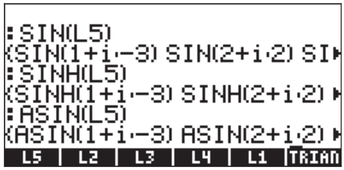


Le funzioni come LN, EXP, SQ ecc, possono anche essere applicate a un elenco di numeri complessi, ad esempio,

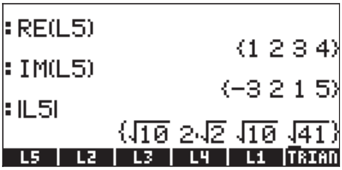


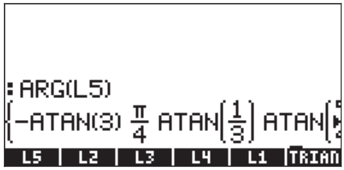






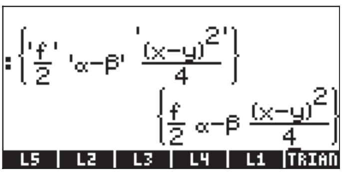
Il seguente esempio mostra le applicazioni delle funzioni RE(parte reale), IM(parte immaginaria), ABS(modulo), e ARG(argomento) dei numeri complessi. I risultati sono elenchi di numeri reali:

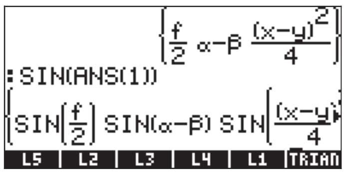




Elenchi di oggetti algebrici

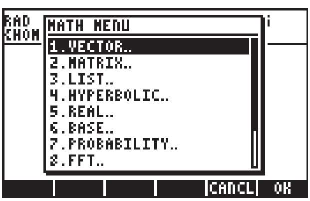
Di seguito sono riportati esempi di elenchi di oggetti algebrici ai quali è stata applicata la funzione SIN:

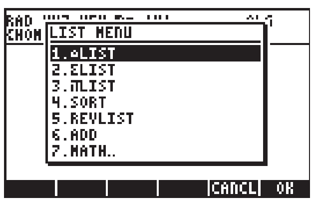




Menu MTH/LIST

Il menu MTH fornisce un numero di funzioni esclusive per gli elenchi. Con il flag 117 impostato su CHOOSE boxes (Riquadri di selezione):



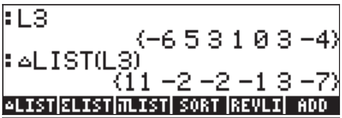


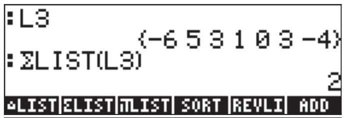
Quindi, con il flag di sistema 117 impostato su SOFT menus (Menu FUNZIONE):

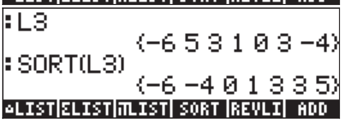
Questo menu contiene le seguenti funzioni:

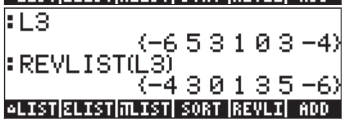
ΔLIST : Calcola l'incremento tra elementi consecutivi nell'elenco
ΣLIST : Calcola la sommatoria degli elementi nell'elenco
ΠLIST : Calcola il prodotto degli elementi nell'elenco
SORT : Ordina gli elementi in ordine crescente
REVLIST : Inverte l'ordine dell'elenco
ADD : Operatore per la somma termine a termine di due elenchi della stessa lunghezza (vedere gli esempi di questo operatore mostrati in precedenza)

Di seguito sono riportati alcuni esempi di applicazione di queste funzioni in modalità ALG:









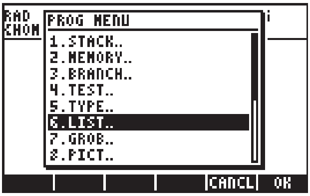
È possibile usare in combinazione le funzioni SORT e REVLIST per ordinare un elenco in ordine decrescente:

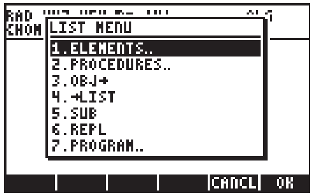
Se si sta operando in modalità RPN, inserire l'elenco nello stack, quindi selezionare l'operazione desiderata. Ad esempio, per calcolare l'incremento tra elementi consecutivi nell'elenco L3, premere:

Con questa sequenza di tasti si colloca L3 nello stack, quindi si seleziona l'operazione ΔLIST dal menu MTH.

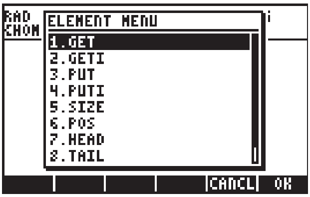
Manipolazione di elementi di un elenco

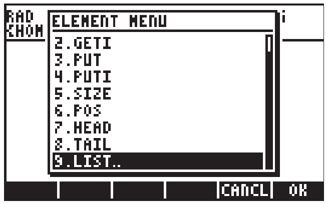
Il menu PRG (Programmazione) comprende un sottomenu LIST contenente diverse funzioni per manipolare gli elementi di un elenco. Con il flag 117 impostato su CHOOSE boxes (Riquadri di selezione):





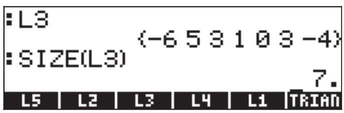
L'opzione 1. ELEMENTS… (Elementi) contiene le seguenti funzioni che possono essere utilizzate per manipolare gli elementi di elenchi:





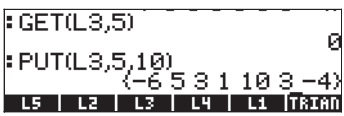
Dimensione elenco

La Funzione SIZE (Dimensione), del sottomenu PRG/LIST/ELEMENTS (Programmazione/Elenco/Elementi), può essere utilizzata per ottenere la dimensione (definita anche lunghezza) dell'elenco, ad esempio,



Estrarre e inserire elementi in elenco

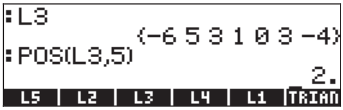
Per estrarre gli elementi di un elenco si utilizza la funzione GET (Estrai), disponibile nel sottomenu PRG/LIST/ ELEMENTS. Gli argomenti della funzione GET sono l'elenco e il numero dell'elemento che si desidera estrarre. Per inserire un elemento in un elenco utilizzare la funzione PUT (Inserisci) (disponibile anche nel sottomenu PRG/LST/ELEMENTS). Gli argomenti della funzione PUT sono l'elenco, la posizione che si desidera sostituire e il valore che sarà sostituito. Nella seguente schermata vengono mostrati alcuni esempi di applicazioni delle funzioni GET e PUT:



Le funzioni GETI e PUTI, disponibili anche nel sottomenu PRG/ELEMENTS/, possono anch'esse essere utilizzate per estrarre e inserire elementi in un elenco. Queste due funzioni, comunque, sono utili principalmente nella programmazione. La funzione GETI utilizza gli stessi argomenti della funzione GET e restituisce l'elenco, la posizione dell'elemento più uno e l'elemento nella posizione richiesta. La funzione PUTI utilizza gli stessi argomenti della funzione GET e restituisce l'elenco e la sua dimensione.

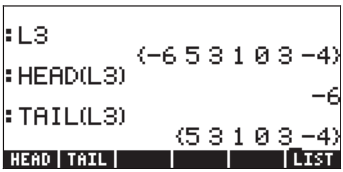
Posizione dell'elemento nell'elenco

Per determinare la posizione di un elemento in un elenco utilizzare la funzione POS, che ha come argomenti l'elenco e l'elemento di cui si desidera trovare la posizione. Ad esempio,



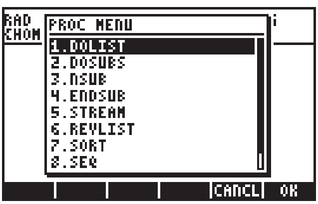
Funzioni HEAD e TAIL

La funzione HEAD (Testa) estrae il primo elemento nell'elenco. La funzione TAIL (Coda) rimuove il primo elemento di un elenco, restituendo l'elenco rimanente. Di seguito vengono mostrati alcuni esempi:



Funzione SEQ

L'opzione 2. PROCEDURES… (Procedure) nel menu PRG/LIST contiene le seguenti funzioni che possono essere utilizzate per operare sugli elenchi.



Le Funzioni REVLIST e SORT sono state introdotte in precedenza come parti del menu MTH/LIST. Le Funzioni DOLIST, DOSUBS, NSUB, ENDSUB, e STREAM, sono state create come funzioni di programmazione per operare con elenchi in modalità RPN. La Funzione SEQ è utile per fornire un elenco di valori, data un'espressione particolare ed è descritta più dettagliatamente di seguito.

La funzione SEQ ha come argomenti un'espressione sotto forma di indice, il nome dell'indice e i valori iniziali, finali e di incremento per l'indice e restituisce un elenco che consiste nella valutazione dell'espressione per tutti i possibili valori dell'indice. La forma generale della funzione è SEQ*(espressione, indice, valore iniziale, valore finale, incremento)*.

Nel seguente esempio, in modalità ALG, si identificano *espressione* = n^2, *indice* = n, valore *iniziale* = 1, *valore finale* = 4, e *incremento* = 1:

L'elenco generato corrisponde ai valori $\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}$. In modalità RPN, è possibile elencare i diversi argomenti della funzione nel seguente modo:

prima di applicare la funzione SEQ.

Funzione MAP

La funzione MAP, disponibile tramite il Command Catalog (→ CAT), ha come argomenti un elenco di numeri e una funzione f(X) oppure un programma nella forma <<→ a …>>, e restituisce un elenco che consiste nell'applicazione di quella funzione o di quel programma all'elenco dei numeri. Ad esempio, in questo caso attivando la funzione MAP si applica la funzione SIN(X) all'elenco {1,2,3}:

In modalità ALG, la sintassi è:

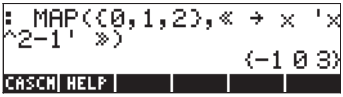
ALPHA ALPHA M A P ALPHA ← () ← {} 1 → , 2 → , 3 ▶ → , SIN ALPHA X ENTER

In modalità RPN, la sintassi è:

← {} 1 → , 2 → , 3 ENTER ' SIN ALPHA X ENTER ALPHA ALPHA M A P ENTER

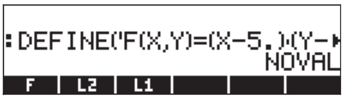
In entrambi i casi, è possibile digitare il comando MAP (come nell'esempio in alto) o selezionare il comando dal menu CAT.

In quest'altro caso l'attivazione della funzione MAP utilizza un programma invece di una funzione come secondo argomento:

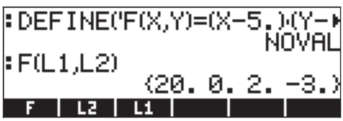


Definizione delle funzioni che utilizzano elenchi

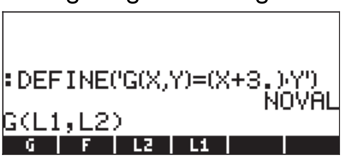
Nel Capitolo 3 è stato introdotto l'utilizzo della funzione DEFINE ([←] DEF) per creare funzioni di numeri reali con uno o più argomenti. Anche una funzione definita con DEF può essere utilizzata con argomenti in forma di elenco, tranne per il fatto che qualsiasi funzione che incorpori un'addizione deve utilizzare l'operatore ADD anziché il segno di addizione ([+]). Ad esempio, se si definisce la funzione F(X,Y) = (X-5)*(Y-2), mostrata qui in modalità ALG:

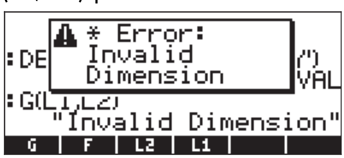


È possibile utilizzare elenchi (ad es. le variabili L1 e L2, definite precedentemente in questo Capitolo) per calcolare la funzione, con il seguente risultato:

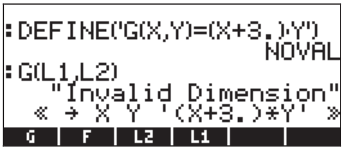


Poiché la dichiarazione della funzione non comprende addizioni, l'applicazione della funzione agli argomenti dell'elenco è diretta. In ogni caso, se si definisce la funzione G(X,Y) = (X+3)*Y, il tentativo di calcolare questa funzione con gli argomenti degli elenchi (L1, L2) produrrà un errore:

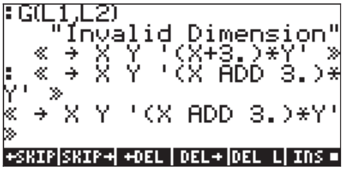




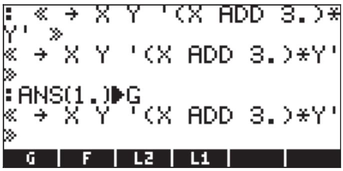
Per risolvere questo problema è possibile modificare il contenuto della variabile G, che può essere inserito nello stack utilizzando [→] G,



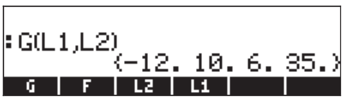
per sostituire il segno di addizione (+) con ADD:



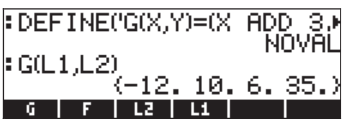
Quindi, memorizzare l'espressione modificata nella variabile G:



Il calcolo di G(L1,L2) restituisce ora il seguente risultato:



In alternativa, è possibile definire la funzione con ADD piuttosto che con il segno di addizione (+), dall'inizio, vale a dire, utilizzando
`DEFINE('G(X,Y)=(X ADD 3)*Y')` :



È inoltre possibile definire la funzione come G(X,Y) = (X--3)*Y.

Applicazioni che utilizzano elenchi

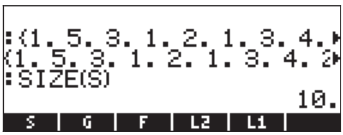
Questa sezione illustra due applicazioni relative al calcolo statistico di un campione che utilizzano elenchi. Per campione si intende un elenco di valori, ad esempio, $\{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$. Si supponga che il campione oggetto del calcolo sia un elenco

{1, 5, 3, 1, 2, 1, 3, 4, 2, 1}

e che esso venga memorizzato in una variabile chiamata S (la schermata in basso mostra la procedura in modalità ALG, tuttavia la stessa procedura in modalità RPN è molto simile. È bene ricordare che in modalità RPN gli argomenti delle funzioni devono essere collocati nello stack prima di avviare la funzione):

Media armonica di un elenco

Questo è un campione sufficientemente piccolo da permettere il conteggio sul display del numero di elementi (n=10). Per elenchi più ampi, è possibile utilizzare la funzione SIZE per ottenere tale valore, ad esempio,

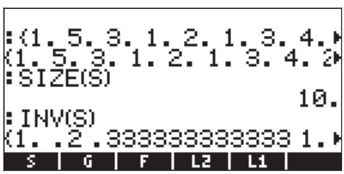


Si supponga di voler calcolare la media armonica del campione definita come

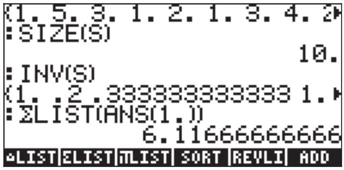
$$s_h = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{s_n}} = \frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_2}+\cdots+\frac{1}{s_n}\right)}.$$

Per calcolare questo valore è possibile seguire questa procedura:

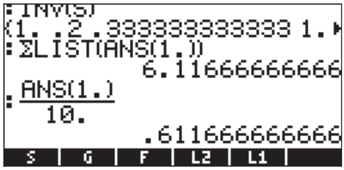
1. Applicare la funzione INV () all'elenco S:



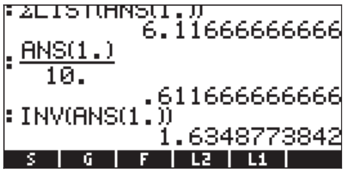
2. Applicare la funzione ΣLIST() all'elenco risultante in1.



3. Dividere il risultato ottenuto per n = 10:



4. Applicare la funzione INV() all'ultimo risultato:



Da ciò si ricava che la media armonica dell'elenco S è s_h = 1.6348…

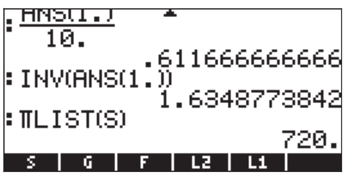
Media geometrica di un elenco

La media geometrica di un campione è definita come

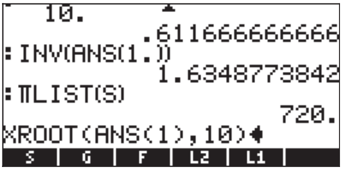
$$x_g = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} x_k} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdots x_n}$$

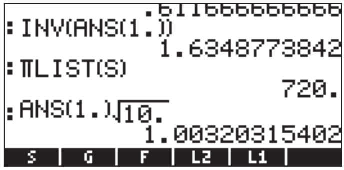
Per trovare la media geometrica dell'elenco memorizzato in S, è possibile utilizzare la seguente procedura:

1. Applicare la funzione ΠLIST () all'elenco S:



2. Applicare la funzione XROOT(x,y), al risultato in 1: utilizzando la sequenza tasti





Da ciò si ricava che, la media geometrica dell’elenco S è s_g = 1.003203…

Media ponderata

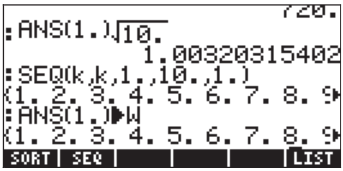
Si supponga che i dati nell’elenco S precedentemente definito riportati di seguito:

S = {1,5,3,1,2,1,3,4,2,1}

siano influenzati dai pesi,

W = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Se si definisce l’elenco pesi come W = {w_1, w_2, …, w_n}, si nota che il *k*-esimo elemento nell’elenco W, in alto, può essere definito dalla formula w_k = k. Per questo motivo è possibile utilizzare la funzione SEQ per generare questo elenco e quindi memorizzarlo nella variabile W nel seguente modo:

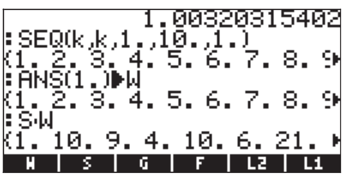


Dato un elenco {s_1, s_2, …, s_n}, e l’elenco di pesi {w_1, w_2, …, w_n}, la media ponderata dei dati in S viene definisce come

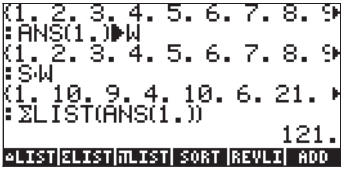
$$s_w = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k \cdot s_k}{\sum_{k=1}^{n} w_k}.$$

Per calcolare la media ponderata dei dati nell’elenco S con i pesi nell’elenco W, procedere come segue:

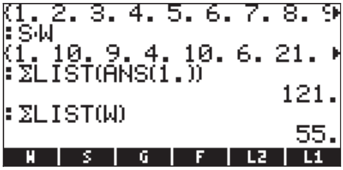
1. Moltiplicare gli elenchi S e W:



2. Utilizzare la funzione ΣLIST in questo risultato per calcolare il numeratore di s_w:



3. Utilizzare nuovamente la funzione ΣLIST, per calcolare il denominatore di s_w:



4. Utilizzare l'espressione ANS(2)/ANS(1) per calcolare la media ponderata:

Da ciò risulta che la media ponderata dell'elenco S calcolata in base ai pesi nell'elenco W è $s_w = 2.2$.

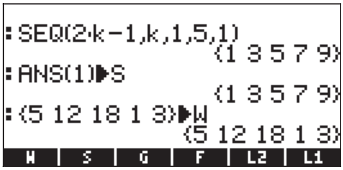
Nota: ANS(1) si riferisce al risultato più recente (55), mentre ANS(2) si riferisce al risultato precedente l'ultimo risultato ottenuto (121).

Calcoli statistici con dati raggruppati

I dati raggruppati sono solitamente ottenuti da una tabella che mostra la frequenza (w) dei dati in classi di dati o bin. Ciascuna classe o bin è rappresentata da un centro di classe (s), solitamente il punto centrale della classe stessa. Un esempio di raggruppamento di dati è mostrato qui di seguito:

Limiti di classe	Centro di classe s_k	Conteggio delle frequenze w_k
0 - 2	1	5
2 - 4	3	12
4 - 6	5	18
6 - 8	7	1
8 -10	9	3

I dati del centro di classe possono essere memorizzati nella variabile S, mentre il conteggio delle frequenze può essere memorizzato nella variabile W, nel seguente modo:

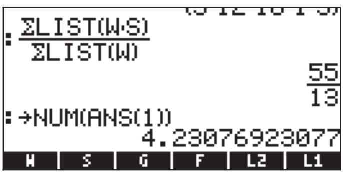


Dato un elenco di centri di classe S = {s_1, s_2, …, s_n}, e l'elenco dei conteggi delle frequenze W = {w_1, w_2, …, w_n}, la media ponderata dei dati in S con i pesi W rappresenta il valore medio dei dati raggruppati, che in questo contesto verrà denominato $\overline{s}$:

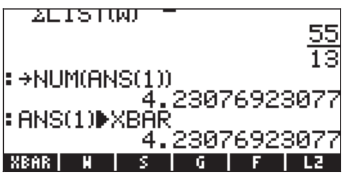
$$\overline{s} = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k \cdot s_k}{\sum_{k=1}^{n} w_k} = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k \cdot s_k}{N},$$

dove $N = \sum_{k=1}^{n} w_k$ rappresenta il conteggio delle frequenze totale.

Il valore medio per i dati negli elenchi S e W, quindi, può essere calcolato utilizzando la procedura evidenziata in alto per la media pesata, vale a dire,



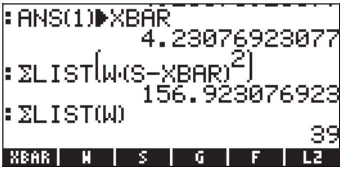
Questo valore verrà memorizzato in una variabile chiamata XBAR:



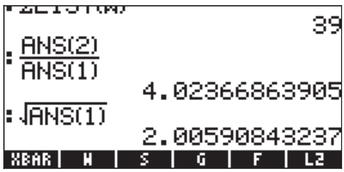
La varianza di questi dati raggruppati è definita come

$$V = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k \cdot (s_k - \overline{s})^2}{\sum_{k=1}^{n} w_k} = \frac{\sum_{k=1}^{n} w_k \cdot (s_k - \overline{s})^2}{N}$$

Per calcolare quest'ultimo risultato, è possibile utilizzare quanto segue:



La deviazione standard dei dati raggruppati è la radice quadrata della varianza:



Capitolo 9
Vettori

Il presente Capitolo illustra alcuni esempi di operazioni con vettori sia di tipo matematico, di più elementi, che di tipo fisico, di 2 e 3 componenti.

Definizioni

Da un punto di vista matematico, un vettore è un array di 2 o più elementi strutturati in forma di riga o di colonna. Vengono definiti *vettori riga* e *vettori colonna*. Di seguito sono riportati alcuni esempi:

$$v = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad u = [1,-3,5,2]$$

I vettori fisici hanno due o tre componenti e possono essere usati per rappresentare quantità fisiche, come la posizione, la velocità, l'accelerazione, le forze, i momenti, il momento lineare e angolare, la velocità angolare, l'accelerazione, ecc. Facendo riferimento a un sistema di coordinate cartesiane (x,y,z) esistono vettori unitari **i**, **j** e **k** associati a ciascuna coordinata, tali che un vettore fisico **A** può essere scritto in termini di componenti A_x, A_y, A_z, come **A** = A_x**i** + A_y**j** + A_z**k**. Si riporta di seguito una notazione alternativa per questo vettore: **A** = [A_x, A_y, A_z], **A** = (A_x, A_y, A_z) o **A** = <A_x, A_y, A_z>. La versione bidimensionale di tale vettore sarà scritta come **A** = A_x**i** + A_y**j**, **A** = [A_x, A_y], **A** = (A_x, A_y) o **A** = <A_x, A_y>. Siccome i vettori nella calcolatrice sono scritti tra parentesi [ ], si utilizzerà d'ora in avanti la notazione **A** = [A_x, A_y, A_z] o **A** = [A_x, A_y, A_z], per riferirsi ai vettori bi- e tridimensionali. Il modulo di un vettore **A** è definito come **|A|** = $\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$. Un vettore unitario nella direzione del vettore **A** è definito come $\mathbf{e}_A$ = **A**/**|A|**. I vettori possono essere moltiplicati per uno scalare, ad esempio, k**A** = [kA_x, kA_y, kA_z]. Dal punto di vista fisico, il vettore k**A** è parallelo al vettore **A**, se k>0 o antiparallelo al vettore **A** , se K<0. L'opposto di un vettore è definito come -**A** = (-1)**A** = [-A_x, -A_y, -A_z]. La divisione per uno scalare può essere interpretata come una moltiplicazione, ovvero, **A**/k = (1/k)·**A**. L'addizione e la sottrazione di vettori sono definite come **A**±**B** = [A_x ± B_x, A_y ± B_y, A_z ± B_y], dove **B** è il vettore **B** = [B_x, B_y, B_z].

Vi sono due tipi di prodotti di vettori fisici: scalare, detto anche prodotto interno, e vettoriale, detto anche prodotto esterno. Il prodotto interno dà come risultato un valore scalare definito come **A•B** = **|A||B|** cos(è), dove è è l'angolo compreso tra i due vettori. Il prodotto esterno dà come risultato un vettore **A**x**B** il cui modulo è |**A**x**B**| = **|A| |B|** sin(è), e il suo verso è dato dalla cosiddetta regola della mano destra (per una rappresentazione grafica, consultare un testo di matematica, fisica o meccanica). In termini di componenti cartesiani, $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$ e $\mathbf{A}\mathrm{x}\mathbf{B} = [A_yB_z\text{-}A_zB_y,A_zB_x\text{-}A_xB_z,A_xB_y\text{-}A_yB_x]$. L'angolo tra due vettori può essere ricavato dalla definizione del prodotto scalare cos(è) = $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}/|\mathbf{A}||\mathbf{B}| = \mathbf{e}_A\cdot\mathbf{e}_B$. Pertanto, se due vettori **A** e **B** sono perpendicolari (è° = 90° = p/2^{rad}), $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = 0$.

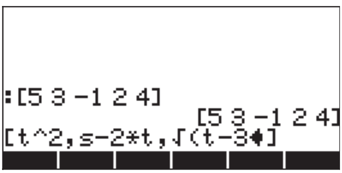
Inserimento di vettori

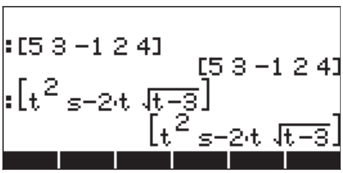
Nella calcolatrice, i vettori sono rappresentati da una sequenza di numeri racchiusa tra parentesi e sono normalmente inseriti sotto forma di vettori riga. Per digitare le parentesi nella calcolatrice, usare la combinazione di tasti ← [], associata al tasto ×. Di seguito sono riportati alcuni esempi di vettori nella calcolatrice:

`[3.5, 2.2, -1.3, 5.6, 2.3]`	Vettore riga generico
`[1.5,-2.2]`	Vettore 2D
`[3,-1,2]`	Vettore 3D
`['t','t^2','SIN(t)']`	Vettore di oggetti algebrici

Inserimento dei vettori nello stack

Con la calcolatrice in modalità ALG, per digitare un vettore nello stack aprire una coppia di parentesi (← []) e digitare le componenti o gli elementi del vettore separati da virgole (→ ,). Le schermate sottostanti mostrano l'inserimento di un vettore numerico seguito da un vettore algebrico. La figura a sinistra mostra il vettore algebrico prima di premere ←. La figura a destra mostra la schermata della calcolatrice dopo l'inserimento del vettore algebrico:





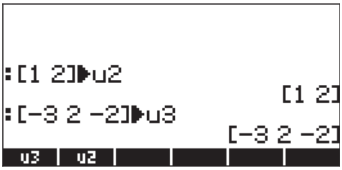
In modalità RPN, è possibile inserire un vettore nello stack aprendo una coppia di parentesi e digitando le componenti o gli elementi del vettore separati da virgole (→ ,) o spazi (SPC). Si noti che dopo aver premuto ENTER, in qualsiasi modalità, la calcolatrice mostra gli elementi del vettore separati da spazi.

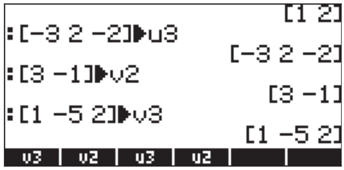
Memorizzazione dei vettori nelle variabili

I vettori possono essere memorizzati in variabili. Le schermate sottostanti mostrano i vettori

$\mathbf{u}_2$ = [1, 2], $\mathbf{u}_3$ = [-3, 2, -2], $\mathbf{v}_2$ = [3,-1], $\mathbf{v}_3$ = [1, -5, 2]

memorizzati rispettivamente nelle variabili u2, u3, v2 e v3. Prima in modalità ALG:





Quindi in modalità RPN (prima di premere STO▸, ripetutamente):

Utilizzo del Matrix Writer (MTRW) per inserire i vettori

I vettori possono inoltre essere inseriti utilizzando il Matrix Writer ← MTRW (terzo tasto nella quarta fila della tastiera a partire dall'alto). Questo comando genera una specie di foglio elettronico corrispondente alle righe e alle colonne di un matrice (per maggiori dettagli sull'uso del Matrix Writer per l'inserimento di matrici, vedere i capitoli seguenti). Per quanto riguarda il vettore, occorre riempire solo gli elementi nella riga superiore. Per impostazioni predefinite, è selezionata la cella definita dall'intersecazione della riga superiore e della prima colonna. Nel lato inferiore del foglio elettronico, sono presenti i seguenti tasti funzione:

EDIT VEC■ ←WID WID→ GO→■ GO↓

Il tasto EDIT è usato per modificare il contenuto della cella selezionata nel Matrix Writer.

Il tasto VEC, se selezionato, genererà un vettore (anziché una matrice) costituito da una riga e diverse colonne.

Vettori vs. matrici
Per vedere il funzionamento del tasto VEC, provare i seguenti esercizi:
(1) Aprire il Matrix Writer (← MTRW). Con VEC■ e GO→■ selezionati, premere 3 ENTER 5 ENTER 2 ENTER ENTER . Il risultato sarà [3. 5. 2.]. (in modalità RPN, è possibile utilizzare la seguente sequenza di tasti per ottenere lo stesso risultato: 3 SPC 5 SPC 2 ENTER ENTER).
(2) Con VEC deselezionato e GO→■ selezionato, premere 3 SPC 5 SPC 2 ENTER ENTER . Il risultato sarà [[3. 5. 2.]].

Sebbene questi due risultati differiscano solo nel numero di parentesi usate, per la calcolatrice rappresentano degli oggetti matematici diversi. Il primo è un vettore con tre elementi, mentre il secondo una matrice con una riga e tre colonne. Le operazioni matematiche applicate ai vettori vengono svolte in modo diverso rispetto alle matrici. Pertanto, per il momento, mantenere selezionato il tasto funzione VEC■ mentre si usa il Matrix Writer.

Il tasto ←WID è usato per ridurre la larghezza delle colonne nel foglio elettronico. Premere questo tasto un paio di volte per ridurre la larghezza della colonna nel Matrix Writer.
Il tasto WID→ è usato per aumentare la larghezza delle colonne nel foglio elettronico. Premere questo tasto un paio di volte per aumentare la larghezza delle colonne nel Matrix Writer.
Il tasto GO→■, se selezionato, seleziona automaticamente la cella successiva a destra della cella corrente quando si preme ENTER . Questa opzione è selezionata per impostazioni predefinite.
Il tasto GO↓, se selezionato, seleziona automaticamente la cella successiva sotto la cella corrente quando si preme ENTER .

Spostamento verso destra e verso il basso all'interno di Matrix Writer
Attivare il Matrix Writer e inserire 3 ENTER 5 ENTER 2 ENTER ENTER con il tasto GO→■ selezionato (predefinito). Successivamente, inserire la stessa sequenza di numeri con il tasto GO↓■ selezionato per vedere la differenza. Nel primo caso è stato inserito un vettore di tre elementi. Nel secondo caso è stata inserita una matrice di tre righe e una colonna.

Attivare nuovamente il Matrix Writer utilizzando ← MTRW e premere NXT per controllare il secondo menu funzione nel lato inferiore del display. Saranno visualizzati i tasti:

+ROW -ROW +COL -COL →STK GOTO

Il tasto +ROW aggiungerà una riga di zeri nella posizione della cella selezionata del foglio elettronico.
Il tasto -ROW eliminerà la riga corrispondente alla cella selezionata del foglio elettronico.
Il tasto +COL aggiungerà una colonna di zeri in corrispondenza della posizione della cella selezionata del foglio elettronico.
Il tasto -COL eliminerà la colonna corrispondente alla cella selezionata del foglio elettronico.
Il tasto →STK inserirà il contenuto della cella selezionata nello stack.
Il tasto GOTO, se premuto, richiederà all'utente di indicare il numero della riga e della colonna nel quale si desidera posizionare il cursore.

Premendo nuovamente NXT si otterrà come risultato l'ultimo menu contenente solo una funzione DEL (cancella).

La funzione DEL elimina il contenuto della cella selezionata e lo sostituisce con uno zero.

Per provare a usare questi tasti, eseguire il seguente esercizio:

(1) Attivare il Matrix Writer utilizzando ← MTRW . Assicurarsi che i tasti VEC■ e GO→■ siano selezionati.
(2) Inserire i dati seguenti:

1 ENTER 2 ENTER 3 ENTER
NXT GOTO 2 OK 1 OK OK
2 ENTER 1 ENTER 5 ENTER
4 ENTER 5 ENTER 6 ENTER
7 ENTER 8 ENTER 9 ENTER

(3) Spostare il cursore di due posizioni verso l'alto utilizzando ▲▲▲. Quindi premere -ROW. La seconda riga scomparirà.
(4) Premere +ROW. Nella seconda riga verranno visualizzati tre zeri.
(5) Premere -COL. La prima colonna scomparirà.
(6) Premere +COL. Nella prima riga verranno visualizzati due zeri.
(7) Premere GOTO 3 OK 3 OK OK per spostarsi alla posizione (3,3).
(8) Premere →STK. Il contenuto della cella (3,3) verrà inserito nello stack, sebbene non sarà ancora possibile vederlo.
(9) Premere ENTER per tornare alla visualizzazione normale. Nella schermata saranno visibili l'elemento (3,3) e la matrice completa.

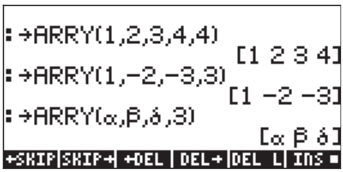
Riepilogo dell'uso di Matrix Writer per l'inserimento di vettori
Riassumendo, per inserire un vettore utilizzando il Matrix Writer, è sufficiente attivare tale componente (← MTRW) e posizionare gli elementi del vettore, premendo ENTER dopo ognuno di essi. Quindi premere ENTER ENTER . Assicurarsi che i tasti VEC■ e GO→■ siano selezionati.

Ad esempio: ← MTRW ' ALPHA ← X Y^x 2 ENTER 2 ENTER 5 +/- ENTER ENTER

risultato: [‘x^2’ 2 –5]

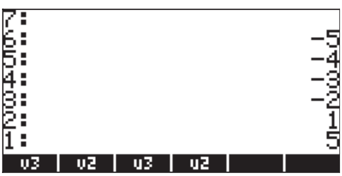
Generazione di un vettore con →ARRY

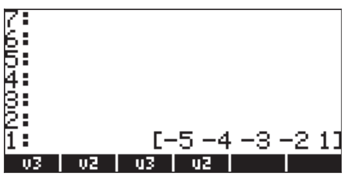
La funzione →ARRY, disponibile nel Function Catalog (→ CAT → ⟶ , utilizzare ▲▼ per individuare la funzione), può essere usata per generare un vettore o un array nel seguente modo. In modalità ALG, inserire →ARRY*(elementi del vettore, numero di elementi)*, ad esempio,



In modalità RPN:
(1) Inserire gli n elementi dell'array nell'ordine desiderato (se letto da sinistra a destra) nello stack in modalità RPN.
(2) Inserire *n* come ultima voce.
(3) Utilizzare la funzione→ARRY.

Le schermate seguenti mostrano lo stack RPN prima e dopo l’applicazione della funzione →ARRY:





in modalità RPN, la funzione [→ARRY] prende gli oggetti dai livelli di stack *n+1, n, n-1, …*, fino ai livelli di stack 3 e 2, e li converte in un vettore di *n* elementi. L'oggetto originariamente posto al livello di stack n+1 diventa il primo elemento, mentre l'oggetto originariamente posto al livello n diventa il secondo elemento, ecc.

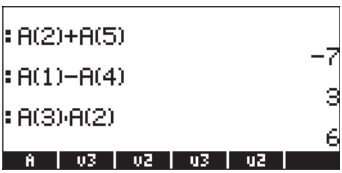
Nota: la funzione →ARRY è anche disponibile nel menu PRG/TYPE (⟵ PRG)

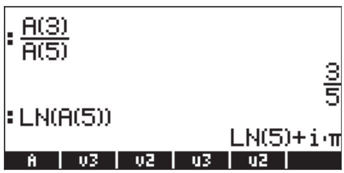
Identificazione, estrazione e inserimento degli elementi del vettore

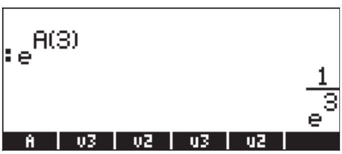
Se si memorizza un vettore ad esempio nella variabile A, è possibile identificare gli elementi del vettore utilizzando A(i), dove i è un numero intero minore o uguale alla dimensione del vettore. Creare ad esempio il seguente array e memorizzarlo nella variabile A: [-1, -2, -3, -4, -5]:

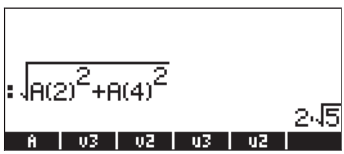
Per richiamare il terzo elemento di A, ad esempio, digitare A(3) nella calcolatrice. In modalità ALG, digitare semplicemente A(3). In modalità RPN, digitare "A(3)" ENTER EVAL.

È possibile operare con elementi dell'array scrivendo e valutando espressioni algebriche come:







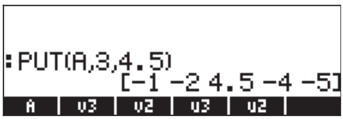


È inoltre possibile scrivere *espressioni che comprendono elementi* di A. Ad esempio, utilizzando l'Equation Writer (⟶ EQW), è possibile scrivere la seguente sommatoria degli elementi di A:

Evidenziando l'intera espressione e utilizzando il tasto funzione EVAL, si ottiene il risultato: -15.

Nota: il vettore A può essere anche definito *variabile indicizzata* in quanto il nome A rappresenta non uno ma molti valori identificati da un sottoindice.

Per sostituire un elemento di un array, utilizzare la funzione PUT (disponibile nel Function Catalog ⇨ _CAT_ , o nel sottomenu PRG/LIST/ELEMENTS - presentato nel Capitolo 8). In modalità ALG, occorre usare la funzione PUT con i seguenti argomenti: PUT*(array, posizione da sostituire, nuovo valore)*. Ad esempio, per modificare il contenuto di A(3) in 4.5, utilizzare:



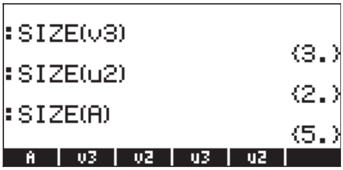
In modalità RPN, è possibile *modificare il valore di un elemento* di A, memorizzando un nuovo valore in tale elemento specifico. Se ad esempio si desidera modificare il contenuto di A(3) in 4.5, al posto del suo valore corrente -3., utilizzare:

4 . 5 ENTER ' ALPHA A ↰ () 3 ENTER STO▸

Per verificare che la modifica abbia avuto luogo, utilizzare: ⇨ A. Il risultato ottenuto è il seguente: [-1 -2 4.5 -4 -5].

Nota: questo approccio per modificare il valore di un elemento dell'array non è consentito in modalità ALG: se si tenta di memorizzare 4.5 in A(3) in questa modalità, si otterrà il seguente messaggio di errore: Invalid Syntax (Sintassi non valida).

Per trovare la lunghezza di un vettore è possibile utilizzare la funzione SIZE, disponibile nel Command Catalog (N) o mediante il sottomenu PRG/LIST/ ELEMENTS. Di seguito sono mostrati alcuni esempi, basati su array o vettori memorizzati precedentemente:

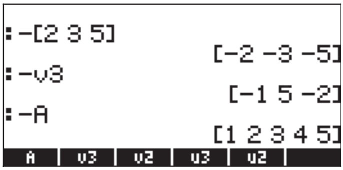


Operazioni semplici con i vettori

Per illustrare le operazioni con i vettori si utilizzeranno i vettori A, u2, u3, v2 e v3, memorizzati durante gli esercizi precedenti.

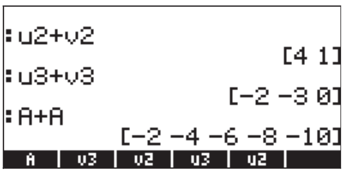
Cambio di segno

Per cambiare di segno a un vettore, utilizzare il tasto +/- , Ad esempio,



Addizione, sottrazione

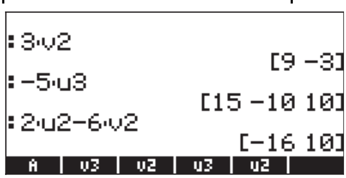
Per eseguire l'addizione e la sottrazione di vettori è necessario che i due vettori operandi abbiano la stessa lunghezza:

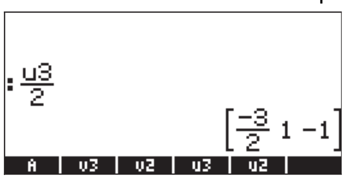


Se si tenta di sommare o sottrarre vettori di lunghezza diversa, si otterrà il messaggio di errore Invalid Dimension (Dimensione non valida): v2+v3, u2+u3, A+v3, ecc.

Moltiplicazione e divisione per uno scalare

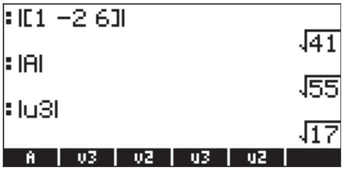
La moltiplicazione o la divisione per uno scalare è relativamente semplice:





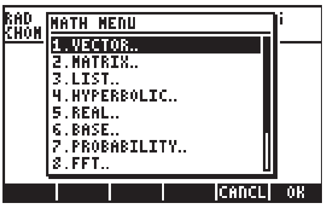
Funzione valore assoluto

La funzione valore assoluto (ABS), applicata a un vettore, dà come risultato il modulo del vettore. Per un vettore A = [A_1,A_2,…,A_n], il modulo è definito come $|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + \cdots + A_z^2}$. In modalità ALG, inserire il nome della funzione seguito dall'argomento del vettore. Ad esempio: ABS([1,-2,6]), ABS(A), ABS(u3), verranno visualizzati a display come segue:

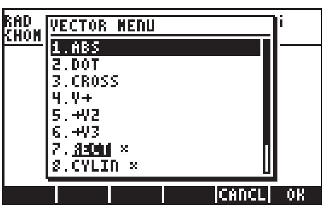


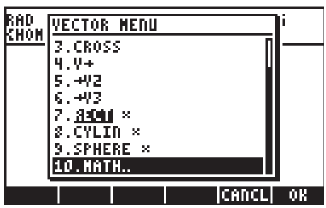
Menu MTH/VECTOR

Il menu MTH (← MTH) contiene funzioni specifiche per gli oggetti vettore:



Il menu VECTOR (Vettore) contiene le seguenti funzioni (flag di sistema 117 impostato su CHOOSE boxes [Riquadri di SELEZIONE]):



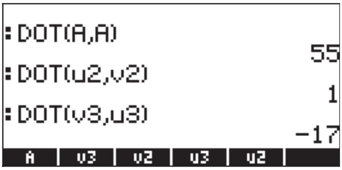


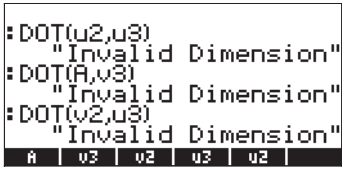
Modulo

Il modulo di un vettore, come indicato in precedenza, può essere calcolato con la funzione ABS. Questa funzione è disponibile anche da tastiera (← ABS). Gli esempi di applicazione della funzione ABS sono già stati mostrati in precedenza.

DOT (Prodotto scalare)

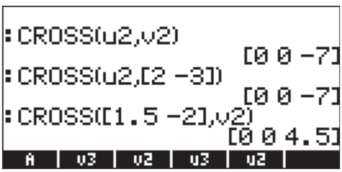
La funzione DOT (Prodotto scalare) è usata per calcolare il prodotto scalare di due vettori della stessa lunghezza. Di seguito sono presentati alcuni esempi di applicazione della funzione DOT in modalità ALG, utilizzando i vettori A, u2, u3, v2 e v3, memorizzati in precedenza. Se si tenta di calcolare il prodotto scalare di due vettori di lunghezza diversa, verrà visualizzato un messaggio di errore:

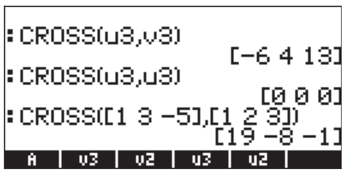




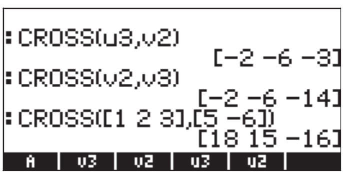
CROSS (Prodotto vettoriale)

La funzione Cross (Prodotto vettoriale) è usata per calcolare il prodotto vettoriale di due vettori 2D, di due vettori 3D o di un vettore 2D e uno 3D. Ai fini del calcolo del prodotto vettoriale, un vettore 2D della forma [A_x, A_y] verrà trattato come un vettore 3D [A_x, A_y, 0]. Di seguito vengono presentati alcuni esempi in modalità ALG con due vettori 2D e due vettori 3D. Si noti che il prodotto vettoriale di due vettori 2D genera un vettore nella sola direzione z, ovvero, un vettore della forma [0, 0, C_z]:





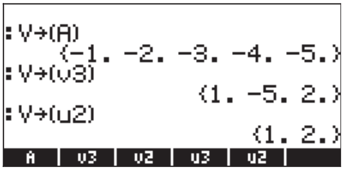
Di seguito sono presentati esempi del prodotto vettoriale tra un vettore 3D e un vettore 2D (o viceversa):



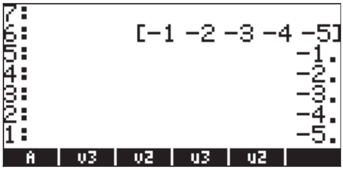
Se si tenta di calcolare il prodotto vettoriale di vettori di lunghezza diversa da 2 o 3, si otterrà il messaggio di errore Invalid Dimension (Dimensione non valida): CROSS(v3,A), ecc.

Decomposizione di un vettore

La funzione V→ è usata per decomporre un vettore nei suoi elementi o componenti. Se usata in modalità ALG, la funzione V-→ restituisce gli elementi del vettore in forma di elenco, ovvero,



In modalità RPN, l'applicazione della funzione V→ elencherà le componenti di un vettore nello stack, ossia V→ (A) darà il seguente risultato nello stack in modalità RPN (vettore A inserito nel livello di stack 6:)

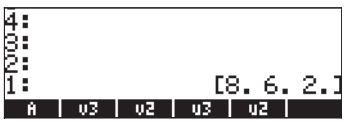


Generazione di un vettore bidimensionale

La funzione →V2 è usata in modalità RPN per generare un vettore con i valori nei livelli di stack 1: e 2:. La seguente schermata visualizza lo stack prima e dopo l'applicazione della funzione →V2:

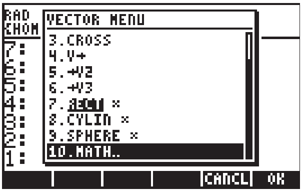
Generazione di un vettore tridimensionale

La funzione→V3 è usata in modalità RPN per generare un vettore con i valori nei livelli di stack 1:, 2: e 3:. La seguente schermata visualizza lo stack prima e dopo l'applicazione della funzione →V2:



Modifica del sistema di coordinate

Le funzioni RECT (Rettangolare), CYLIN (Cilindrico) e SPHERE (Sferico) sono usate per modificare il sistema di coordinate corrente in rettangolare (cartesiano), cilindrico (polare) o sferico. Il sistema corrente è mostrato evidenziato nel corrispondente riquadro di SELEZIONE (con il flag di sistema 117 non impostato) o selezionato nella corrispondente etichetta del menu FUNZIONE (con il flag di sistema 117 impostato). Nella seguente figura, il sistema di coordinate rettangolari è mostrato selezionato in questi due formati:



Se è selezionato il sistema di coordinate rettangolari o cartesiane, la riga superiore del display visualizza un campo XYZ e qualsiasi vettore 2D o 3D inserito nella calcolatrice viene riprodotto come componenti (x,y,z) del vettore. Pertanto, per inserire il vettore A = 3**i**+2**j**-5**k**, utilizzare [3,2,-5]; il vettore viene visualizzato come segue:

Se, anziché inserire le componenti cartesiane di un vettore, si inseriscono le componenti cilindriche (o polari), è necessario indicare il modulo r della proiezione del vettore sul piano x-y, un angolo è (espresso nella misura angolare corrente) che rappresenta l'inclinazione di r rispetto all'asse x positivo e la componente z del vettore. L'angolo è deve essere preceduto dal carattere dell'angolo (∠), generato utilizzando ALPHA ↱ 6 . Si supponga, ad esempio, di avere un vettore con r = 5, θ = 25° (selezionare la misura angolare DEG) e z = 2.3, è possibile inserire questo vettore nel seguente modo:

↰ [] 5 ↱ , ALPHA ↱ 6 2 5 ↱ , 2 . 3

Prima di premere ENTER, la schermata ottenuta avrà l'aspetto mostrato nella figura a sinistra. Dopo aver premuto ENTER, la schermata avrà l'aspetto mostrato nella figura sulla destra (per questo esempio, il formato numerico è stato modificato in Fix [Fisso], con tre decimali).

Si noti che il vettore è visualizzato in coordinate cartesiane, con le componenti x = r cos(θ), y = r sin(θ), z = z, anche se lo stesso è stato inserito in coordinate polari. Ciò in quanto la visualizzazione del vettore si modificherà automaticamente in base al sistema corrente di coordinate. In questo caso, si ha x = 4.532, y = 2.112, e z = 2.300.

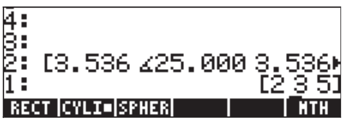
Si supponga di inserire un vettore in coordinate sferiche (ossia, della forma (ρ,θ,ϕ), dove ρ è la lunghezza del vettore, θ è l'angolo della proiezione xy delle forme del vettore rispetto al lato positivo dell'asse x e ϕ è l'angolo che ρ forma con il lato positivo dell'asse z), con ρ = 5, θ = 25° e ϕ = 45°. Si utilizzerà: ↰ [] 5 ↱ , ALPHA ↱ 6 2 5 ,
ALPHA ↱ 6 4 5

La figura sottostante mostra la trasformazione del vettore dalle coordinate sferiche a quelle cartesiane, con $x = \rho \sin(\phi) \cos(\theta)$, $y = \rho \sin (\phi) \cos (\theta)$, $z = \rho \cos(\phi)$ In questo caso, x = 3.204, y = 1.494 e z = 3.536.

Se è selezionato il sistema di coordinate cilindriche, la riga superiore del display visualizzerà un campo R∠Z e il vettore inserito in coordinate cilindriche (o polari) (r,θ,z). Per fare qualche prova con i sistemi di coordinate, modificare il sistema in coordinate cilindriche e osservare il vettore visualizzato nell'ultima schermata venire raffigurato in forma di coordinate cilindriche. La seconda componente è mostrata preceduta dal carattere dell'angolo per enfatizzare la sua natura angolare.

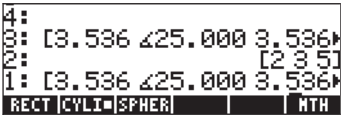
La conversione del sistema di coordinate da cartesiano a cilindrico è tale che $r = (x^2+y^2)^{1/2}$, $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ e z = z. Per il caso mostrato in precedenza, la trasformazione è stata tale che (x,y,z) = (3.204, 2.112, 2.300), ha prodotto $(r,\theta,z) = (3.536,25°,3.536)$.

A questo punto, modificare la misura angolare in radianti. Se si inserisce ora un vettore di numeri interi in forma cartesiana, anche se il sistema di coordinate cilindriche è attivo, il vettore verrà visualizzato in coordinate cartesiane:

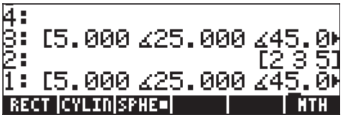


Ciò in quanto i numeri interi devono essere utilizzati dal CAS, pertanto, le componenti di questo vettore vengono mantenute in forma cartesiana. Per forzare la conversione in coordinate polari, inserire le componenti del vettore come numeri reali (ossia, aggiungere un punto decimale), ad esempio, [2., 3., 5.].

Con il sistema di coordinate cilindriche selezionato, se si inserisce un vettore in coordinate sferiche, sarà automaticamente trasformato nel suo equivalente in coordinate cilindriche (polari) (r,è,z) con $r = \rho \sin \phi$, $\theta = \theta$, $z = \rho \cos \phi$. Ad esempio, la seguente figura mostra il vettore inserito in coordinate sferiche e trasformato in coordinate polari. In questo caso, ρ = 5, θ = 25° e φ = 45°, mentre la trasformazione mostra che r = 3.563 e z = 3.536. (Modificare in DEG, gradi):



Successivamente, modificare il sistema di coordinate in coordinate sferiche utilizzando la funzione SPHERE disponibile nel sottomenu VECTOR del menu 0MTH. Quando è selezionato questo sistema di coordinate, il display visualizza il formato R∠∠ nella riga superiore. L'ultima schermata verrà modificata nella seguente:



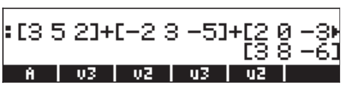
Si noti che i vettori scritti in coordinate polari cilindriche sono stati ora modificati nel sistema a coordinate sferiche. La trasformazione è tale che $\rho = (r^2+z^2)^{1/2}$, θ = θ e $\phi = \tan^{-1}(r/z)$. Tuttavia, il vettore originariamente impostato su coordinate cartesiane rimane in tale forma.

Applicazione delle operazioni tra vettori

La presente sezione riporta alcuni esempi di operazioni tra vettori applicabili a contesti di fisica o meccanica.

Risultante di forze

Si supponga che una particella sia soggetta alle seguenti forze (in N): $\mathbf{F}_1$ = 3**i**+5**j**+2**k**, $\mathbf{F}_2$ = -2**i**+3**j**-5**k** e F_3 = 2**i**-3**k**. Per determinare la risultante, ossia, la somma di queste forze, è possibile utilizzare il seguente approccio in modalità ALG:



Pertanto, la risultante è R = $\mathbf{F}_1$+ $\mathbf{F}_2$ + $\mathbf{F}_3$ = (3**i**+8**j**-6**k**)N. In modalità RPN utilizzare:

[3,5,2] ENTER [-2,3,-5] ENTER [2,0,3] ENTER + +

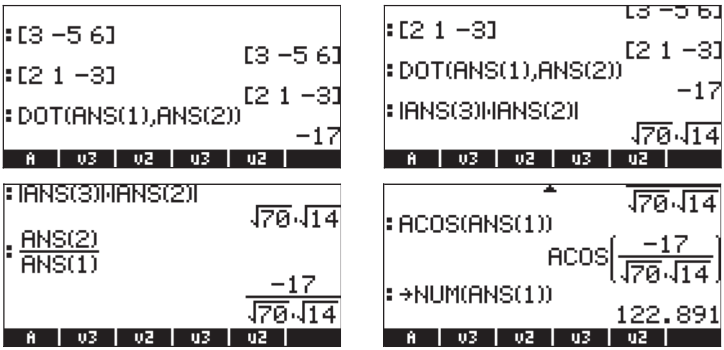
Angolo tra vettori

L'angolo tra due vettori **A**, **B**, può essere calcolato come è = $\cos^{-1}$(**A**•**B**/ **|A||B|**)

Si supponga di dovere trovare l'angolo tra vettori **A** = 3**i**-5**j**+6**k**, **B** = 2**i**+**j**-3**k**, è possibile provare la seguente operazione (misura angolare impostata in gradi) in modalità ALG:

1 - Inserire i vettori [3,-5,6], premere ENTER, [2,1,-3], premere ENTER.
2 - DOT(ANS(1),ANS(2)) calcola il prodotto scalare
3 - ABS(ANS(3))*ABS((ANS(2)) calcola il prodotto dei moduli
4 - ANS(2)/ANS(1) calcola il cos(θ)
5 - ACOS(ANS(1)), seguito da,→NUM(ANS(1)), calcola θ

Le varie fasi sono mostrate nelle seguenti schermate, in modalità ALG:



Pertanto, il risultato è θ = 122.891°. In modalità RPN, utilizzare le seguenti sequenze di tasti:

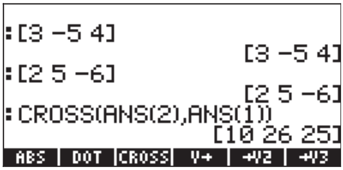
[3,-5,6] ENTER [2,1,-3] ENTER DOT

[3,-5,6] ENTER ABS [2,1,-3] ENTER ABS ×

÷ ACOS →NUM

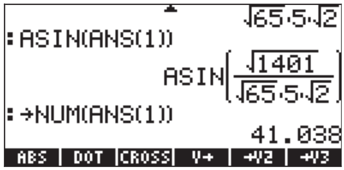
Momento di una forza

Il momento esercitato da una forza **F** su un punto O è definito come il prodotto vettoriale **M** = **r**x**F**, dove **r**, noto anche come il braccio della forza, è il vettore posizione orientato con origine O ed estremo nel punto di applicazione della forza. Si supponga che una forza **F** = (2**i**+5**j**-6**k**) N abbia un braccio **r** = (3**i**-5**j**+4**k**)m. Per determinare il momento esercitato dalla forza su tale braccio, utilizzare la funzione CROSS come mostrato di seguito:



Pertanto, **M** = (10**i**+26**j**+25**k**) m·N. Dato un modulo di **M** tale che **|M|** = **|r||F|**sin(θ), dove θ è l'angolo compreso tra **r** e **F**. È possibile calcolare questo angolo come $\theta = \sin^{-1}$(**|M|**/**|r||F|**) mediante le seguenti operazioni:
1 – ABS(ANS(1))/(ABS(ANS(2))*ABS(ANS(3)) calcola sin(θ)
2 – ASIN(ANS(1)), seguita da →NUM(ANS(1)) calcola θ

Queste operazioni sono mostrate in modalità ALG nelle seguenti schermate:

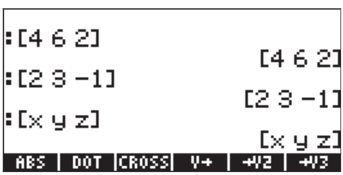


Pertanto l'angolo tra vettori **r** e **F** è θ = 41.038°. In modalità RPN, è possibile utilizzare: `[3,-5,4]` ENTER `[2,5,-6]` ENTER `CROSS` `ABS` `[3,-5,4]` ENTER `ABS` `[2,5,-6]` ENTER `ABS` × ÷ `ASIN` `→NUM`

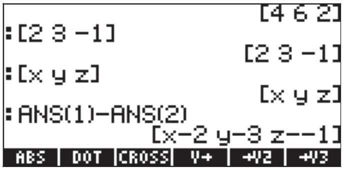
Equazione di un piano nella spazio

Dato un punto nello spazio $P_0(x_0,y_0,z_0)$ e un vettore **N** = N_x**i**+N_y**j**+N_z**k** normale a un piano contenente il punto P_0, trovare l'equazione del piano. È possibile formare un vettore orientato con origine al punto P_0 ed estremo al punto P(x,y,z), corrispondente a un punto generico nel piano. Pertanto, questo vettore **r** = P_0P = $(x\text{-}x_0)$**i**+ $(y\text{-}y_0)$**j** + $(z\text{-}z_0)$**k**, è perpendicolare al vettore normale **N**, in quanto **r** è interamente contenuto nel piano. Si è quindi verificato che per i due vettori normali **N** e **r**, **N·r** =0. Pertanto, è possibile utilizzare questo risultato per determinare l'equazione del piano.

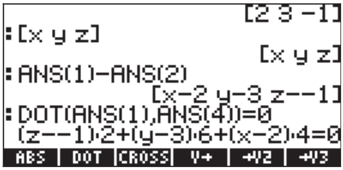
Per illustrare l'uso di questo approccio, dato il punto P_0(2,3,-1) e il vettore normale **N** = 4**i**+6**j**+2**k**, è possibile inserire il vettore **N** e il punto P_0 come due vettori, come mostrato di seguito. Si inserirà per ultimo anche il vettore [x,y,z]:



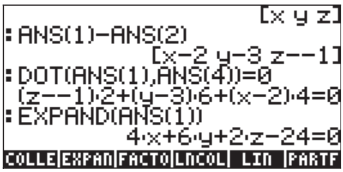
Successivamente, calcolare il vettore P_0P = **r** come ANS(1) - ANS(2):



Si prenda infine il prodotto scalare di ANS(1) e ANS(4) e lo si ponga uguale a zero per completare l'operazione **N·r** =0:



È possibile utilizzare la funzione EXPAND (nel menu ALG) per espandere questa espressione:



Pertanto, l'equazione del piano passante per il punto P_0(2,3,-1) e avente come vettore normale **N** = 4**i**+6**j**+2**k** è 4x + 6y + 2z - 24 = 0. In modalità RPN, utilizzare:

`[2,3,-1]` ENTER `['x','y','z']` ENTER − `[4,6,2] DOT  EXPAND`

Vettori riga, vettori colonna ed elenchi

I vettori illustrati nel presente capitolo sono tutti vettori riga. In alcuni casi, è necessario creare un vettore colonna (mediante l'uso delle funzioni statistiche predefinite nella calcolatrice). Il modo più semplice per inserire un vettore colonna è racchiudendo ogni elemento del vettore all'interno di parentesi e raccogliendo tutti gli elementi all'interno una coppia esterna di parentesi. Ad esempio, digitare:

`[[1.2],[2.5],[3.2],[4.5],[6.2]]` ENTER

Questo viene rappresentato come il seguente vettore colonna:

In questa sezione si mostreranno alcuni modi di trasformare: un vettore colonna in un vettore riga, un vettore riga in un vettore colonna, un elenco in un vettore e un vettore (o matrice) in un elenco.

Tali trasformazioni verranno mostrate prima in modalità RPN. In questa modalità, si utilizzeranno le funzioni OBJ→, →LIST, ARRY→ e DROP per eseguire la trasformazione. Per facilitare l'accesso a queste funzioni si imposterà il flag di sistema 117 su SOFT Menu (Menu FUNZIONE) (vedere il Capitolo 1). Con questo flag così impostato, le funzioni OBJ→, →ARRY e →LIST saranno accessibili utilizzando ← PRG TYPE. Le funzioni OBJ→, →ARRY e →LIST saranno disponibili nei tasti funzione F1 , F2 e F3 . La funzione DROP è disponibile utilizzando ← PRG STACK DROP

Di seguito verrà illustrata la modalità d'uso delle funzioni OBJ→, →LIST, →ARRY e DROP con alcuni esempi.

Funzione OBJ→

Questa funzione decompone un oggetto nelle sue componenti. Se l'argomento è un elenco, la funzione OBJ→, inserirà gli elementi dell'elenco nello stack, con il numero di elementi nel livello di stack 1, ad esempio: {1,2,3} ENTER ← PRG TYPE OBJ→ restituisce:

Quando la funzione OBJ→ è applicata a un vettore, inserirà gli elementi del vettore nello stack, con il numero di elementi nel livello 1: racchiuso fra parentesi graffe (un elenco). Il seguente esempio illustra questa applicazione: [1,2,3] ENTER ← PRG TYPE OBJ→ restituisce:

Se ora si applica nuovamente la funzione OBJ→, l'elenco nel livello di stack 1:, {3.}, verrà decomposto come segue:

Funzione →LIST

Questa funzione è usata per creare un elenco, dati gli elementi e la lunghezza (o la dimensione) dell'elenco stesso. In modalità RPN, la dimensione dell'elenco, ad esempio, n, deve essere posizionata nel livello di stack 1:. Gli elementi dell'elenco devono essere inseriti nei livelli di stack 2:, 3:, …, n+1:. Ad esempio, per creare l'elenco {1, 2, 3}, digitare: 1 ENTER 2 ENTER 3 ENTER 3 ENTER ← PRG TYPE →LIST.

Funzione →ARRY

Questa funzione è usata per creare un vettore o una matrice. In questa sezione, sarà utilizzata per generare un vettore o un vettore colonna (ossia, una matrice di n righe e 1 colonna). Per generare un vettore regolare, inserire gli elementi del vettore nello stack e nel livello di stack 1: inserire la dimensione del vettore sotto forma di elenco, ad esempio, 1 ENTER 2 ENTER 3 ENTER ← {} 3 ENTER ← PRG TYPE →ARRY.

Per generare un vettore colonna di n elementi, inserire gli elementi del vettore nello stack, mentre nel livello di stack 1 inserire l'elenco {n 1}. Ad esempio, 1 ENTER 2 ENTER 3 ENTER ← {} 1 → , 3 ENTER ← PRG TYPE →ARRY.

Funzione DROP

Questa funzione ha lo stesso effetto del tasto cancella (←).

Trasformazione di un vettore riga in un vettore colonna

Si illustrerà di seguito la trasformazione con il vettore [1,2,3]. Inserire questo vettore nello stack in modalità RPN per seguire l'esercizio. Per trasformare il vettore riga in un vettore colonna, è necessario riportare le seguenti operazioni nello stack in modalità RPN:

1 - Decomporre il vettore mediante la funzione OBJ→

2 - Premere 1 + per trasformare l'elenco nel livello di stack 1: da {3} a {3,1}

3 - Utilizzare la funzione →ARRY per generare il vettore colonna

Queste tre fasi possono essere inserite in un programma UserRPL, mediante la seguente sequenza di tasti (in modalità RPN): ↱ « » ↰ PRG TYPE OBJ→ 1 + →ARRY ENTER ' ALPHA ALPHA R X C ENTER STO▸

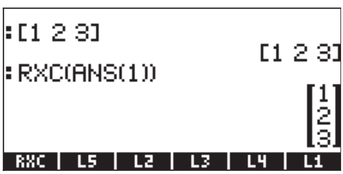
Dopo aver premuto RXC, sarà disponibile nel menu etichette la nuova variabile, VAR :

Premere ↱ RXC per visualizzare il programma contenuto nella variabile RXC:

<< OBJ→ 1 + →ARRY >>

Questa variabile, RXC, può ora essere usata per trasformare direttamente un vettore riga in un vettore colonna. In modalità RPN, inserire il vettore riga e premere RXC. Provare, ad esempio: [1,2,3] ENTER RXC.

Dopo aver definito questa variabile, è possibile utilizzarla in modalità ALG per trasformare un vettore riga in vettore colonna. Pertanto, modificare la modalità della calcolatrice in ALG e procedere come segue: [1,2,3] ENTER VAR RXC ↰ () ↰ ANS , che produce il seguente risultato:



Trasformazione di un vettore colonna in un vettore riga

Per illustrare questa trasformazione, si inserirà il vettore colonna [[1],[2],[3]] in modalità RPN. Seguire, quindi, il prossimo esercizio per trasformare un vettore riga in un vettore colonna:

1 - Utilizzare la funzione OBJ→ per decomporre il vettore colonna

2 - Utilizzare la funzione OBJ→ per decomporre l'elenco nel livello di stack 1:

3 - Premere il tasto cancella ◄ (noto anche come funzione DROP) per eliminare il numero nel livello di stack 1:

4 - Utilizzare la funzione →LIST per creare un elenco

5 - Utilizzare la funzione -→ARRY per creare il vettore riga

Queste cinque fasi possono essere raggruppate in un programma UserRPL, inserito come segue (di nuovo in modalità RPN):

→ « » ← PRG TYPE OBJ→ OBJ→

← PRG STACK DROP ← PRG TYPE →LIST →ARRY ENTER

' ALPHA ALPHA C X R ENTER STO►

Dopo aver premuto CXR, sarà disponibile nel menu etichette la nuova variabile, VAR :

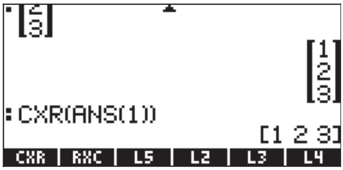
Premere → CXR per visualizzare il programma contenuto nella variabile CXR:

```
<< OBJ→ OBJ→ DROP →ARRY >>
```

Questa variabile, CXR, può ora essere usata per trasformare direttamente un vettore colonna in un vettore riga. In modalità RPN, inserire il vettore colonna, quindi premere CXR. Provare, ad esempio: `[[1],[2],[3]]` ENTER CXR. Dopo aver definito la variabile CXR, è possibile utilizzarla in modalità ALG per trasformare un vettore riga in un vettore colonna. Pertanto, modificare la modalità della calcolatrice in ALG e procedere come segue:

`[[1],[2],[3]]` ENTER VAR CXR ← () ← ANS

che produce il seguente risultato:

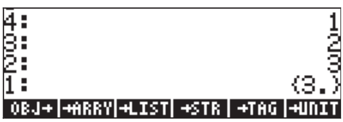


Trasformazione di un elenco in un vettore

Per illustrare questa trasformazione, inserire l'elenco `{1,2,3}` in modalità RPN. Seguire, quindi, il prossimo esercizio per trasformare un elenco in un vettore:

1 - Utilizzare la funzione OBJ→ per decomporre il vettore colonna

2 - Digitare 1 e utilizzare la funzione →LIST per creare un elenco nel livello di stack 1:



3 - Utilizzare la funzione →ARRY per creare il vettore

Queste tre fasi possono essere inserite in un programma UserRPL, mediante la seguente sequenza di tasti (in modalità RPN):

→ « » ← PRG TYPE OBJ→ 1 →LIST →ARRY ENTER

' ALPHA ALPHA L X V ENTER STO▶

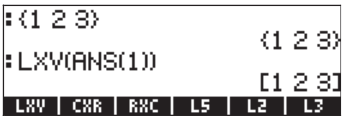
Dopo aver premuto LXV, sarà disponibile nel menu etichette la nuova variabile, VAR :

Premere ↱ LXV per visualizzare il programma contenuto nella variabile LXV:

<< OBJ→ 1 →LIST →ARRY >>

Questa variabile, LXV, può ora essere usata per trasformare direttamente un elenco in un vettore. In modalità RPN, inserire l'elenco, quindi premere LXV. Provare, ad esempio: {1,2,3} ENTER LXV.

Dopo aver definito la variabile LXV, è possibile utilizzarla in modalità ALG per trasformare un elenco in un vettore. Pertanto, modificare la modalità della calcolatrice in ALG e procedere come segue: {1,2,3} ENTER VAR LXV ↰ () ↰ ANS , che produce il seguente risultato:



Trasformazione di un vettore (o matrice) in un elenco

Per trasformare un vettore in un elenco, la calcolatrice dispone della funzione AXL. Tale funzione è accessibile mediante il Command Catalog, come segue:

↱ CAT ALPHA ALPHA A X L ALPHA OK

Nel seguente esempio, applicare la funzione AXL al vettore [1,2,3] in modalità RPN utilizzando: [1,2,3] ENTER AXL. La seguente schermata mostra l'applicazione della funzione AXL allo stesso vettore in modalità ALG.

Capitolo 10
Creazione e manipolazione di matrici

Il presente capitolo illustra alcuni esempi di creazione di matrici nella calcolatrice e di manipolazione dei relativi elementi.

Definizioni

Una matrice è semplicemente un array rettangolare di oggetti, come ad esempio numeri o espressioni algebriche, ordinati in righe e colonne numerate. Una matrice **A** con n righe e m colonne avrà pertanto nxm elementi. Un elemento generico della matrice è rappresentato della variabile indicizzata a_{ij}, corrispondente alla riga i e alla colonna j. Utilizzando questa notazione è possibile riferirsi alla matrice **A** con **A** = $[a_{ij}]_{nxm}$. Di seguito è illustrata la matrice completa:

$$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{n\times m} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Se m = n, allora la matrice è quadrata. La trasposizione di una matrice si ottiene scambiando le righe con le colonne e viceversa. Pertanto trasponendo la matrice **A**, si ottiene $\mathbf{A}^T = [(a^T)_{ij}]_{mxn} = [a_{ji}]_{mxn}$. La diagonale principale di una matrice quadrata è rappresentata dell'insieme degli elementi a_{ii}. Si definisce matrice identità, $\mathbf{I}_{nxn}$, una matrice quadrata in cui tutti gli elementi della diagonale principale sono uguali a 1, mentre i restanti elementi sono uguali a 0. Ad esempio, una matrice identità di 3x3 è scritta nella seguente forma:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

È possibile scrivere una matrice identità nella forma $\mathbf{I}_{nxn} = [\delta_{ij}]$, dove δ_{ij} è una funzione nota come delta di Kronecker e definita come

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & if\ i = j \\ 0, & if\ i \neq j \end{cases}.$$

Inserimento delle matrici nello stack

In questa sezione sono illustrati due diversi metodi di inserimento delle matrici nello stack: (1) utilizzando il Matrix Writer, oppure (2) inserendo direttamente la matrice nello stack.

Utilizzo del Matrix Writer

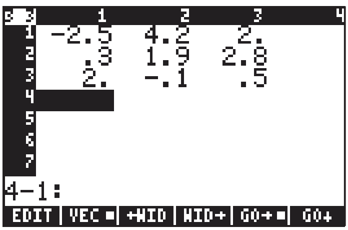
Come per i vettori, illustrati nel Capitolo 9, è possibile inserire le matrici nello stack utilizzando il Matrix Writer. Ad esempio, per inserire la matrice:

$$\begin{bmatrix} -2.5 & 4.2 & 2.0 \\ 0.3 & 1.9 & 2.8 \\ 2 & -0.1 & 0.5 \end{bmatrix},$$

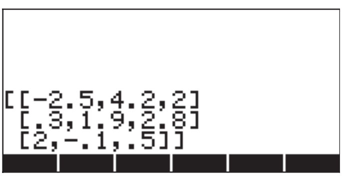
per prima cosa, aprire il Matrix Writer utilizzando ← MTRW . Assicurarsi di aver selezionato l'opzione GO→■. Quindi utilizzare la seguente sequenza di tasti:

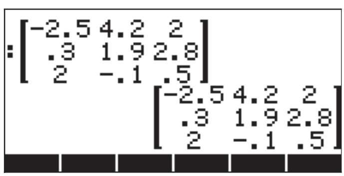
2 • 5 +/- ENTER 4 • 2 ENTER 2 ENTER ▼ ◄ ◄ ◄
• 3 ENTER 1 • 9 ENTER 2 • 8 ENTER
2 ENTER • 1 +/- ENTER • 5 ENTER

A questo punto, il display del Matrix Writer dovrebbe avere il seguente aspetto:

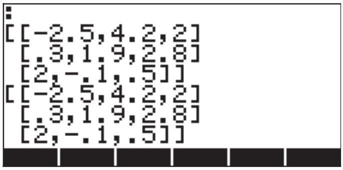


Premere ENTER ancora una volta per inserire la matrice nello stack. Lo stack in modalità ALG è illustrato di seguito, prima e dopo aver premuto ancora una volta ENTER :





Se è stata selezionata l'opzione di visualizzazione Textbook (mediante MODE DISP e inserendo un segno di spunta ✓Textbook), la matrice verrà visualizzata come nella figura in alto. In caso contrario, sul display sarà visualizzato:



Il display in modalità RPN avrà un aspetto simile a quelli illustrati.

Nota: i dettagli relativi all'utilizzo del Matrix Writer sono stati esposti nel Capitolo 9.

Inserimento diretto della matrice nello stack

È possibile ottenere lo stesso risultato di cui sopra inserendo la matrice direttamente nello stack:

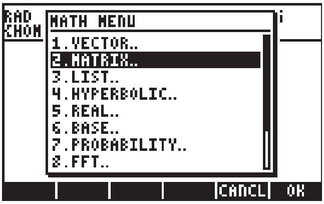
← [ ]
← [ ] 2 . 5 +/- → , 4 . 2 → , 2 ▶ → ,
← [ ] . 3 → , 1 . 9 → , 2 . 8 ▶ → ,
← [ ] 2 → , . 1 +/- → , . 5

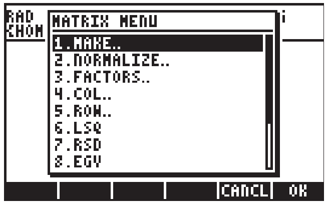
Pertanto, per inserire una matrice direttamente nello stack, aprire le parentesi (← [ ]) e inserire ogni riga della matrice all'interno di un'altra coppia di parentesi (← [ ]). È necessario separare gli elementi di ciascuna riga e le parentesi tra righe per mezzo di virgole (→ , .). **Nota**: in modalità RPN è possibile omettere le parentesi interne dopo aver inserito il primo insieme di numeri, perciò, invece di inserire, ad esempio, [[1 2 3] [4 5 6] [7 8 9]], inserire [[1 2 3] 4 5 6 7 8 9].

Salvare ora la matrice con il nome A per utilizzarla nei prossimi esercizi. In modalità ALG utilizzare STO▶ ALPHA A . In modalità RPN utilizzare ' ALPHA A STO▶ .

Creazione di matrici per mezzo delle funzioni della calcolatrice

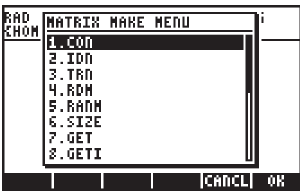
È possibile creare matrici utilizzando le funzioni della calcolatrice disponibili nel sottomenu MTH/MATRIX/MAKE (MTH/MATRICI/CREA) all'interno del menu MTH (← MTH),

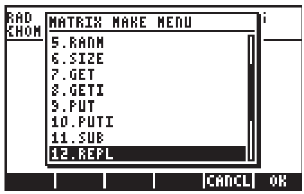




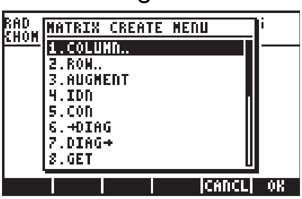
oppure nel menu MATRICES/CREATE (Matrici/Crea) disponibile premendo
[←] MATRICES :

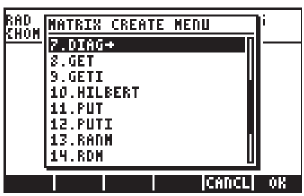
Il sottomenu MTH/MATRIX/MAKE (d'ora in avanti denominato menu MAKE) contiene le seguenti funzioni:

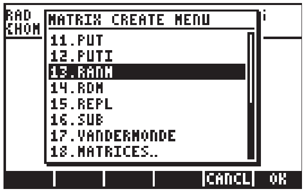




mentre il sottomenu MATRICES/CREATE (d'ora in avanti denominato menu CREATE) contiene le seguenti funzioni:







Scorrendo entrambi i menu MAKE e CREATE, è possibile osservare che entrambi dispongono delle stesse funzioni ovvero GET, GETI, PUT, PUTI, SUB, REPL, RDM, RANM, HILBERT, VANDERMONDE, IDN, CON, →DIAG e DIAG→. Il menu CREATE include i sottomenu COLUMN (Colonna) e ROW (Riga), disponibili anche nel menu MTH/MATRIX. Il menu MAKE include le funzioni SIZE (Dimensioni), non disponibili nel menu CREATE. Fondamentalmente, ad ogni modo, entrambi i menu (MAKE e CREATE) forniscono all'utente lo stesso insieme di funzioni. Negli esempi che seguono, sarà illustrata la modalità di accesso alle funzioni tramite l'utilizzo del menu MAKE. Alla fine della presente sezione è disponibile una tabella contenente le combinazioni di tasti necessarie ad ottenere le stesse funzioni con il menu CREATE, quando il flag di sistema 117 è impostato su SOFT menus.

Se il flag di sistema 117 è stato impostato su SOFT menus, il menu MAKE sarà disponibile premendo la seguente combinazione di tasti: ← MTH MATRX MAKE

Le funzioni disponibili saranno visualizzate come etichette dei tasti funzione (premere NXT per accedere al gruppo di funzioni successivo):

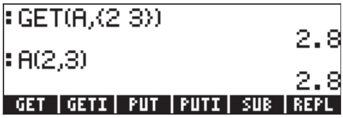
Se il flag di sistema 117 è impostato su SOFT menus, le funzioni del menu CREATE, richiamato con ← MATRICES CREAT, saranno visualizzate come segue:

Nella prossima sezione saranno illustrate alcune applicazioni delle funzioni matriciali nei menu MAKE e CREATE.

Funzioni GET e PUT

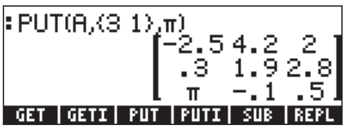
Le funzioni GET, GETI, PUT e PUTI, operano con le matrici in maniera simile a elenchi o vettori, ovvero è necessario fornire la posizione dell'elemento che si vuole estrarre (GET) dalla matrice o che si vuole inserire (PUT) nella matrice. Tuttavia, mentre con elenchi e vettori è necessario solamente un indice per identificare un elemento, nelle matrici è necessario elencare due indici{riga, colonna} per identificarne gli elementi. Di seguito alcuni esempi relativi all'utilizzo delle funzioni GET e PUT.

Prendiamo la matrice salvata nella variabile A per illustrare l'utilizzo delle funzioni GET e PUT. Ad esempio, in modalità ALG è possibile estrarre l'elemento a_{23} dalla matrice A come segue:



Si osserva che è possibile ottenere lo stesso risultato semplicemente inserendo A(2,3) e premendo ENTER. In modalità RPN, l'esercizio viene svolto utilizzando A ENTER 3 ENTER GET, oppure A(2,3) ENTER.

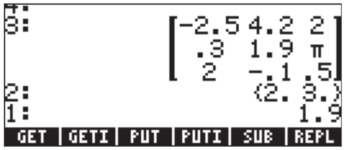
Si supponga di voler inserire il valore 'π' nell'elemento a_{31} della matrice. È possibile utilizzare la funzione PUT allo scopo, nella seguente maniera:



In modalità RPN è possibile utilizzare: VAR A {3,1} ENTER ← π PUT. Un'alternativa in modalità RPN è: ← π ' A(2,3) ENTER STO▸ . Per visualizzare il contenuto della variabile A dopo aver effettuato tale operazione, utilizzare A.

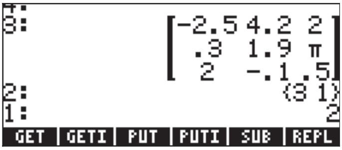
Funzioni GETI e PUTI

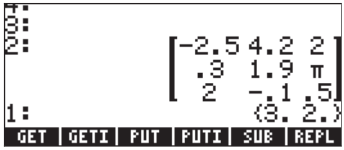
Le funzioni PUTI e GETI sono utilizzate nei programmi UserRPL poiché seguono un indice utilizzato per l'applicazione ripetuta delle funzioni GET e PUT. L'elenco degli indici nelle matrici varia prima in base alle colonne. Per illustrarne l'utilizzo, eseguire il seguente esercizio in modalità RPN: A {2,2} ENTER GETI. Di seguito sono visualizzate le immagini del display che mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione GETI.



Si osserva che il display è pronto per una successiva applicazione di GETI o GET, incrementando di 1 l'indice della colonna del riferimento originale (nell'esempio da {2,2} a {2,3}), mentre visualizza l'elemento estratto, ovvero A(2,2) =1.9, al livello 1 di stack.

Ora, si supponga di voler inserire il valore 2 nell'elemento {3 1} utilizzando la funzione PUTI. Ancora in modalità RPN, utilizzare la seguente combinazione di tasti: ⬅ ⬅{ 3 1 } ENTER 2 ENTER PUTI. Le schermate presentate di seguito mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione PUTI:

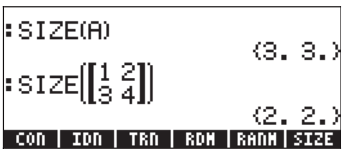




In questo caso, il 2 è stato inserito in posizione {3 1}, ora A(3,1) = 2, l'elenco degli indici è stato incrementato di 1 (prima per colonna) da {3,1} a {3,2}. La matrice è al livello 2 e l'indice incrementato è al livello 1.

Funzione SIZE

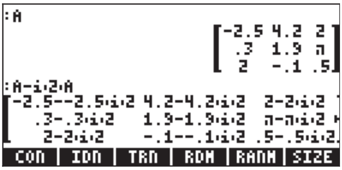
La funzione SIZE fornisce un elenco contenente il numero di righe e colonne della matrice nel livello 1 di stack. La seguente immagine del display visualizza due applicazioni della funzione SIZE in modalità ALG:

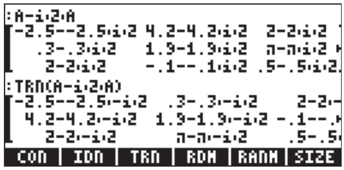


In modalità RPN, gli esercizi si eseguono utilizzando A SIZE, e [[1,2],[3,4]] ENTER SIZE .

Funzione TRN

La funzione TRN è utilizzata per produrre la trasposta coniugata di una matrice ad esempio eseguendo la trasposizione (TRAN) seguita dalla complessa coniugata (CONJ). Ad esempio, la seguente visualizzazione del display mostra la matrice originale contenuta nella variabile A e la sua trasposizione, in caratteri ridotti (vedere Capitolo 1):

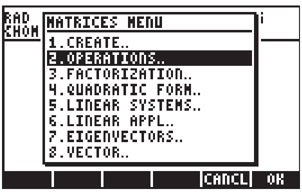




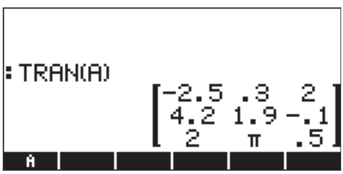
Se l'argomento è una matrice reale, la funzione TRN produce semplicemente la trasposizione della matrice reale. Confrontare, ad esempio, TRN(A) con TRAN(A).

In modalità RPN, la trasposta coniugata della matrice **A** viene calcolata utilizzando TRN.

Nota: la funzione TRAN è inclusa nel sottomenu MATRICES/OPERATIONS (MATRICI/OPERAZIONI):

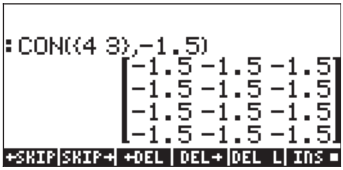


Ad esempio, in modalità ALG:



Funzione CON

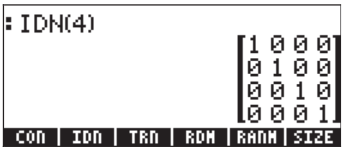
La funzione prende come argomento un elenco di due elementi, corrispondenti al numero di riga e di colonne della matrice da generare e un valore costante. La funzione CON genera una matrice utilizzando come elementi delle costanti. Ad esempio, in modalità ALG, il seguente comando crea una matrice 4x3 i cui elementi sono tutti uguali -1.5:



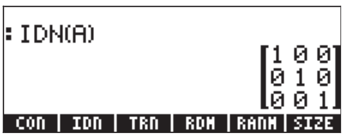
In modalità RPN quanto sopra si ottiene premendo {4,3} ENTER 1 . 5 +/- ENTER CON.

Funzione IDN

La funzione IDN (IDeNtity matrix – matrice IDeNtità) crea un matrice identità di dimensioni date. Si ricorda che una matrice identità deve essere quadrata, pertanto un valore è sufficiente a descriverla totalmente. Ad esempio, per creare una matrice identità 4x4 in modalità ALG utilizzare:



È anche possibile passare come argomento alla funzione IDN una matrice quadrata esistente, ad esempio:



La matrice identità ottenuta avrà le stessa dimensioni della matrice passata come argomento. Attenzione! L'utilizzo di una matrice rettangolare (non quadrata) come argomento di IDN darà luogo a un errore.

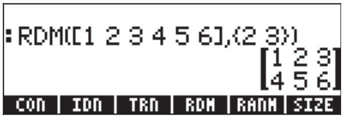
In modalità RPN, i due esercizi illustrati sopra si risolvono utilizzando: 4 ENTER IDN e IDN.

Funzione RDM

La funzione RDM (Re-DiMensioning -Ri-DiMensionamento) è utilizzata per riscrivere vettori come matrici e viceversa. I dati in ingresso per la funzione sono il vettore o la matrice originali seguiti da un elenco composto da un numero singolo, se si converte in vettore, oppure da due numeri, se si converte in matrice. Nel primo caso il numero rappresenta la dimensione del vettore, nel secondo il numero di righe e colonne della matrice. I seguenti esempi illustrano l'utilizzo della funzione RDM:

Ridimensionamento di un vettore in una matrice

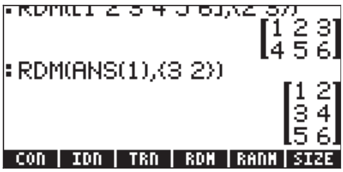
Il seguente esempio illustra come ridimensionare un vettore di sei elementi all'interno di una matrice di 2 righe e 3 colonne in modalità ALG:



In modalità RPN, per produrre la matrice mostrata in alto, è possibile utilizzare `[1,2,3,4,5,6]` ENTER `{2,3}` ENTER `RDM`.

Ridimensionamento di una matrice in un'altra matrice

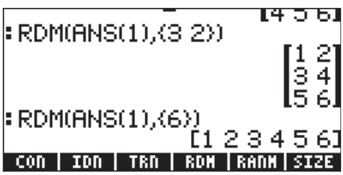
In modalità ALG, si utilizzerà ora la matrice creata sopra e la si ridimensionerà all'interno di una matrice di 3 righe e 2 colonne:



In modalità RPN, è sufficiente utilizzare `{3,2}` ENTER `RDM`.

Ridimensionamento di una matrice in un vettore

Per ridimensionare una matrice in un vettore, è necessario utilizzare come argomenti la matrice seguita da un elenco contenente il numero di elementi della matrice. Ad esempio, per convertire la matrice dell'esempio precedente in un vettore di lunghezza 6, in modalità ALG, utilizzare:

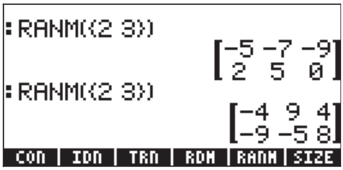


In modalità RPN, si suppone che la matrice sia nello stack e si utilizza {6} `ENTER` RDM.

Nota: la funzione RDM fornisce una maniera più diretta ed efficiente di quella indicata al termine del Capitolo 9 per trasformare elenchi in array e viceversa.

Funzione RANM

La funzione RANM (RANdom Matrix – matrice casuale) crea una matrice con elementi formati da interi casuali partendo da un elenco con il numero di righe e colonne ovvero le dimensioni della matrice. Ad esempio, si sono prodotte due diverse matrici 2x3 con elementi casuali, utilizzando lo stesso comando in modalità ALG ovvero RANM({2,3}) :

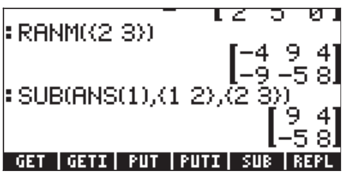


In modalità RPN, utilizzare{2,3} `ENTER` RANM.

Ovviamente i risultati che l'utente otterrà con la sua calcolatrice saranno certamente diversi da quelli mostrati sopra. I numeri casuali generati sono interi distribuiti uniformemente nell'intervallo [-10, 10]. Ciascuno di questi 21 numeri ha la stessa probabilità di essere selezionato. La funzione RANM è utile per generare matrici di dimensioni qualsiasi allo scopo di illustrare le operazioni sulle matrici o le applicazioni delle funzioni matriciali.

Funzione SUB

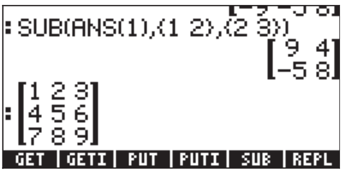
La funzione SUB estrae una sottomatrice da una matrice esistente, indicando l'inizio e la fine della sottomatrice. Ad esempio, per estrarre gli elementi a_{12}, a_{13}, a_{22} e a_{23} dall'ultimo risultato sotto forma di matrice 2x2, in modalità ALG, utilizzare:

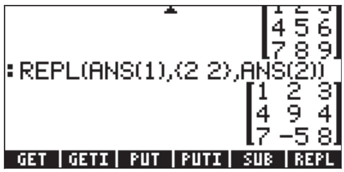


In modalità RPN, posto che la matrice 2x3 originale sia già nello stack, utilizzare {1,2} ENTER {2,3} ENTER SUB.

Funzione REPL

La funzione REPL sostituisce o inserisce una sottomatrice all'interno di una matrice di maggiori dimensioni. I dati in ingresso per questa funzione sono la matrice ove avverrà la sostituzione, la posizione a partire dalla quale inizierà la sostituzione e la matrice da inserire. Ad esempio, utilizzando la matrice dell'esempio precedente, inserire la matrice: [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] . In modalità ALG, la schermata a sinistra mostra la nuova matrice prima di premere ENTER. La schermata a destra illustra l'applicazione della funzione RPL per sostituire con la matrice 2x2 in ANS(2), la matrice 3x3 attualmente posizionata in ANS(1), iniziando dalla posizione {2,2}:



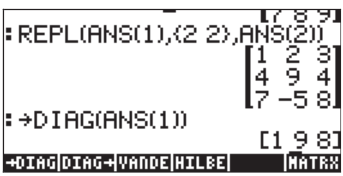


In modalità RPN, posto che la matrice 2x2 fosse memorizzata nello stack, si procede come segue:

[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] ENTER ▶ (l'ultimo tasto scambia i contenuti dei livelli di stack 1 e 2) {1,2} ENTER ▶ (si effettua un altro scambio tra i livelli 1 e 2) REPL.

Funzione →DIAG

La funzione →DIAG prende la diagonale principale di una matrice quadrata di dimensione nxn e genera un vettore di dimensione n contenente gli elementi della diagonale principale. Ad esempio, è possibile estrarre la diagonale principale della matrice ricavata dal precedente esercizio utilizzando:



In modalità RPN, con la matrice 3x3 nello stack, è sufficiente attivare la funzione →DIAG per ottenere lo stesso risultato ottenuto sopra.

Funzione DIAG→

La funzione DIAG→ utilizza un vettore e un elenco delle dimensioni della matrice {righe, colonne} per creare una matrice diagonale sostituendo gli elementi della diagonale principale con gli elementi propri del vettore. Ad esempio, il comando

DIAG→([1,-1,2,3],{3,3})

produce una matrice diagonale utilizzando i primi tre elementi del vettore passato come argomento:

In modalità RPN, per ottenere lo stesso risultato si utilizza la sequenza [1,-1,2,3] ENTER {3,3} ENTER DIAG→.

Di seguito un altro esempio di applicazione della funzione DIAG→, in modalità ALG:

In modalità RPN, utilizzare [1,2,3,4,5] ENTER {3,2} ENTER DIAG→ .

In questo caso era possibile creare una matrice 3x2 utilizzando come elementi della diagonale principale il maggior numero possibile di elementi del vettore [1,2,3,4,5]. In una matrice rettangolare, la diagonale principale inizia alla posizione (1,1) e continua via via alle posizioni (2,2), (3,3) ecc., fino all'esaurimento delle righe o delle colonne. In questo caso, le colonne (2) sono terminate prima delle righe (3) e la diagonale principale comprende solamente gli elementi in posizione (1,1) e (2,2). Pertanto, solamente i primi due elementi del vettore sono stati necessari per formare la diagonale principale.

Funzione VANDERMONDE

La funzione VANDERMONDE genera una matrice di Vandermonde di dimensione n sulla base dell'elenco di dati inseriti. La dimensione n è rappresentata dalla lunghezza dell’elenco. Se i dati in ingresso sono oggetti$\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$, allora la matrice di Vandermonde nella calcolatrice sarà costituita dai seguenti elementi:

$$
\begin{bmatrix}
1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\
1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\
1 & x_3 & x_3^2 & \cdots & x_3^{n-1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1}
\end{bmatrix}
$$

Ad esempio, il seguente comando in modalità ALG per l'elenco {1,2,3,4}, dà come risultato:

In modalità RPN, inserire {1,2,3,4} ENTER VANDERMONDE.

Funzione HILBERT

La funzione HILBERT genera una matrice di Hilbert con dimensione n. Per definizione la matrice di Hilbert nxn è $\mathbf{H}_n = [h_{jk}]_{nxn}$, quindi

$$h_{jk} = \frac{1}{j+k-1}$$

La matrice di Hilbert trova applicazione nell'interpolazione numerica delle curve utilizzando il metodo dei quadrati lineari.

Programma per generare una matrice partendo da un certo numero di elenchi

Nella presente sezione sono forniti due programmi UserRPL per la creazione di matrici partendo da un certo numero di elenchi di oggetti. Gli elenchi possono rappresentare le colonne della matrice (programma CRMC) oppure righe della matrice (programma CRMR). I programmi sono inseriti con la calcolatrice in modalità RPN e le sequenze di tasti sono fornite assumendo che il flag di sistema 117 sia impostato su SOFT menus. Nella presente sezione l'utente familiarizzerà con le funzioni di programmazione della calcolatrice. I programmi mostrati di seguito, illustrano a sinistra le sequenze di tasti necessarie per inserire i passi di programma e a destra i caratteri che appaiono sul display premendo tali tasti. Per prime saranno illustrate le operazioni necessarie per inserire il programma CRMC.

Elenchi che rappresentano le colonne di una matrice

Il programma CRMC permette di creare una matrice di dimensione pxn (ove p rappresenta il numero di righe e n il numero di colonne) partendo da n elenchi di p elementi. Creare il programma utilizzando la seguente sequenza di tasti:

Sequenza di tasti:	Risultato:
↱ « »	«
↰ PRG STACK DUP	DUP
↱ → SPC ALPHA ↰ N	→ n
↱ « »	<<
1 ↰ PRG STACK SWAP	1 SWAP
↰ PRG BRCH FOR FOR	FOR
ALPHA ↰ J	j
↰ PRG TYPE OBJ→	OBJ→
→ARRY	→ARRY
↰ PRG BRCH IF IF	IF
ALPHA ↰ J SPC	j
ALPHA ↰ N	n
↰ PRG TEST <	<
↰ PRG BRCH IF THEN	THEN
ALPHA ↰ J SPC 1 +	j 1 +
↰ PRG STACK NXT ROLL	ROLL
↰ PRG BRCH IF END	END
↰ PRG BRCH FOR NEXT	NEXT
↰ PRG BRCH IF IF	IF
ALPHA ↰ N SPC 1	n 1
↰ PRG TEST >	>
↰ PRG BRCH IF THEN	THEN
1 SPC	1
ALPHA ↰ N SPC 1 −	n 1 -
↰ PRG BRCH FOR FOR	FOR
ALPHA ↰ J SPC	j
ALPHA ↰ J SPC 1 +	j 1 +
↰ PRG STACK NXT ROLL	ROLL
↰ PRG BRCH FOR NEXT	NEXT
↰ PRG BRCH IF END	END

ALPHA ← N SPC	n
← MTH MATRX COL COL→	COL→
ENTER	Il programma è visualizzato al livello 1.

Per salvare il programma: ' ALPHA ALPHA C R M C ALPHA STO▸

> **Nota:** se il programma è salvato nella directory HOME dell'utente sarà disponibile da qualsiasi altra sottodirectory in uso.

Premere VAR → CRMC per visualizzare i contenuti del programma. Di seguito è riportato il listato del programma:

```
« DUP → n « 1 SWAP FOR j OBJ→ →ARRY IF j n < THEN j 1 +
ROLL END NEXT IF n 1 > THEN 1 n 1 - FOR j j 1 + ROLL
 NEXT END n COL→ » »
```

Per utilizzare il programma in modalità RPN, inserire gli n elenchi nell'ordine scelto di comparizione come colonne della matrice, inserire il valore di n e premere CRMC. Come esempio, eseguire il seguente esercizio:

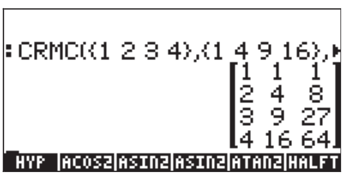
{1,2,3,4} ENTER {1,4,9,16} ENTER {1,8,27,64} ENTER 3 ENTER CRMC

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'esecuzione del programma CRMC:

Per utilizzare il programma in modalità ALG, premere CRMC seguito da una coppia di parentesi (← ()). All'interno delle parentesi inserire gli elenchi di dati che rappresentano le colonne della matrice, separando ogni elemento con una virgola, quindi, dopo un'ulteriore virgola, il numero delle colonne. La schermata assume il seguente aspetto:

```
CRMC({1,2,3,4}, {1,4,9,16}, {1,8,27,64}, 3)
```

Di seguito è visualizzata la schermata in modalità ALG che mostra l'esecuzione del programma CRMC:



Elenchi che rappresentano le righe di una matrice

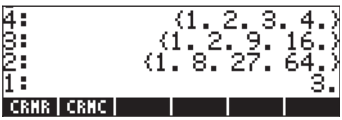
È possibile modificare facilmente il programma precedente per creare una matrice se l'elenco di dati in ingresso crea le righe della matrice. È sufficiente cambiare COL→ con ROW→ nel listato del programma. Per eseguire il cambio utilizzare:

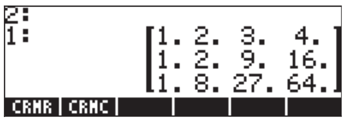
(→) CRMC	richiama il programma CRMC nello stack
(▼) (→) (▼) (▲) (◄) (◄) (◄)	va alla fine del programma
(⇐) (⇐) (⇐)	cancella COL
ALPHA ALPHA R O W ALPHA ENTER	inserisce la parola ROW, entra nel programma

Per salvare il programma utilizzare: ' ALPHA ALPHA C R M R ALPHA STO►

{1,2,3,4} ENTER {1,4,9,16} ENTER {1,8,27,64} ENTER 3 ENTER CRMR

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'esecuzione del programma CRMR:

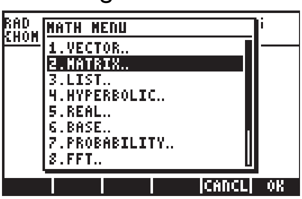


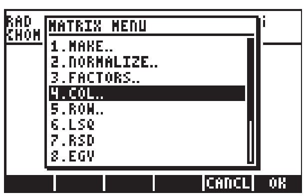


I programmi illustrati sono utili per applicazioni di statistica, in modo particolare per generare la matrice statistica ΣDAT. Esempi dell'utilizzo dei presenti programmi sono illustrati in uno dei prossimi capitoli.

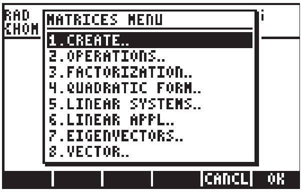
Manipolazione di matrici per colonne

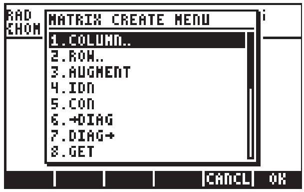
La calcolatrice dispone di un menu che contiene le funzioni necessarie per manipolare le matrici operando sulle colonne delle stesse. Il menu è accessibile tramite la sequenza MTH/MATRIX/COL…: (← MTH) mostrata nella figura sottostante con il flag di sistema 117 impostato su CHOOSE boxes:



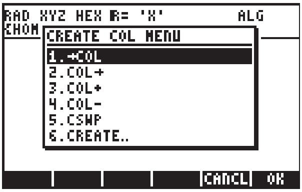


oppure con il sottomenu MATRICES/CREATE/COLUMN (Matrici/Crea/Colonne):





Entrambe le operazioni mostreranno le stesse funzioni:

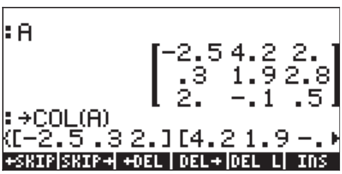


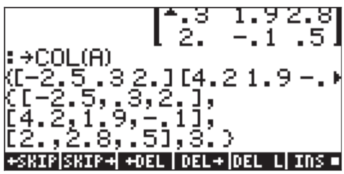
se il flag di sistema 117 è impostato su SOFT menus, il menu COL sarà accessibile con ← MTH MATRX COL oppure con ← MATRICES CREAT COL .
Entrambe le operazioni mostreranno lo stesso gruppo di funzioni:

L'utilizzo di tali funzioni è illustrato di seguito.

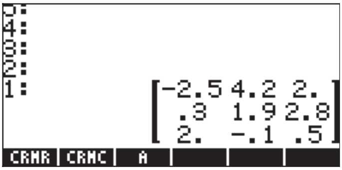
Funzione →COL

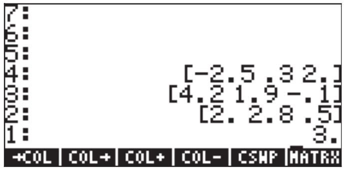
La funzione →COL utilizza come argomento una matrice e la scompone in vettori corrispondenti alle sue colonne. In basso è illustrata un'applicazione della funzione →COL in modalità ALG. La matrice utilizzata, visualizzata nella figura a sinistra, è stata precedentemente salvata nella variabile A. La figura a destra mostra la matrice decomposta in colonne. Per visualizzare l'intero risultato, utilizzare il Line Editor attivandolo con ▼ .





In modalità RPN è necessario inserire la matrice nello stack, quindi usare la funzione →COL, ad esempio premendo A →COL. La figura in basso mostra lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione →COL.



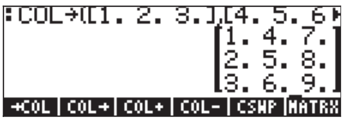


Nel risultato visualizzato, dopo la decomposizione la prima colonna occupa il livello più alto di stack. Il livello 1 di stack è occupato dal numero di colonne della matrice originale. Dopo la decomposizione, la matrice non sarà più disponibile nello stack.

Funzione COL→

La funzione COL→ è l'opposto della funzione →COL, ovvero, dati n vettori della stessa lunghezza e il numero n, la funzione COL→ genera una matrice inserendo i vettori in ingresso come colonne della matrice ottenuta. Di seguito è illustrato un esempio in modalità ALG. È stato utilizzato il comando:

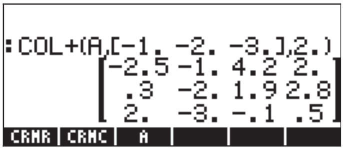
`COL→([1,2,3],[4,5,6],[7,8,9],3)`



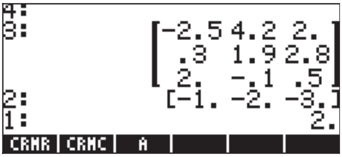
In modalità RPN, posizionare gli n vettori nei livelli n+1, n, n-1, …, 2, di stack e il numero n nel livello 1 di stack. Utilizzando questo metodo, la funzione COL→ inserisce i vettori come colonne della matrice ottenuta. La seguente figura visualizza lo stack in modalità RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione COL→.

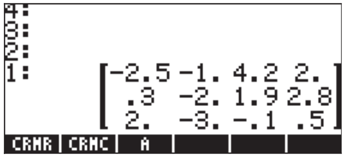
Funzione COL+

La funzione COL+ prende come argomento una matrice, un vettore della stessa lunghezza del numero di righe della matrice e un intero n che rappresenta la posizione di una colonna. La funzione COL+ inserisce quindi il vettore nella colonna n della matrice. Nel seguente esempio in modalità ALG, si inserirà il vettore [-1,-2,-3], nella seconda colonna della matrice A,



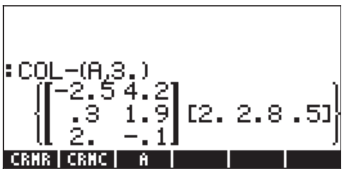
In modalità RPN, inserire prima la matrice, quindi il vettore e il numero della colonna poi applicare la funzione COL+. La seguente figura visualizza lo stack in modalità RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione COL+.





Funzione COL-

La funzione COL- utilizza come argomento una matrice e un intero che rappresenta la posizione di una colonna nella matrice. La funzione restituisce la matrice originale meno una colonna e la colonna estratta sotto forma di vettore. Eccone un esempio in modalità ALG che utilizza la matrice salvata in A:

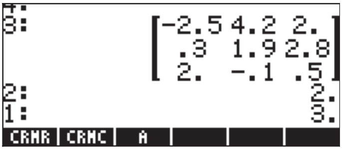


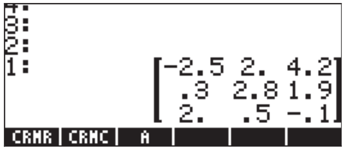
In modalità RPN, prima inserire la matrice nello stack, quindi inserire il numero relativo alla posizione della colonna, poi applicare la funzione COL-. La seguente figura visualizza lo stack in modalità RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione COL-.

Funzione CSWP

La funzione CSWP (Column SwaP) utilizza come argomenti due indici, ad esempio i e j (che rappresentano due diverse colonne di una matrice) e una matrice e genera una nuova matrice scambiando di posizione le colonne i e j. Il seguente esempio in modalità ALG, illustra un'applicazione della funzione. Nell'esempio viene utilizzata la matrice salvata nella variabile A. La matrice è elencata per prima.

In modalità RPN, la funzione CSWP consente all’utente di scambiare le colonne di una matrice elencata nel livello 3 di stack, i cui indici siano elencati nei livelli 1 e 2 di stack. Ad esempio, la seguente figura mostra lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione CSWP alla matrice A per scambiare le colonne 2 e 3:

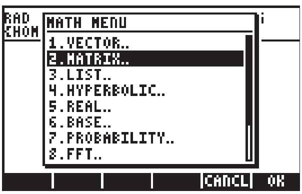




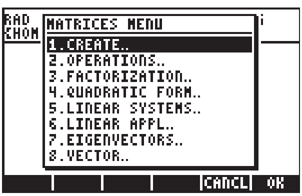
Come si può notare, le colonne che originariamente occupavano le posizioni 2 e 3 sono state scambiate. Lo scambio di colonne e quello di righe (vedere sotto) è comunemente utilizzato nella risoluzione di sistemi lineari di equazioni con matrici. I particolari di tali operazioni saranno forniti in uno dei capitoli seguenti.

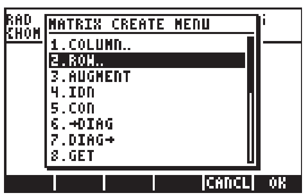
Manipolazione di matrici per righe

La calcolatrice dispone di un menu che contiene le funzioni necessarie per manipolare le matrici operando sulle righe delle stesse. Il menu è accessibile tramite la sequenza MTH/MATRIX/ROW…: (⬅ MTH) mostrata nella figura sottostante con il flag di sistema 117 impostato su CHOOSE boxes:

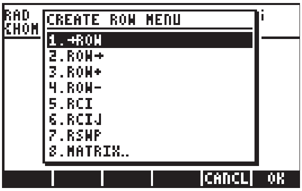


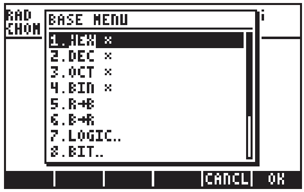
oppure con il sottomenu MATRICES/CREATE/ROW (MATRICI/CREA/RIGHE) :





Entrambe le operazioni mostreranno le stesse funzioni:



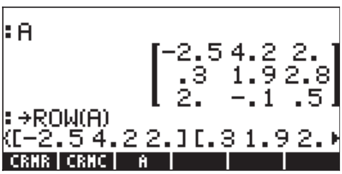


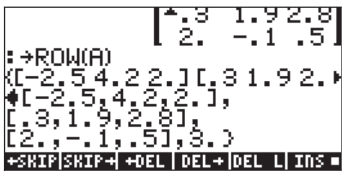
se il flag di sistema 117 è impostato su SOFT menus, il menu ROW sarà accessibile con ← MTH MATRX ROW oppure con ← MATRICES CREAT ROW. Entrambe le operazioni mostreranno lo stesso gruppo di funzioni:

L'utilizzo di tali funzioni è illustrato di seguito.

Funzione →ROW

La funzione →ROW utilizza come argomento una matrice e la decompone in vettori corrispondenti alle sue righe. Un'applicazione della funzione →ROW in modalità ALG è illustrata in basso. La matrice utilizzata, visualizzata nella figura a sinistra, è stata precedentemente salvata nella variabile A. La figura a destra mostra la matrice decomposta in righe. Per visualizzare l'intero risultato, utilizzare il Line Editor attivandolo con ▼.





In modalità RPN, è necessario inserire le matrici nello stack, quindi attivare la funzione →ROW, ad esempio, A →ROW. La seguente figura visualizza lo stack in modalità RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione →ROW.

Nel risultato visualizzato, dopo la decomposizione la prima riga occupa il livello più alto di stack e il livello 1 di stack è occupato dal numero di righe della matrice originale. Dopo la decomposizione la matrice non sarà più disponibile nello stack.

Funzione ROW→

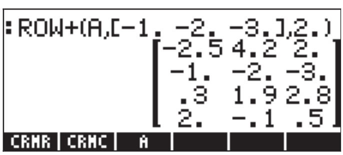
La funzione ROW→ è l'opposto della funzione →ROW, ovvero, dati n vettori della stessa lunghezza e il numero n, la funzione ROW→ genera una matrice inserendo i vettori in ingresso come righe della matrice ottenuta. Di seguito è illustrato un esempio in modalità ALG. È stato utilizzato il comando:

```
ROW→([1,2,3],[4,5,6],[7,8,9],3)
```

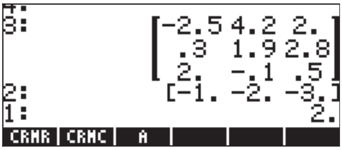
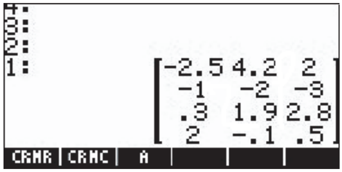
In modalità RPN, posizionare gli n vettori nei livelli n+1, n, n-1, …, 2, di stack e il numero n nel livello 1 di stack. Utilizzando questo metodo la funzione ROW→ inserisce i vettori come righe della matrice ottenuta. La seguente figura visualizza lo stack in modalità RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione ROW→.

Funzione ROW+

La funzione ROW+ prende come argomento una matrice, un vettore della stessa lunghezza del numero di righe della matrice e un intero n che rappresenta la posizione di una riga. La funzione ROW+ inserisce quindi il vettore nella riga n della matrice. In modalità ALG, si inserirà il vettore [-1,-2,-3], nella seconda riga della matrice A



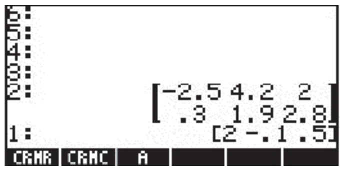
In modalità RPN, inserire prima la matrice, quindi il vettore e il numero della riga poi applicare la funzione ROW+. La seguente figura visualizza lo stack in modalità RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione ROW+.

Funzione ROW-

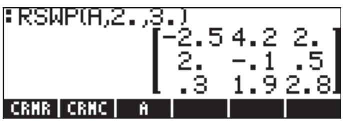
La funzione ROW- utilizza come argomento una matrice e un intero che rappresenta la posizione di una riga nella matrice. La funzione restituisce la matrice originale meno una riga e la riga estratta sotto forma di vettore. Eccone un esempio in modalità ALG utilizzando la matrice salvata in A:

In modalità RPN, inserire prima la matrice nello stack, quindi inserire il numero relativo alla posizione della riga poi applicare la funzione ROW-. La seguente figura visualizza lo stack in modalità RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione ROW-.

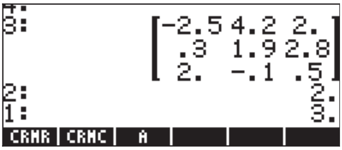
 

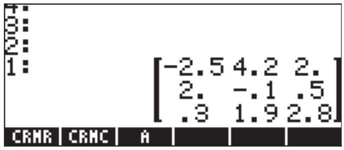
Funzione RSWP

La funzione RSWP (Row SwaP) utilizza come argomenti due indici, ad esempio i e j (che rappresentano due diverse righe di una matrice) e una matrice e genera una nuova matrice scambiando di posizione le righe i e j. Il seguente esempio in modalità ALG, illustra un'applicazione della funzione. Nell'esempio viene utilizzata la matrice salvata nella variabile A. La matrice è elencata per prima.



In modalità RPN, la funzione RSWP permette all'utente di scambiare le righe di una matrice inserita nel livello 3 di stack, i cui indici siano inseriti nei livelli 1 e 2 di stack. La seguente figura mostra lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione RSWP alla matrice A per scambiare le righe 2 e 3:

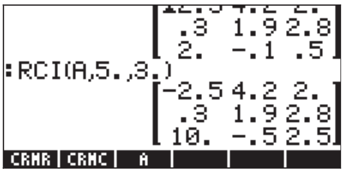




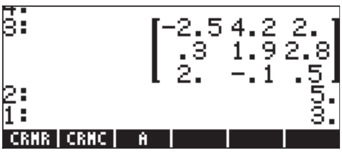
Come si può notare, le righe che originariamente occupavano le posizioni 2 e 3 sono state scambiate.

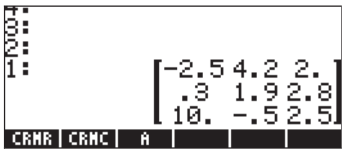
Funzione RCI

La funzione RCI moltiplica la *Riga* I per un valore *C*ostante e sostituisce tale riga inserendo il risultato nella stessa posizione. Il seguente esempio, scritto in modalità ALG, prende la matrice salvata in A e moltiplica per il valore costante 5 la riga numero 3, sostituendo il prodotto ottenuto alla riga.



La prossima figura mostra lo stesso esercizio eseguito in modalità RPN. La figura a sinistra mostra l'impostazione della matrice, il fattore e il numero di riga, nei livelli di stack 3,2 e 1. La figura a destra mostra la matrice ottenuta dopo l'applicazione della funzione RCI.

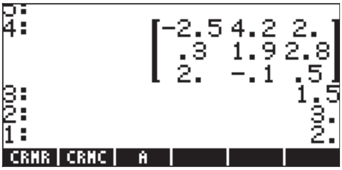


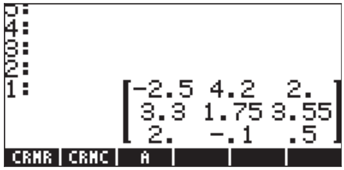


Funzione RCIJ

La funzione RCIJ prende la riga I, la moltiplica per la costante C quindi addiziona la riga risultato della moltiplicazione alla riga J, sostituendo la riga J con la somma risultante. Questa tipo di operazione sulle righe è molto comune nel processo di eliminazione di Gauss o di Gauss-Jordan (ulteriori dettagli su tale procedura saranno presentati nei prossimi capitoli). Gli argomenti della funzione sono: (1) la matrice, (2) il valore costante, (3) la riga da moltiplicare per la costante in (2) e (4) la riga da sostituire con il risultato della somma come descritto in precedenza. Ad esempio, prendendo la matrice salvata nella variabile A, moltiplicare la colonna 3 per 1,5 e sommarla alla colonna 2. Il seguente esempio viene eseguito in modalità ALG:

In modalità RPN, inserire prima la matrice seguita dal valore della costante. Successivamente, inserire la riga da moltiplicare per la costante e infine la riga da sostituire. La seguente figura mostra lo stack in modalità RPN prima e dopo l’applicazione della funzione RCJI alle stesse condizioni dell'esempio precedente in modalità ALG:





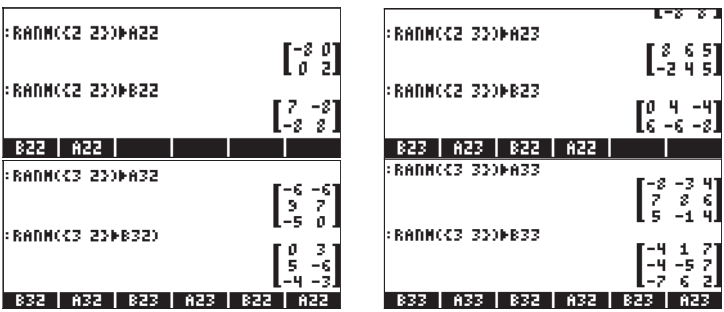
Capitolo 11
Operazioni con le matrici e algebra lineare

Nel Capitolo 10 è stato introdotto il concetto di matrice e presentato un certo numero di funzioni per inserire, generare o manipolare le matrici. Nel presente Capitolo saranno presentati degli esempi di operazioni matriciali e le applicazioni a problemi di algebra lineare.

Operazioni con le matrici

È possibile eseguire addizioni o sottrazioni sulle matrici, come su altri oggetti matematici. È possibile moltiplicarle per uno scalare, o tra di loro. È anche possibile elevarle a potenza con esponente reale. Un'operazione importante nelle applicazioni di algebra lineare è l'inverso della matrice. Di seguito sono illustrati i dettagli di tali operazioni.

Per illustrare le operazioni sarà necessario creare alcune matrici che verranno salvate nelle variabili. Il nome generico assegnato alle matrici sarà A*ij* e B*ij*, dove *i* è il numero delle righe e *j* il numero delle colonne della matrice. Le matrici da utilizzare saranno create dalla funzione RANM, che genera matrici casuali. Se l'utente proverà ad eseguire l'esercizio con la propria calcolatrice si otterranno matrici diverse da quelle qui elencate, a meno di non caricare le matrici esattamente come mostrato in basso Ecco le matrici A22, B22, A23, B23, A32, B32, A33 e B33 create in modalità ALG:



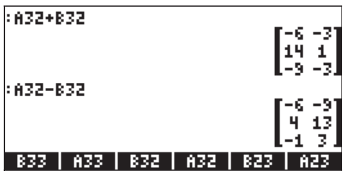
In modalità RPN, eseguire la seguente procedura:

{2,2} ENTER RANM 'A22' STO▶ {2,2} ENTER RANM 'B22' STO▶
{2,3} ENTER RANM 'A23' STO▶ {2,3} ENTER RANM 'B23' STO▶
{3,2} ENTER RANM 'A32' STO▶ {3,2} ENTER RANM 'B32' STO▶

{3,3} `ENTER` RANM 'A33' `STO▶`   {3,3} `ENTER` RANM 'B33' `STO▶`

Addizione e sottrazione

Si considerino due matrici, **A** = $[a_{ij}]_{m\times n}$ e **B** = $[b_{ij}]_{m\times n}$. L'addizione e la sottrazione di queste due matrici è possibile solamente nel caso che le matrici abbiano lo stesso numero di righe e colonne. La matrice risultante, **C** = **A**±**B** = $[c_{ij}]_{m\times n}$ è costituita dagli elementi $c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$. Di seguito sono illustrati alcuni esempi in modalità ALG, utilizzando le matrici salvate in precedenza (ad esempio A22 `+` B22)



In modalità RPN, eseguire la seguente procedura:

A22 `ENTER` B22 `ENTER` `+`   A22 `ENTER` B22 `ENTER` `-`
A23 `ENTER` B23 `ENTER` `+`   A23 `ENTER` B23 `ENTER` `-`
A32 `ENTER` B32 `ENTER` `+`   A32 `ENTER` B32 `ENTER` `-`

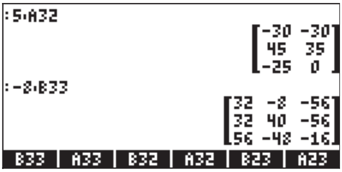
Tradurre gli esempi dalla modalità ALG alla modalità RPN è semplice, come mostrato qui. I restanti esempi di operazioni con le matrici saranno eseguiti solamente in modalità ALG.

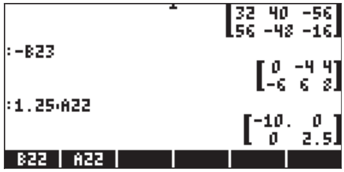
Moltiplicazione

Esistono numerose operazioni di moltiplicazioni applicabili alle matrici. Sono illustrati di seguito.

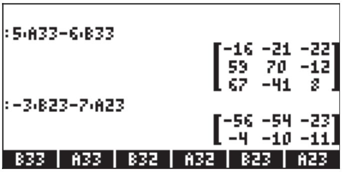
Moltiplicazione per uno scalare

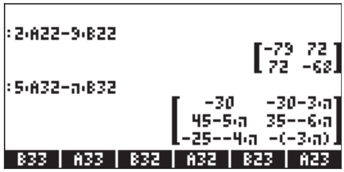
La moltiplicazione della matrice **A** = $[a_{ij}]_{m\times n}$ per lo scalare k dà come risultato la matrice **C** = k**A** = $[c_{ij}]_{m\times n} = [ka_{ij}]_{m\times n}$. In particolare, il negativo di una matrice è definito dall'operazione -**A** =(-1)**A** = $[-a_{ij}]_{m\times n}$. Alcuni esempi di moltiplicazioni di una matrice per uno scalare sono illustrati di seguito.



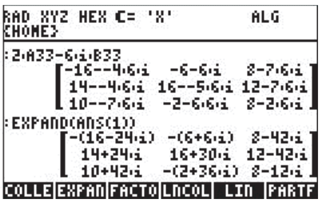


Unendo addizione e sottrazione con la moltiplicazione per uno scalare è possibile formare combinazioni lineari di matrici di uguali dimensioni, ad esempio,



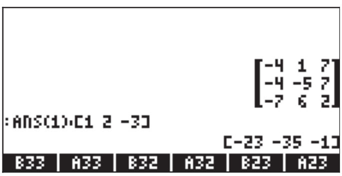


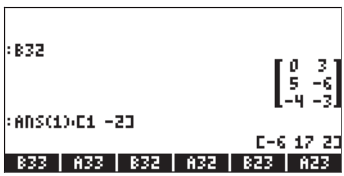
All'interno di una combinazione lineare di matrici, è possibile moltiplicare una matrice per un numero immaginario ottenendo così una matrice di numeri complessi, ad esempio,



Moltiplicazione di una matrice per un vettore

La moltiplicazione di una matrice per un vettore è possibile solamente se il numero di colonne della matrice è uguale alla lunghezza del vettore. Questa operazione segue le regole della moltiplicazione di matrici come illustrato nella sezione seguente. Di seguito sono presentati alcuni esempi di moltiplicazione di una matrice per un vettore:





La moltiplicazione di un vettore per una matrice, d'altro canto, non è definita. Tuttavia è possibile trattare tale moltiplicazione come un caso particolare di moltiplicazione di matrici, come illustrato di seguito.

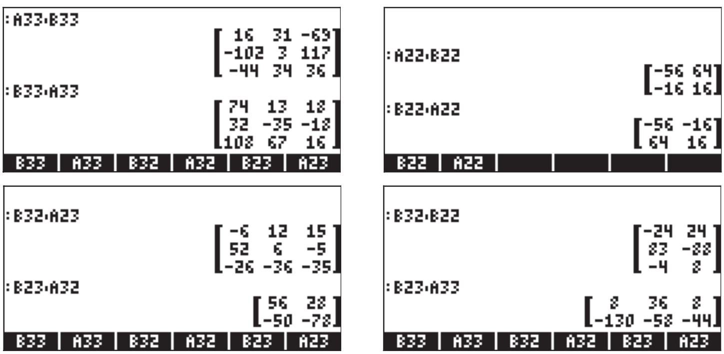
Moltiplicazione di matrici

La moltiplicazione di matrici è definita da $\mathbf{C}_{m\times n} = \mathbf{A}_{m\times p}\cdot\mathbf{B}_{p\times n}$, dove $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{m\times p}$, $\mathbf{B} = [b_{ij}]_{p\times n}$, e $\mathbf{C} = [c_{ij}]_{m\times n}$. Si noti che la moltiplicazione di matrice è possibile solo se il numero di colonne nel primo operando è uguale al numero di righe del secondo operando. Il termine generale nel prodotto, c_{ij}, è definito come:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik}\cdot b_{kj}, \; for\ i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n.$$

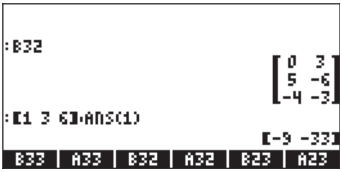
Questo significa che l'elemento nella riga i-esima e nella colonna j-esima del prodotto, **C**, è il risultato della moltiplicazione termine a termine della riga i-esima di **A** per la colonna j-esima di **B** e della somma dei prodotti stessi. La moltiplicazione di matrice non gode della proprietà commutativa, vale a dire che, normalmente, **A**·**B**`≠ **B**·**A**. Inoltre, una delle moltiplicazioni potrebbe anche non esistere.

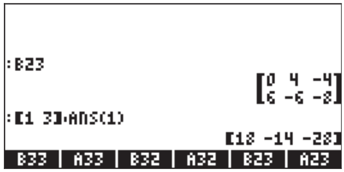
Le due seguenti schermate mostrano i risultati delle moltiplicazioni delle matrici memorizzate precedentemente:



La moltiplicazione matrice-vettore introdotta nella sezione precedente può essere considerata come il prodotto di una matrice mxn per una matrice nx1 (ad esempio, un vettore colonna) che ha come risultato una matrice mx1 (ad esempio, un altro vettore). Per verificare questa affermazione, controllare gli esempi presentanti nella sezione precedente. Pertanto, i vettori definiti nel Capitolo 9 sono fondamentalmente vettori colonna ai fini della moltiplicazione di matrici.

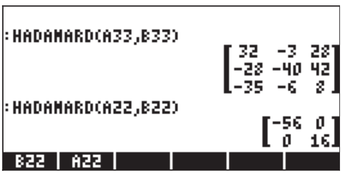
Il prodotto di un vettore per una matrice è possibile se il vettore è un vettore riga, vale a dire, una matrice 1xm, che moltiplicata per una matrice mxn restituisce una matrice 1xn (un altro vettore riga). Per consentire alla calcolatrice di identificare un vettore riga, inserirlo tra doppie parentesi:

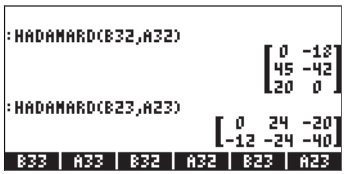




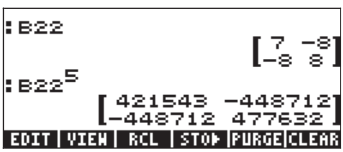
Moltiplicazione termine a termine
La moltiplicazione termine a termine di due matrici delle stesse dimensioni è possibile grazie all'utilizzo della funzione HADAMARD. Il risultato è, naturalmente, un'altra matrice delle stesse dimensioni. Questa funzione è disponibile nel Function Catalog (CAT) o attraverso il sottomenu MATRICES/OPERATIONS (Matrici/Operazioni) (MATRICES).

Di seguito vengono presentate le applicazioni della funzione HADAMARD:





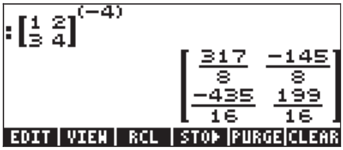
Elevamento di una matrice a potenza reale
È possibile elevare una matrice a una potenza qualsiasi a condizione che sia un numero intero o reale senza parte decimale. Il seguente esempio mostra il risultato dell'elevamento della matrice B22, creata precedentemente, alla potenza 5:



È inoltre possibile elevare una matrice a potenza senza prima memorizzarla come una variabile:

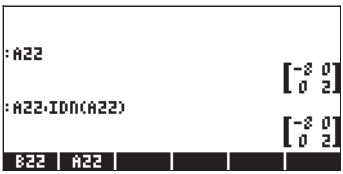
In modalità algebrica, la sequenza di tasti è la seguente: [inserire o selezionare la matrice] `Y^X` [inserire la potenza] `ENTER`. In modalità RPN , la sequenza di tasti è la seguente: [inserire o selezionare la matrice] `SPC` [inserire la potenza] `Y^X` `ENTER`.

Le matrici possono essere elevate a potenze negative. In questo caso, il risultato è equivalente a 1/[matrice]^ABS(potenza).



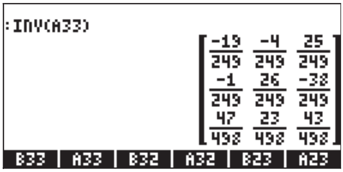
La matrice identità

Nel Capitolo 9 viene introdotta la matrice identità come la matrice **I** = $[\delta_{ij}]_{n\times n}$, dove δ_{ij} è la funzione delta di Kronecker. Le matrici identità si possono ottenere utilizzando la funzione IDN descritta nel Capitolo 9. La matrice identità gode della proprietà **A·I** = **I·A** = **A**. Per verificare questa proprietà, vengono presentati i seguenti esempi utilizzando le matrici memorizzate precedentemente:

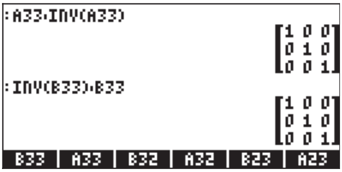


La matrice inversa

L'inverso di una matrice quadrata **A** è la matrice $\mathbf{A}^{-1}$ tale che $\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\cdot\mathbf{A} = \mathbf{I}$, dove **I** è la matrice identità delle stesse dimensioni di **A**. L'inverso di una matrice si ottiene con la calcolatrice utilizzando la funzione inverso, INV (ovvero il tasto `1/x`). Di seguito viene presentato un esempio dell'inverso di una delle matrici memorizzate precedentemente:

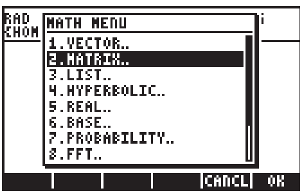


Per verificare le proprietà della matrice inversa, considerare le seguenti moltiplicazioni:

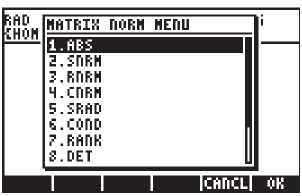


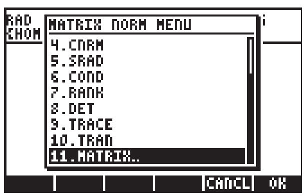
Caratterizzazione di una matrice (Menu NORM)

Il menu NORM (NORMALIZE, normalizzare) è accessibile mediante la sequenza di tasti ← MTH (flag di sistema 117 impostato su CHOOSE Boxes (Riquadri di SELEZIONE):



Questo menu contiene le seguenti funzioni:





Queste funzioni sono descritte di seguito. Dal momento che molte di queste funzioni utilizzano i concetti della teoria delle matrici, come i valori singolari, il rango, ecc., sono incluse brevi descrizioni di questi concetti all'interno della descrizione delle funzioni stesse.

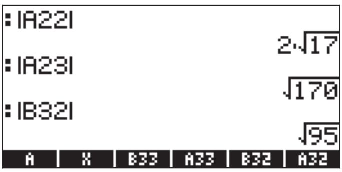
Funzione ABS

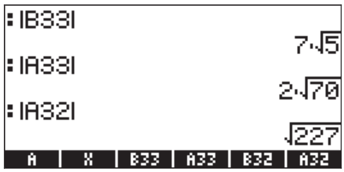
La funzione ABS calcola quella che è nota come la norma di Frobenius di una matrice. Data una matrice **A** = $[a_{ij}]_{m \times n}$, la norma di Frobenius della matrice viene definita nel seguente modo:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^2}$$

Se la matrice presa in considerazione è un vettore riga o un vettore colonna, la norma di Frobenius, $||\mathbf{A}||_F$, è semplicemente il modulo del vettore. La funzione ABS è accessibile direttamente dalla tastiera mediante ← ABS .

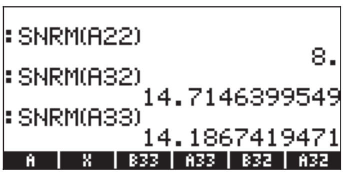
Provare i seguenti esercizi in modalità ALG (utilizzando le matrici memorizzate precedentemente per le operazioni matriciali):





Funzione SNRM

La funzione SNRM calcola la norma spettrale di una matrice, ovvero il valore singolare più elevato della matrice, noto anche come norma euclidea della matrice. Ad esempio,

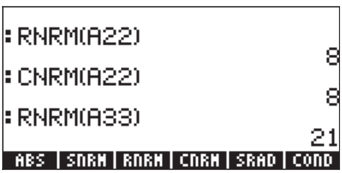


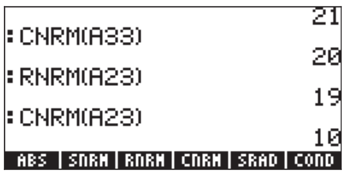
Decomposizione ai valori singolari
Per comprendere come si utilizza la funzione SNRM, è necessario introdurre il concetto di decomposizione della matrice. Fondamentalmente, la decomposizione della matrice comporta la determinazione di due o più matrici che, moltiplicate in un dato ordine (e forse anche mediante l'uso di inversione o trasposizione), restituiscono la matrice originale. La decomposizione ai valori singoli (SVD, Singular Value Decomposition) è tale che una matrice rettangolare $\mathbf{A}_{mxn}$ viene scritta come $\mathbf{A}_{mxn} = \mathbf{U}_{mxm} \cdot \mathbf{S}_{mxn} \cdot \mathbf{V}^T{}_{nxn}$, dove **U** e V sono le matrici ortogonali e **S** è una matrice diagonale. Gli elementi diagonali di **S** sono denominati <u>valori singolari</u> di A e sono di solito ordinati in modo che $s_i \geq s_{i+1}$, per i = 1, 2, …, n-1. Le colonne [$\mathbf{u}_j$] di **U e** [$\mathbf{v}_j$] di **V** sono i vettori singolari corrispondenti. (<u>Le matrici ortogonali</u> sono tali che $\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^T = \mathbf{I}$. Una <u>matrice diagonale</u> contiene elementi diversi da zero nella diagonale principale).

Il rango di una matrice può essere determinato da SVD contando il numero di valori non singolari. Alcuni esempi di SVD verranno presentati in un'altra sezione.

Funzioni RNRM e CNRM

La funzione RNRM restituisce la Row NoRM (Norma infinito) di una matrice, mentre la funzione CNRM restituisce la Column NoRM (Norma colonna) di una matrice. Esempi:

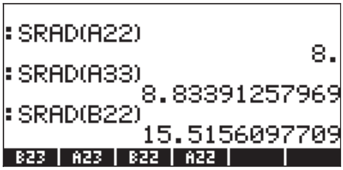




Norma infinito e norma 1 di una matrice
La norma infinito di una matrice viene calcolata dalla somme dei valori assoluti di tutti gli elementi in ogni riga e quindi selezionando il massimo di queste somme. La norma colonna di una matrice viene calcolata dalla somme dei valori assoluti di tutti gli elementi in ogni colonna e quindi selezionando il massimo di queste somme.

Funzione SRAD

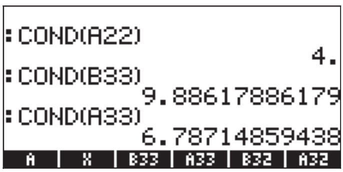
La funzione SRAD determina il raggio spettrale di una matrice, definito come il massimo dei valori assoluti degli autovalori. Ad esempio,



Definizione degli autovalori e degli autovettori di una matrice
Gli autovalori di una matrice quadrata sono il risultato di un'equazione tra matrici $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \lambda\cdot\mathbf{x}$. I valori di λ che soddisfano l'equazione sono noti come autovalori della matrice **A**. I valori di x che sono il risultato dell'equazione per ogni valore di l sono noti come autovettori della matrice. Maggiori informazioni sul calcolo degli autovalori e degli autovettori sono presentate più avanti nel capitolo.

Funzione COND

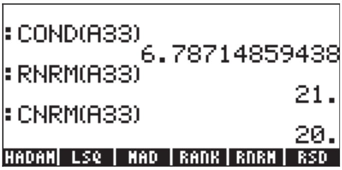
La funzione COND determina il numero condizione di una matrice:

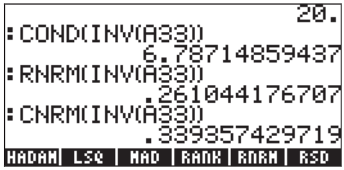


Numero di condizione di una matrice
Il numero di condizione di una matrice non singolare quadrata è definito come il prodotto della norma della matrice per la norma della relativa inversa, vale a dire, $\mathrm{cond}(\mathbf{A}) = ||\mathbf{A}||\times||\mathbf{A}^{-1}||$. Verrà scelto come norma della matrice, $||\mathbf{A}||$, il massimo della norma infinito (RNRM) e della norma 1 (CNRM), mentre la norma dell'inversa, $||\mathbf{A}^{-1}||$, verrà selezionata come il minimo della norma infinito e della norma 1. Pertanto, $||\mathbf{A}|| = \max(\mathrm{RNRM}(\mathbf{A}),\mathrm{CNRM}(\mathbf{A}))$ e $||\mathbf{A}^{-1}|| = \min(\mathrm{RNRM}(\mathbf{A}^{-1}), \mathrm{CNRM}(\mathbf{A}^{-1}))$.

Il numero di condizione di una matrice singolare è uguale a infinito. Il numero di condizione di una matrice non singolare esprime una misura della singolarità di una matrice. Quanto più alto è il valore del numero di condizione, tanto più la matrice è vicina alla condizione di singolarità. (Una matrice singolare non è invertibile).

Provare il seguente esercizio per il numero di condizione di una matrice sulla matrice A33. Il numero di condizione è COND(A33) , la norma infinito e la norma 1 per A33 sono mostrati a sinistra. I numeri corrispondenti per la matrice inversa, INV(A33), sono mostrati a destra:

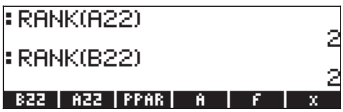




Dal momento che RNRM(A33) > CNRM(A33), si prenda ||A33|| = RNRM(A33) = 21. Inoltre, dal momento che CNRM(INV(A33)) < RNRM(INV(A33)), si prenda ||INV(A33)|| = CNRM(INV(A33)) = 0.261044... Pertanto, il numero di condizione viene calcolato anche come CNRM(A33)*CNRM(INV(A33)) = COND(A33) = 6.7871485...

Funzione RANK

La funzione RANK determina il rango di una matrice quadrata. Provare i seguenti esempi:



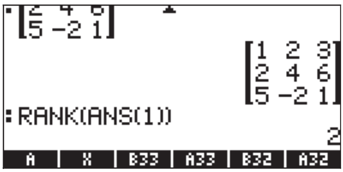
Rango di una matrice

Il rango di una matrice quadrata è il numero massimo di righe o di colonne linearmente indipendenti contenuto nella matrice. Si supponga di scrivere una matrice quadrata $\mathbf{A}_{nxn}$ come $\mathbf{A} = [\mathbf{c}_1\ \mathbf{c}_2\ \ldots\ \mathbf{c}_n]$, dove $\mathbf{c}_i$ (i = 1, 2, …, n) sono i vettori che rappresentano le colonne della matrice **A**, quindi, se una di queste colonne, ad esempio $\mathbf{c}_k$, può essere scritta nel seguente modo

$$\mathbf{c}_k = \sum_{j\neq k,\, j\in\{1,2,\ldots,n\}} d_j \cdot \mathbf{c}_j,$$

dove i valori d_j sono costanti, ovvero si può affermare che $\mathbf{c}_k$ è linearmente dipendente dalle colonne incluse nella sommatoria. (Notare che i valori di j includono un valore qualsiasi nell'insieme {1, 2, …, n}, in una combinazione qualsiasi, sempre che j≠k.) Se l'espressione mostrata in precedenza non può essere scritta per uno qualsiasi dei vettori colonna, è possibile affermare che tutte le colonne sono linearmente indipendenti. Una definizione simile per l'indipendenza lineare delle righe può essere sviluppata scrivendo la matrice come una colonna di vettori riga. Pertanto, se il rango(**A**) = n, allora la matrice è invertibile ed è una matrice non singolare. Se, invece, il rango(**A**) < n, allora la matrice è singolare e non è invertibile.

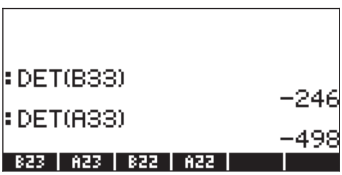
Ad esempio, provare a calcolare il rango per la matrice:

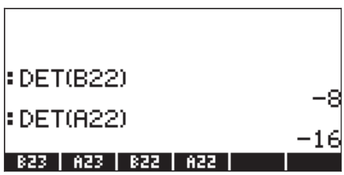


Il rango risulterà essere 2. Ciò in quanto la seconda riga [2,4,6] è uguale alla prima [1,2,3] moltiplicata per 2, quindi, la seconda riga è linearmente dipendente dalla riga 1 e il numero massimo di righe linearmente indipendenti è 2. È possibile verificare che il numero massimo di colonne linearmente indipendenti è 3. Il rango, essendo il numero massimo di righe o colonne linearmente indipendenti, diventa,in questo caso, 2.

Funzione DET

La funzione DET calcola il determinante di una matrice quadrata. Ad esempio,



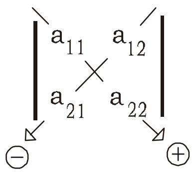


Determinante di una matrice

I determinanti di una matrice 2x2 e o di una matrice 3x3 sono rappresentati dalla stessa disposizione degli elementi delle matrici, ma racchiusi tra righe verticali, ad esempio,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

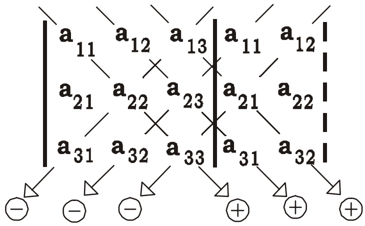
Un determinante di una matrice 2x2 è calcolato moltiplicando gli elementi nella diagonale e sommando i prodotti seguiti dal segno positivo o negativo, come indicato nello schema mostrato di seguito.



Il determinante di una matrice 2x2 è, quindi,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Il determinante di una matrice 3x3 viene calcolato *aumentando* il determinante, un'operazione che consiste nella copia delle prime due colonne del determinante e nell'inserimento delle stesse a destra della colonna 3, come mostrato nello schema di seguito. Lo schema mostra anche gli elementi da moltiplicare con il segno corrispondente da applicare al prodotto, in modo simile a come mostrato precedentemente per il determinante di una matrice 2x2. Dopo la moltiplicazione i risultati vengono sommati insieme per ottenere il determinante.



Per le matrici quadrate di ordine superiore, i determinanti possono essere calcolati utilizzando i determinanti di ordine inferiore chiamati cofattori. L'idea generale è quella di "espandere" un determinante di una matrice nxn (chiamato anche determinante nxn) in una somma di cofattori, che sono determinanti (n-1)x(n-1), moltiplicati per gli elementi di una sola riga o colonna, alternando i segni positivi e quelli negativi. Questa "espansione" viene quindi eseguita al livello (inferiore) successivo, con cofattori di ordine (n-2)x(n-2) e così via, fino a che non resta una lunga somma di determinanti 2x2. I determinanti di una matrice 2x2 sono quindi calcolati con il metodo mostrato in precedenza.

Il metodo di calcolo di un determinante per espansione del cofattore è poco pratico nel senso che il numero di operazioni cresce molto velocemente in proporzione alla grandezza del determinante. Un metodo più efficiente e quello preferibile nelle applicazioni numeriche prevede l'utilizzo di un risultato dell'eliminazione gaussiana. Il metodo dell'eliminazione gaussiana è utilizzato per risolvere sistemi di equazioni lineari. I dettagli di questo metodo sono presentati in un'altra parte del presente capitolo.

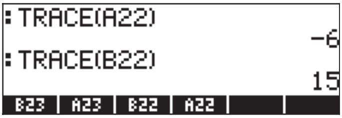
Il determinante di una matrice **A**, si scrive det(**A**). Una matrice singolare ha un determinante uguale a zero.

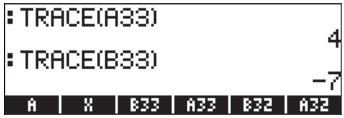
Funzione TRACE

La funzione TRACE calcola la traccia della matrice quadrata, definita come la somma degli elementi della diagonale principale ovvero

$$tr(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Esempi:



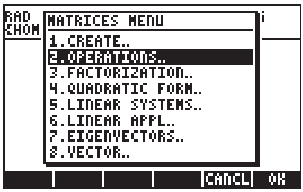


Funzione TRAN

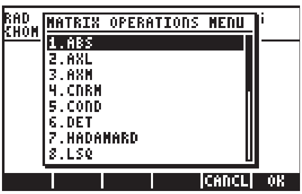
La funzione TRAN restituisce la trasposta di una trasposta reale o coniugata di una matrice complessa. TRAN equivale a TRN. L'utilizzo della funzione TRN è stato spiegato nel Capitolo 10.

Altre operazioni con le matrici (Menu OPER)

Il menu Matrix OPER (OPERATIONS, Operazioni) è disponibile mediante la sequenza di tasti ← MATRICES (flag di sistema 117 impostato su CHOOSE Boxes (Riquadri di SELEZIONE):



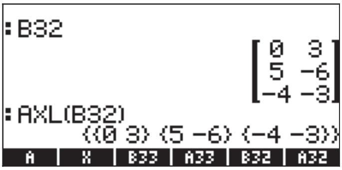
Il menu OPERATIONS include le seguenti funzioni:

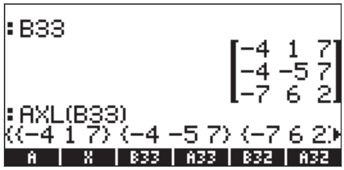


Le funzioni ABS, CNRM, COND, DET, RANK, RNRM, SNRM, TRACE e TRAN sono disponibili anche nel menu MTH/MATRIX/NORM (oggetto della sezione precedente). La funzione SIZE è stata presentata nel Capitolo 10. La funzione HADAMARD è stata presentata precedentemente nel contesto di moltiplicazione delle matrici. Le funzioni LSQ, MAD e RSD sono relative alla soluzione di sistemi di equazione lineari e verranno presentate più avanti nel presente Capitolo. In questa sezione verranno trattate sole le funzioni AXL e AXM.

Funzione AXL

La funzione AXL converte un array (matrice) in un elenco e viceversa:

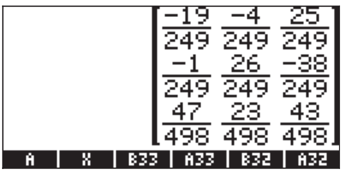


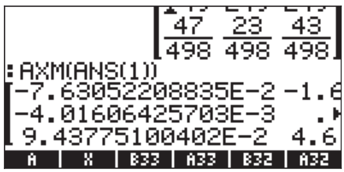


Nota: l'ultima operazione è simile a quella del programma CRMR presentata nel Capitolo 10.

Funzione AXM

La funzione AXM converte un array che contiene un numero intero o elementi decimali nella forma decimale corrispondente o approssimativa:





Funzione LCXM

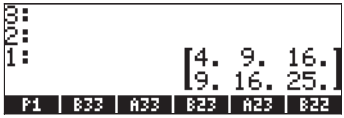
La funzione LCXM può essere utilizzata per generare matrici tali che l'elemento aij è una funzione di i e j. Il valore da inserire in questa funzione è composto da due numeri interi, n e m, che rappresentano il numero di righe e colonne della matrice da generare e un programma che utilizza i e j come parametro iniziale. I numeri n, m e il programma occupano rispettivamente i livelli di stack 3, 2 e 1. La funzione LCXM è accessibile attraverso il comando Catalog ⇁ CAT .

Ad esempio, per generare una matrice 2' 3 i cui elementi sono dati da a_{ij} = $(i+j)^2$, occorre innanzitutto memorizzare il seguente programma nella variabile P1 in modalità RPN. Lo stack in modalità RPN ha il seguente aspetto prima di premere STO▶.

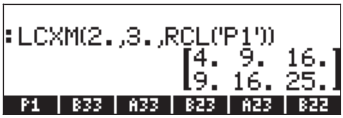
L'implementazione della funzione LCXM in questo caso richiede di inserire:

2 ENTER 3 ENTER ↱ LCXM ENTER

La seguente figura mostra lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione LCXM:



In modalità ALG, è possibile ottenere questo esempio utilizzando:



Il programma P1 deve essere sempre creato e memorizzato in modalità RPN.

Soluzione di sistemi lineari

Un sistema di equazioni lineari *n* nelle variabili *m* può essere scritto nel seguente modo

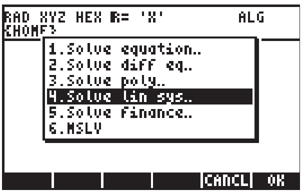
$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
a_{11}\cdot x_1 & + & a_{12}\cdot x_2 & + & a_{13}\cdot x_3 & + \ldots + & a_{1,m-1}\cdot x_{m-1} & + & a_{1,m}\cdot x_m & = & b_1, \\
a_{21}\cdot x_1 & + & a_{22}\cdot x_2 & + & a_{23}\cdot x_3 & + \ldots + & a_{2,m-1}\cdot x_{m-1} & + & a_{2,m}\cdot x_m & = & b_2, \\
a_{31}\cdot x_1 & + & a_{32}\cdot x_2 & + & a_{33}\cdot x_3 & + \ldots + & a_{3,m-1}\cdot x_{m-1} & + & a_{3,m}\cdot x_m & = & b_3, \\
. & & . & & . & \ldots & . & & . & & . \\
. & & . & & . & \ldots & . & & . & & . \\
a_{n-1,1}\cdot x_1 & + & a_{n-1,2}\cdot x_2 & + & a_{n-1,3}\cdot x_3 & + \ldots + & a_{n-1,m-1}\cdot x_{m-1} & + & a_{n-1,m}\cdot x_m & = & b_{n-1}, \\
a_{n1}\cdot x_1 & + & a_{n2}\cdot x_2 & + & a_{n3}\cdot x_3 & + \ldots + & a_{n,m-1}\cdot x_{m-1} & + & a_{n,m}\cdot x_m & = & b_n.
\end{array}
$$

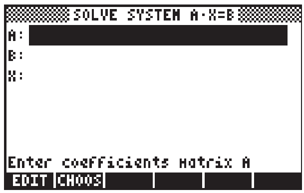
Questo sistema di equazioni lineari può essere scritto come un'equazione tra matrici, $\mathbf{A}_{n\times m}\cdot\mathbf{x}_{m\times 1} = \mathbf{b}_{n\times 1}$, se si definisce la seguente matrice e vettori:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}_{n\times m}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}_{m\times 1}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

Utilizzo del risolutore numerico per sistemi lineari

Sono molti i modi disponibili per risolvere un sistema di equazioni lineari utilizzando la calcolatrice. Una possibilità prevede l'utilizzo del risolutore numerico ‹NUM.SLV . Dalla schermata del risolutore numerico, mostrata di seguito (a sinistra), selezionare l'opzione *4. Solve lin sys..* (Soluzione sistema lineare) e premere OK. Verrà visualizzato il seguente modulo di input (vedi figura a destra):





Per risolvere il sistema lineare **A·x** = **b**, inserire la matrice **A** nel campo A:, nel formato [[a_{11}, a_{12}, …], … […]] . Inserire anche il vettore **b** nel campo campo B:. Quando è evidenziato il campo X:, premere [SOLVE]. Se è disponibile una soluzione, nel campo X: viene visualizzato il vettore **x**. La soluzione viene copiata anche nel livello di stack 1. Seguono alcuni esempi.

Sistema quadrato

Il sistema di equazioni lineari

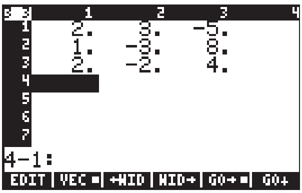
$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 13,$$
$$x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -13,$$
$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -6,$$

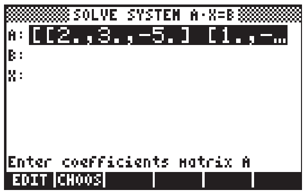
può essere scritto come equazione matriciale **A·x** = **b**, se

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad e \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ -13 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

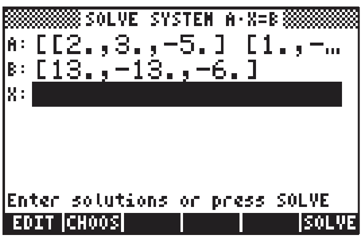
Questo sistema in cui il numero di equazioni equivale al numero di incognite è detto sistema quadrato. In linea generale si tratta di un sistema che ammette un'unica soluzione che corrisponde al punto d'intersezione dei tre piani del sistema di coordinate (x_1, x_2, x_3) rappresentato dalle tre equazioni.

Per inserire la matrice **A**, è possibile attivare il Matrix Writer (Editor di matrici) dopo avere selezionato il campo A: La schermata successiva mostra il Matrix Writer utilizzato per inserire la matrice **A**, nonché il modulo di input per il risolutore numerico dopo avere specificato la matrice **A** (premere (ENTER) nel Matrix Writer):

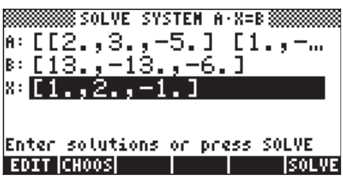




Premere (▼) per selezionare il campo B:. Il vettore b può essere inserito come vettore riga con una singola coppia di parentesi, ovvero `[13,-13,-6]` `OK` .
Dopo avere inserito la matrice A e il vettore b e con il campo X: evidenziato, è possibile premere `SOLVE` per tentare di risolvere questo sistema di equazioni:

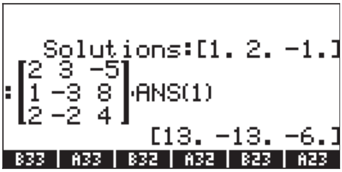


È stata trovata la soluzione mostrata di seguito.



Per vedere la soluzione nello stack, premere (ENTER). La soluzione è **x** = [1,2,-1].

Per verificare che la soluzione sia corretta, inserire la matrice A e moltiplicarla per questo vettore soluzione (esempio in modalità algebrica):



Sistema sottodeterminato

Il sistema di equazioni lineari

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -10,$$

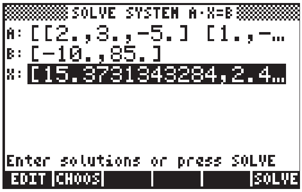
$$x_1 - 3x_2 + 8x_3 = 85,$$

può essere scritto come equazione matriciale $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$, se

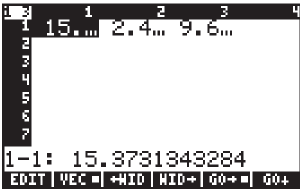
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad e \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -10 \\ 85 \end{bmatrix}.$$

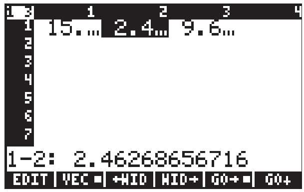
Questo sistema in cui il numero di incognite supera il numero di equazioni ha infinite soluzioni. Questa dichiarazione può essere rappresentata graficamente se si considera che ciascuna equazione lineare rappresenta un piano nel sistema di coordinate cartesiane tridimensionale (x_1, x_2, x_3). La soluzione al sistema di equazioni mostrato sopra è l'intersezione di due piani nello spazio. È, tuttavia, noto che l'intersezione di due piani (non paralleli) è una linea retta, non un singolo punto. Il sistema, perciò, è soddisfatto da più di un punto e, pertanto, presenta infinite soluzioni.

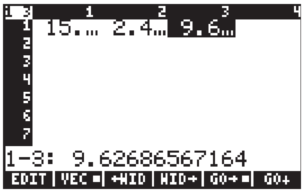
Si consideri l'utilizzo del risolutore numerico per tentare di risolvere questo sistema di equazioni: NUM.SLV ˜ ˜ ˜ OK . Inserire la matrice A e il vettore b come nell'esempio precedente e premere SOLVE quando è evidenziato il campo X:



Se necessario, i dettagli del vettore soluzione possono essere visualizzati premendo il tasto EDIT In questo modo si attiva il Matrix Writer. Per spostare il vettore in questo ambiente, utilizzare i tasti di spostamento a destra e sinistra:







La soluzione è **x** = [15.373, 2.4626, 9.6268].

Per ritornare all'ambiente del risolutore numerico, premere ENTER .

La procedura descritta di seguito consente di copiare nello stack la matrice A e il vettore soluzione X. Per verificare se la soluzione è corretta, provare la seguente procedura:

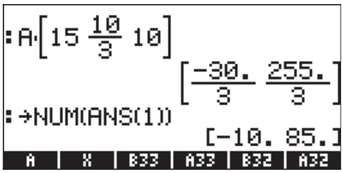
- Premere ▲▲ per evidenziare il campo A:.
- Premere NXT CALC ENTER per copiare la matrice A nello stack.
- Premere OK per ritornare all'ambiente del risolutore numerico.
- Premere ▼ ▼ CALC ENTER per copiare il vettore soluzione X nello stack.
- Premere OK per ritornare all'ambiente del risolutore numerico.
- Premere ENTER per ritornare allo stack.

In modalità ALG, lo stack ora appare come segue:

Registrare l'ultimo risultato in una variabile X e la matrice in una variabile A, come segue:
Premere STO▶ ALPHA X ENTER per memorizzare il vettore soluzione nella variabile X
Premere ◀ ◀ ◀ per cancellare tre livelli dello stack
Premere STO▶ ALPHA A ENTER per memorizzare la matrice nella variabile A

Si esegua una verifica della sostituzione utilizzando: A × X ENTER che dà come risultato (premere ▼ per vedere gli elementi del vettore): [-9.99999999992 85.], ovvero un valore molto vicino al vettore originale **b** = [-10 85].

Tentare anche questo: A × [15,10/3,10] ENTER ↱ →NUM ENTER, cioè



Questo risultato indica che anche **x** = [15,10/3,10] risolve il sistema, confermando così il precedente enunciato secondo cui un sistema in cui le incognite sono maggiori delle equazioni ha infinte soluzioni (sistema sottodeterminato).

In che modo la calcolatrice ha ottenuto la soluzione **x** = [15.37… 2.46… 9.62…] mostrata prima? Di fatto la calcolatrice riduce al minimo la distanza tra un punto che rappresenta la soluzione e i piani rappresentati dalle equazioni del sistema lineare. La calcolatrice utilizza un *metodo dei minimi quadrati*, cioè riduce al minimo la somma dei quadrati delle distanze o degli errori.

Sistema sovradeterminato

Il sistema di equazioni lineari

$$x_1 + 3x_2 = 15,$$

$$2x_1 - 5x_2 = 5,$$

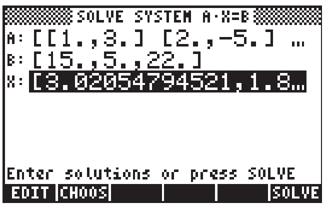
$$-x_1 + x_2 = 22,$$

può essere scritto come equazione matriciale **A**·**x** = **b**, se

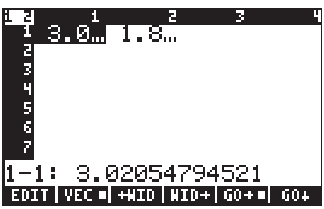
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad e \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 15 \\ 5 \\ 22 \end{bmatrix}.$$

Questo sistema in cui il numero di equazioni supera il numero di incognite (sistema sovradeterminato) non ha un'unica soluzione. Ciascuna equazione lineare del sistema presentato sopra rappresenta una linea retta in un sistema bidimensionale di coordinate cartesiane (x_1, x_2). A meno che due delle tre equazioni del sistema non rappresentino la stessa equazione, le tre rette avranno più di un punto d'intersezione e, pertanto, la soluzione non sarà unica. Alcuni algoritmi numerici consentono di forzare una soluzione riducendo al minimo la distanza dal punto di soluzione presunto a ciascuna retta del sistema. È questo il metodo utilizzato dal risolutore numerico della calcolatrice.

Si consideri l'utilizzo del risolutore numerico per tentare di risolvere questo sistema di equazioni: ⇨ NUM.SLV ▼ ▼ ▼ OK. Inserire la matrice A e il vettore b come nell'esempio precedente e premere SOLVE quando è evidenziato il campo X:



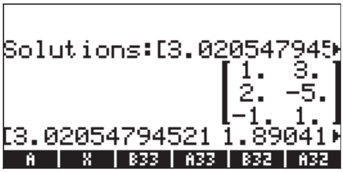
Se necessario, i dettagli del vettore soluzione possono essere visualizzati premendo il tasto EDIT. In questo modo si attiva il Matrix Editor. Per spostare il vettore in questo ambiente, utilizzare i tasti freccia destra e sinistra:



Premere ENTER per ritornare all'ambiente del risolutore numerico. Per verificare se la soluzione è corretta, provare la seguente procedura:

- Premere ▲ ▲ per evidenziare il campo A:.
- Premere NXT CALC ENTER per copiare la matrice A nello stack.
- Premere OK per ritornare all'ambiente del risolutore numerico.
- Premere ▼ ▼ CALC ENTER per copiare il vettore soluzione X nello stack.
- Premere OK per ritornare all'ambiente del risolutore numerico.
- Premere ENTER per ritornare allo stack.

In modalità ALG, lo stack ora appare come segue:



Registrare quindi l'ultimo risultato nella variabile X e la matrice nella variabile A, come segue:

Premere STO▶ ALPHA X ENTER per memorizzare il vettore soluzione nella variabile X
Premere ◀ ◀ ◀ per cancellare tre livelli dello stack.
Premere STO▶ ALPHA A ENTER per memorizzare la matrice nella variabile A

Si esegua una verifica della sostituzione utilizzando: A × X ENTER che dà come risultato il vettore [8.6917… -3.4109… -1.1301…], ovvero un valore diverso da [15 5 22] che è il vettore originale **b**. La "soluzione" è, semplicemente, il punto più vicino alle tre rette rappresentate dalle tre equazioni del sistema, e non una soluzione esatta.

Soluzione dei minimi quadrati (funzione LSQ)

La funzione LSQ calcola la soluzione dei minimi quadrati per un sistema lineare Ax = b, secondo i seguenti criteri:

- Se **A** è una matrice quadrata ed **A** non è singolare (cioè ne esiste la matrice inversa oppure il suo determinante è diverso da zero), LSQ calcola la soluzione esatta del sistema lineare.

- Se il rango di **A** è inferiore a una riga intera (sistema di equazioni sottodeterminato), LSQ restituisce la soluzione che tra il numero infinito di soluzioni possibili ha lunghezza euclidea minima.
- Se il rango di **A** è inferiore a una colonna intera (sistema di equazioni sovradeterminato), LSQ restituisce la "soluzione" con il valore di resto minimo **e** = **A**·**x** – **b**. È possibile che il sistema di equazioni non abbia soluzione e, pertanto, il valore restituito non è una soluzione reale del sistema, ma solo una soluzione con resto minimo.

La funzione LSQ prende come parametri il vettore **b** e la matrice **A**, nell'ordine indicato. La funzione LSQ è disponibile nel Function Catalog(↱ _CAT_). Si passa, poi, a utilizzare la funzione LSQ per ripetere le soluzioni trovate in precedenza con il risolutore numerico:

Sistema quadrato

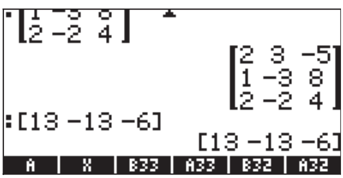
Dato il sistema:

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 13,$$
$$x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -13,$$
$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -6,$$

con

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad e \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ -13 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

La soluzione con LSQ sarà la seguente:



Sistema sottodeterminato

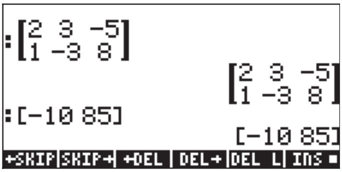
Dato il sistema

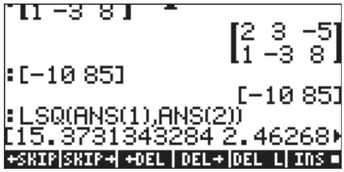
$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -10,$$
$$x_1 - 3x_2 + 8x_3 = 85,$$

con

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad e \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -10 \\ 85 \end{bmatrix}.$$

La soluzione per LSQ sarà la seguente:





Sistema sovradeterminato

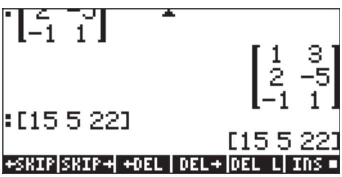
Dato il sistema

$$x_1 + 3x_2 = 15,$$
$$2x_1 - 5x_2 = 5,$$
$$-x_1 + x_2 = 22,$$

con

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad e \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 15 \\ 5 \\ 22 \end{bmatrix}.$$

La soluzione per LSQ sarà la seguente:



Confrontare le tre precedenti soluzioni con quelle calcolate con il risolutore numerico.

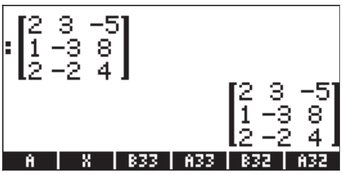
Soluzione mediante matrice inversa

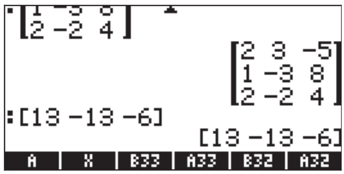
La soluzione del sistema **A**·**x** = **b**, in cui **A** è una matrice quadrata, è **x** = **A**$^{-1}$·**b**. Questo risultato si ottiene moltiplicando la prima equazione per **A**$^{-1}$, ovvero **A**$^{-1}$·**A**·**x** = **A**$^{-1}$·**b**. Per definizione, si pone **A**$^{-1}$·**A** = **I** e, pertanto, si può scrivere **I**·**x** = **A**$^{-1}$·**b**. Analogamente, **I**·**x** = **x**, e, pertanto, si avrà **x** = **A**$^{-1}$·**b**.

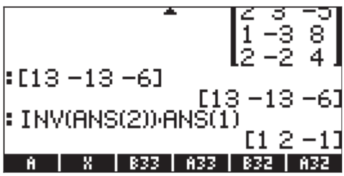
Per l'esempio utilizzato in precedenza, ovvero:

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 13,$$
$$x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -13,$$
$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -6,$$

la soluzione può essere ottenuta con la calcolatrice, come segue:







che corrisponde al risultato ottenuto prima.

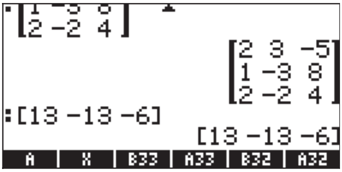
Soluzione mediante "divisione" di matrici

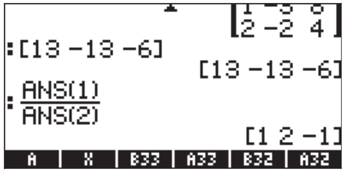
Sebbene l'operazione di divisione non sia definita per le matrici, il tasto [÷] della calcolatrice consente di "dividere" il vettore **b** per la matrice **A** per risolvere per **x** l'equazione matriciale **A**·**x** = **b**. Si tratta di un'estensione arbitraria dell'operazione della divisione algebrica delle matrici, per cui partendo da **A**·**x** = **b** si desume **x** = **b**/**A** (gli studiosi di matematica inorridirebbero...). Questa equivalenza viene, ovviamente, interpretata come (1/**A**)·**b** = **A**$^{-1}$·**b**, ritornando perciò all'utilizzo dell'inversa di **A** di cui alla sezione precedente.

La procedura in questo caso di "divisione" di **b** per **A** è illustrata di seguito.

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 13,$$
$$x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -13,$$
$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -6,$$

Tale procedura è visualizzata nelle seguenti schermate:





Si tratta della stessa soluzione trovata in precedenza con la matrice inversa.

Risoluzione di insiemi multipli di equazioni mediante la stessa matrice dei coefficienti

Si supponga di dover risolvere i tre seguenti insiemi di equazioni:

X +2Y+3Z = 14, 2X +4Y+6Z = 9, 2X +4Y+6Z = -2,
3X -2Y+ Z = 2, 3X -2Y+ Z = -5, 3X -2Y+ Z = 2,
4X +2Y -Z = 5, 4X +2Y -Z = 19, 4X +2Y -Z = 12.

I tre sistemi di equazioni possono essere scritti come una singola equazione matriciale: **A**·**X** = **B**, in cui

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{(1)} & X_{(2)} & X_{(3)} \\ Y_{(1)} & Y_{(2)} & Y_{(3)} \\ Z_{(1)} & Z_{(2)} & Z_{(3)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 14 & 9 & -2 \\ 2 & -5 & 2 \\ 5 & 19 & 12 \end{bmatrix}.$$

I sub-indici nei nomi delle variabili X, Y, e Z determinano il sistema di equazione di riferimento. Per risolvere tale sistema espanso, si può utilizzare la seguente procedura, in modalità RPN:

[[14,9,-2],[2,-5,2],[5,19,12]] `ENTER`

[[1,2,3],[3,-2,1],[4,2,-1]] `ENTER` `÷`

Il risultato sarà:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Eliminazione gaussiana e di Gauss-Jordan

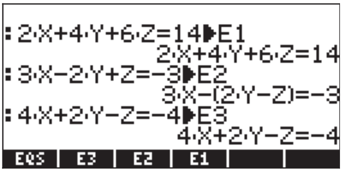
L'eliminazione gaussiana è una procedura con cui la matrice quadrata dei coefficienti di un sistema di n equazioni lineari in *n* incognite viene ridotto a una matrice triangolare superiore *(forma a scala)* tramite una serie di operazioni di riga. Questa procedura è nota come *eliminazione in avanti*. La riduzione della matrice dei coefficienti a una matrice di forma triangolare superiore consente di risolvere le *n* incognite utilizzando una sola equazione per volta, con una procedura nota come *sostituzione all'indietro*.

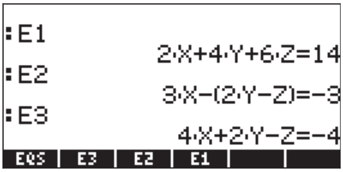
Esempio di eliminazione gaussiana con le equazioni

Per illustrare la procedura di eliminazione gaussiana, si utilizzerà il seguente sistema di 3 equazioni a 3 incognite:

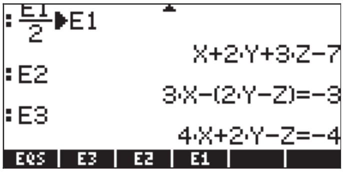
$$2X + 4Y + 6Z = 14,$$
$$3X - 2Y + Z = -3,$$
$$4X + 2Y - Z = -4.$$

Le equazioni possono essere memorizzate nella calcolatrice nelle variabili E1, E2 ed E3, come mostrato di seguito. A scopo di backup, un elenco con le tre equazioni è stato creato e memorizzato nella variabile EQS. In questo modo le equazioni sono sempre disponibili anche se si commette un errore.

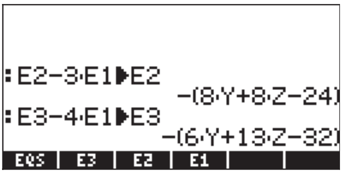


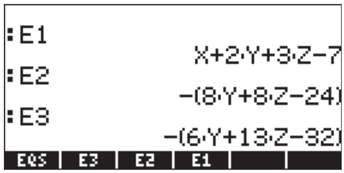


Per cominciare il processo dell'eliminazione in avanti, dividere per 2 la prima equazione (E1), memorizzarla in E1 e visualizzare di nuovo le tre equazioni per ottenere:

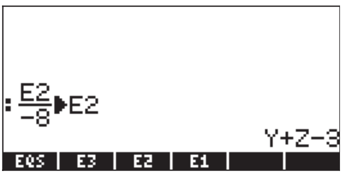


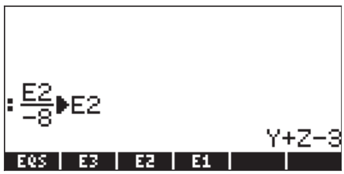
Poi sostituire la seconda equazione E2 con (equazione 2 - 3xequazione 1, ovvero E1-3xE2) e la terza con (equazione 3 - 4xequazione 1) per ottenere:



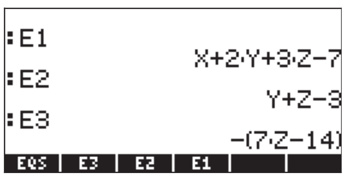


Poi dividere per -8 la seconda equazione, per ottenere:





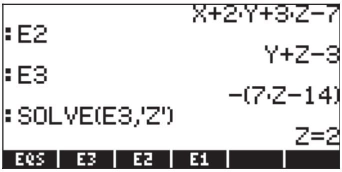
Infine sostituire la terza equazione E3 con (equazione 3 + 6xequazione 2, ovvero E2+6xE3) per ottenere:

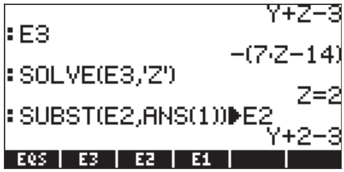


Si noti che quando si esegue una combinazione lineare di equazioni, la calcolatrice modifica il risultato in un'espressione a sinistra dell'uguale, ovvero un'espressione = 0. In questo modo l'ultima serie di equazioni viene interpretata come equivalente alle equazioni seguenti:

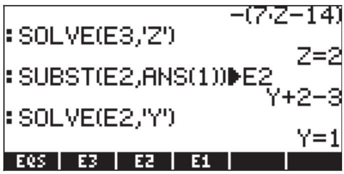
$$X + 2Y + 3Z = 7,$$
$$Y + Z = 3,$$
$$-7Z = -14.$$

Nell'ambito dell'eliminazione gaussiana, la procedura di sostituzione all'indietro consiste nel trovare i valori delle incognite a partire dall'ultima equazione e procedendo a ritroso. Si risolve, pertanto, prima per Z:

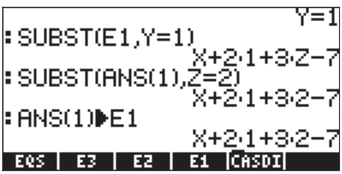


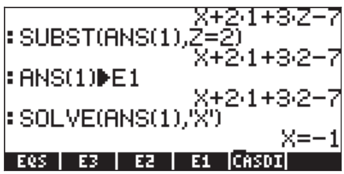


Poi si sostituisce Z=2 nell'equazione 2 (E2) e si risolve E2 per Y:



Poi si sostituiscono Z=2 e Y = 1 nell'equazione E1 e si risolve E1 per X:





Si ottiene così la soluzione X = -1, Y = 1, Z = 2.

Esempio di eliminazione gaussiana con le matrici

Il sistema di equazioni utilizzato nell'esempio che precede può essere trascritto come equazione matriciale $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$ se si utilizza:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 14 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Per ottenere una soluzione all'equazione matriciale utilizzando l'eliminazione gaussiana, è prima di tutto necessario creare la cosiddetta *matrice aumentata* corrispondente ad **A**, ovvero:

$$\mathbf{A}_{aug} = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 14 \\ 3 & -2 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & -1 & -4 \end{array}\right)$$

La matrice $\mathbf{A}_{aug}$ è identica alla matrice originale A con una nuova riga che corrisponde agli elementi del vettore **b**, aggiunta (da cui il termine *aumentata*) a destra dell'ultima colonna di **A**.

Una volta costruita la matrice aumentata, è possibile eseguire le operazioni di riga che ridurranno la matrice originale A a una matrice triangolare superiore. Per questo esercizio si utilizzerà la modalità RPN (MODE +/- OK), con il flag di sistema 117 impostato su SOFT MENUS (Menu FUNZIONE). Utilizzare la sequenza di tasti sottostante: Inserire prima la matrice aumentata ed eseguirne una copia supplementare nello stack (questo passo è necessario unicamente per salvare in memoria una copia supplementare della matrice aumentata in caso si commettano errori nella procedura di eliminazione in avanti che si sta per cominciare):

[[2,4,6,14],[3,-2,1,-3],[4,2,-1,-4]] ENTER ENTER

Salvare la matrice aumentata nella variabile AAUG:

' ALPHA ALPHA A A U G ALPHA STO▶

Dopo avere inserito nello stack una copia della matrice aumentata, premere ← MTH MATRX ROW per attivare il menu ROW Operation (Operazione di riga). Poi eseguire sulla matrice aumentata le operazioni di riga indicate di seguito:

Moltiplicare la riga 1 per ½: 2 1/x 1 RCI

Moltiplicare la riga 1 per -3 e aggiungere il risultato alla riga 2, sostituendola:
3 +/- SPC 1 SPC 2 RCIJ

Moltiplicare la riga 1 per -4 e aggiungere il risultato alla riga 3, sostituendola:
4 +/- SPC 1 SPC 3 RCIJ

Moltiplicare la riga 2 per -1/8: `8` `+/-` `1/x` `2` `RCI`
Moltiplicare la riga 2 per 6 e aggiungere il risultato alla riga 3, sostituendola:
`6` `SPC` `2` `SPC` `3` `RCIJ`

Se queste operazioni venissero eseguite a mano, si scriverebbe:

$$\mathbf{A}_{aug} = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 14 \\ 3 & -2 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & -1 & -4 \end{array}\right) \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & -1 & -4 \end{array}\right)$$

$$\mathbf{A}_{aug} \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & -8 & -8 & -24 \\ 0 & -6 & -13 & -32 \end{array}\right) \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & -13 & -32 \end{array}\right)$$

$$\mathbf{A}_{aug} \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -7 & -14 \end{array}\right)$$

Il simbolo ≅ ("circa uguale") indica che il valore che segue equivale alla matrice precedente con in più alcune operazioni di riga (o colonna).

Ne risulta una matrice di forma triangolare superiore, equivalente all'insieme delle equazioni

$$X + 2Y + 3Z = 7,$$
$$Y + Z = 3,$$
$$-7Z = -14,$$

che ora può essere risolta, un'equazione alla volta, mediante sostituzione all'indietro, come nell'esempio precedente.

Eliminazione di Gauss-Jordan con le matrici

L'eliminazione di Gauss-Jordan consiste nel continuare le operazioni di riga sulla matrice superiore triangolare ottenuta in seguito all'eliminazione in avanti fino a sostituire la matrice originale **A** con una matrice di identità. Per il caso appena illustrato, ad esempio, le operazioni di riga possono essere continuate come segue:

Moltiplicare la riga 3 per –1/7: [7] [+/-] [1/x] [3] [RCI]
Moltiplicare la riga 3 per –1 e aggiungere il risultato alla riga 2, sostituendola:
[1] [+/-] [SPC] [3] [SPC] [2] [RCIJ]

Moltiplicare la riga 3 per –3 e aggiungere il risultato alla riga 1, sostituendola:
[3] [+/-] [SPC] [3] [SPC] [1] [RCIJ]

Moltiplicare la riga 2 per –2 e aggiungere il risultato alla riga 1, sostituendola:
[2] [+/-] [SPC] [2] [SPC] [1] [RCIJ]

Se queste operazioni venissero eseguite a mano, si avrebbe:

$$\mathbf{A}_{aug} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -7 & -14 \end{array}\right) \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

$$A_{aug} \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right).$$

Pivot

Se si osservano attentamente le operazioni di riga negli esempi precedenti, si può notare che molte delle operazioni dividono una riga per il suo elemento corrispondente nella diagonale principale. Questo elemento è detto elemento pivotale o, semplicemente, *pivot*. In molti casi è possibile che l'elemento pivotale assuma il valore zero, rendendo così impossibile la divisione della riga per il pivot. Per migliorare la soluzione numerica di un sistema di equazioni con l'eliminazione gaussiana o di Gauss-Jordan, si consiglia di utilizzare come pivot l'elemento con il massimo valore assoluto di una data colonna. In questi casi le righe vanno scambiate prima di svolgere le operazioni di riga. Questo scambio di righe è detto *pivot parziale*. Per seguire questo principio, quando si esegue un'eliminazione gaussiana o di Gauss-Jordan è spesso necessario scambiare le righe della matrice aumentata.

Quando si esegue il pivot in operazioni di eliminazione con le matrici, la soluzione numerica può essere ulteriormente perfezionata selezionando come pivot l'elemento con il massimo valore assoluto nella colonna e riga d'interesse. Per svolgere alcune di tali operazioni di pivot, può essere necessario scambiare, oltre alle righe, anche le colonne. Quando nel pivot sono consentiti gli scambi di righe e colonne, la procedura è nota come *pivot totale*.

Quando si scambiano righe e colonne per il pivot parziale o totale, è necessario tenere traccia degli scambi in quanto essi alterano l'ordine delle incognite nella soluzione. Uno dei metodi per tenere traccia degli scambi di colonne nel pivot parziale o totale consiste nel creare una *matrice di permutazione* $\mathbf{P} = \mathbf{I}_{nxn}$, all'inizio della procedura. Qualsiasi scambio di riga o colonna necessario nella matrice aumentata $\mathbf{A}_{aug}$ viene registrato come scambio di riga o colonna anche nella matrice di permutazione. Una volta ottenuta la soluzione, la matrice di permutazione viene moltiplicata per il vettore non noto delle incognite **x** per ottenere l'ordine delle incognite nella soluzione. In altre parole, la soluzione finale è data da $\mathbf{P}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}'$, dove $\mathbf{b}'$ è l'ultima colonna della matrice aumentata dopo che è stata trovata la soluzione.

Esempio di eliminazione di Gauss-Jordan con il pivot totale

Il seguente esempio illustra il pivot totale. Risolvere il sistema di equazioni successivo utilizzando il pivot totale e la procedura di eliminazione di Gauss-Jordan:

$$X + 2Y + 3Z = 2,$$
$$2X + \quad 3Z = -1,$$
$$8X + 16Y - Z = 41.$$

La matrice aumentata e la matrice di permutazione sono le seguenti:

$$\mathbf{A}_{aug} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \\ 8 & 16 & -1 & 41 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Registrare la matrice aumentata nella variabile AAUG, poi premere ⇨ AAUG per creare una copia nello stack. Per rendere immediatamente accessibile il comando CSWP (Column Swap, Scambia colonna), utilizzare: ⇨ _CAT ALPHA ALPHA C S ALPHA (trova CSWP), OK. Viene visualizzato un messaggio di errore; premere ON e ignorarlo. Richiamare quindi il menu ROW (Riga), premendo: ⇦ MATRICES CREAT ROW.

A questo punto, tutto è pronto per cominciare l'eliminazione di Gauss-Jordan con il pivot totale. La matrice di permutazione dovrà essere annotata a mano: trascrivere su un foglio la matrice **P** indicata in alto.

Verificare prima di tutto il pivot a_{11}. Si noti che l'elemento con il massimo valore assoluto nella prima riga e nella prima colonna è il valore di $a_{31} = 8$. Poiché è questo il numero da utilizzare come pivot, si passi a scambiare le righe 1 e 3, utilizzando: `1` `SPC` `3` `NXT` RSWP. La matrice aumentata e la matrice di permutazione ora sono:

$$\begin{bmatrix} 8 & 16 & -1 & 41 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dopo avere verificato che il pivot è in posizione (1,1), si osserva che 16 è un pivot migliore di 8 e si esegue, pertanto, uno scambio di colonna, come segue: `1` `SPC` `2` `↱` CAT OK CSWP. La matrice aumentata e la matrice di permutazione ora sono:

$$\begin{bmatrix} 16 & 8 & -1 & 41 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ora in posizione (1,1) è presente il massimo valore possibile, ovvero è stato eseguito un pivot totale in (1,1). Si prosegua ora con la divisione per il pivot: `1` `6` `1/x` `1` `NXT` RCI . La matrice di permutazione rimane invariata, mentre la matrice aumentata diventa::

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -1/16 & 41/16 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Il passo successivo consiste nell'eliminare il 2 dalla posizione (3,2), utilizzando:

`2` `+/-` `SPC` `1` `SPC` `3` RCIJ

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -1/16 & 41/16 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 25/8 & -25/8 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dopo avere inserito degli zeri per gli elementi della colonna 1 sotto il pivot, si proceda con la verifica del pivot in posizione (2,2). Il numero 3 in posizione (2,3), però, rappresenta un pivot migliore, per cui si scambiano le colonne 2 e 3 utilizzando: [2] [SPC] [3] [→] CAT [CSWP]

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/16 & 1/2 & 41/16 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 25/8 & 0 & -25/8 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Verificato il pivot in posizione (2,2), si osserva che il valore di 25/8 in posizione (3,2) è maggiore di 3. Si scambieranno, perciò, le righe 2 e 3 utilizzando:

[2] [SPC] [3] [NXT] [RSWP]

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/16 & 1/2 & 41/16 \\ 0 & 25/8 & 0 & -25/8 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ora è possibile dividere la riga 2 per il pivot 25/8, utilizzando:

['] [8] [÷] [2] [5] [▶] [SPC] [2] [NXT] [RCI]

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/16 & 1/2 & 41/16 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Il passo successivo consiste nell'eliminare il 3 dalla posizione (3,2), utilizzando: [3] [+/-] [SPC] [2] [SPC] [3] [RCIJ]

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/16 & 1/2 & 41/16 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dopo avere inserito degli zeri per la posizione sotto il pivot, si procede con la verifica del pivot in posizione (3,3). Il valore corrente di 2 è maggiore di ½ o 0 e lo si lascia, pertanto, invariato. Ora è possibile dividere per 2 tutta la terza riga per convertire il pivot in 1, utilizzando: [2] [1/x] [3] [RCI]

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/16 & 1/2 & 41/16 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Si procede, poi, con l'eliminazione di ½ in posizione (1,3), utilizzando:

2 1/x +/- SPC 3 SPC 1

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/16 & 0 & 33/16 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Infine si elimina il valore –1/16 dalla posizione (1,2), utilizzando:

1 6 1/x SPC 2 SPC 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A questo punto è presente una matrice identità nella parte della matrice aumentata corrispondente al coefficiente originale della matrice A ed è possibile procedere per ottenere la soluzione, senza trascurare gli scambi di riga e colonna registrati nella matrice di permutazione **P**. Il vettore delle incognite **x**, il vettore indipendente modificato **b**' e la matrice di permutazione **P** sono identificati come segue:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}' = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La soluzione è data da **P**·**x**=**b**' oppure da

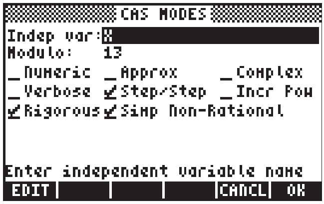
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Che restituisce il seguente risultato:

$$\begin{bmatrix} Y \\ Z \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Procedura passo-passo per la risoluzione dei sistemi lineari

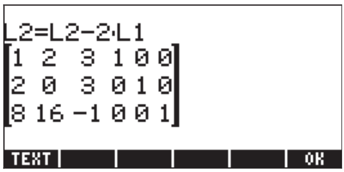
L'esempio appena illustrato rappresenta, ovviamente, una procedura passo per passo, sotto il controllo dell'utente, per utilizzare il pivot totale per la risoluzione dei sistemi di equazioni lineari con l'eliminazione di Gauss-Jordan. Per conoscere la procedura passo per passo utilizzata dalla calcolatrice per risolvere un sistema di equazioni senza interventi da parte dell'utente, impostare l'opzione Step/Step (Passo per passo) nel CAS della calcolatrice, come segue:



Poi, per questo specifico esempio, utilizzare quanto segue in modalità RPN:

`[2,-1,41]` ENTER `[[1,2,3],[2,0,3],[8,16,-1]]` ENTER ÷

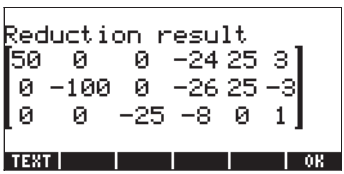
La calcolatrice visualizza una matrice aumentata composta dalla matrice dei coefficienti **A** e dalla matrice identità **I** e, contemporaneamente, mostra la successiva procedura da calcolare:



L2 = L2-2·L1 significa "sostituire la riga 2 (L2) con l'operazione L2 – 2·L1". Se questa operazione fosse stata eseguita a mano, si sarebbe selezionato 2 +/- SPC 1 SPC 1 ROW. Premere OK, e seguire le operazioni sullo schermo della calcolatrice. Verranno svolte le seguenti operazioni:

L3=L3-8·L1, L1 = 2·L1--1·L2, L1=25·L1--3·L3, L2 = 25·L2-3·L3,

e infine sarà visualizza un messaggio con il risultato della riduzione:



Quando si preme OK , la calcolatrice restituisce il risultato finale [1 2 –1].

Calcolo della matrice inversa passo per passo

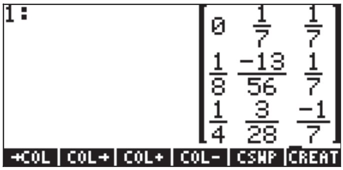
Il calcolo di una matrice inversa può essere considerato come il calcolo della soluzione del sistema aumentato [**A** | **I**]. Ad esempio, per la matrice **A** utilizzata nell'esempio precedente, tale matrice aumentata sarebbe trascritta come segue:

$$\mathbf{A}_{aug(I)} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Per vedere i passi intermedi del calcolo dell'inversa, è sufficiente inserire la matrice **A** precedente e premere 1/x, lasciando attiva l'opzione Step/Stepnel CAS della calcolatrice. Utilizzare il seguente comando:

`[[ 1,2,3],[3,-2,1],[4,2,-1]]` ENTER 1/x

Completati i vari passi, viene restituita la seguente soluzione:



La procedura visualizzata sulla calcolatrice non è esattamente un'eliminazione di Gauss-Jordan con pivot totale, quanto un modo per calcolare l'inversa di una matrice eseguendo un'eliminazione di Gauss-Jordan senza pivot. La procedura per il calcolo dell'inversa si basa sulla matrice aumentata $(\mathbf{A}_{aug})_{nxn} = [\mathbf{A}_{nxn} \mid \mathbf{I}_{nxn}]$.

Sulla calcolatrice sono stati mostrati i passi fino alla conversione in matrice diagonale della metà sinistra della matrice aumentata. Da qui, il passo finale consiste nel dividere ogni riga per il relativo pivot sulla diagonale principale. In altre parole la calcolatrice ha trasformato $(\mathbf{A}_{aug})_{n\times n} = [\mathbf{A}_{n\times n} \mid \mathbf{I}_{n\times n}]$, into $[\mathbf{I} \mid \mathbf{A}^{-1}]$.

Matrici inverse e determinanti

Gli elementi della matrice inversa calcolati sopra vengono divisi per il valore 56 o un suo fattore (28, 7, 8, 4 o 1). Se si calcola il determinante della matrice **A** si ottiene *det*(**A**) = 56.

Si potrebbe scrivere $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{C}/det(\mathbf{A})$, in cui **C** è la matrice:

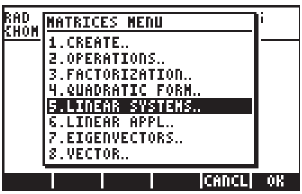
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 8 \\ 7 & -13 & 8 \\ 14 & 6 & -8 \end{bmatrix}.$$

Il risultato $(\mathbf{A}^{-1})_{nxn} = \mathbf{C}_{nxn}/det(\mathbf{A}_{nxn})$, è generale e si applica a qualsiasi matrice non singolare **A**. È possibile scrivere una forma generale per gli elementi di C basata sull'algoritmo di Gauss-Jordan.

Secondo l'equazione $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{C}/\det(\mathbf{A})$, delineata sopra, la matrice inversa $\mathbf{A}^{-1}$ non è definita se $det(\mathbf{A}) = 0$. La condizione $det(\mathbf{A}) = 0$ definisce, pertanto, anche una matrice singolare.

Risoluzione di sistemi lineari con le funzioni della calcolatrice

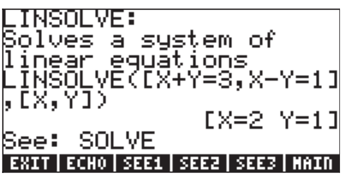
Il modo più semplice per risolvere con la calcolatrice un sistema di equazioni lineari $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$ consiste nell'inserire **b**, **A** e poi utilizzare la funzione di divisione /. Se il sistema di equazioni lineari è sovradeterminato o sottodeterminato, è possibile ottenere una "soluzione" utilizzando la funzione LSQ (Least-SQuares, minimi quadrati), come mostrato sopra. nella calcolatrice sono comunque disponibili altre possibilità per risolvere i sistemi lineari di equazioni, utilizzando le funzioni incluse nel menu MATRICES' LINEAR SYSTEMS… (Sistemi lineari delle matrici) accessibile tramite ← MATRICES (impostare il flag di sistema 117 su CHOOSE Boxes, Riquadri di SELEZIONE):

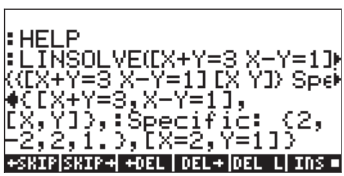


Le funzioni incluse sono LINSOLVE, REF, rref, RREF e SYST2MAT.

Funzione LINSOLVE

La funzione LINSOLVE prende come argomenti un array di equazioni e un vettore contenente il nome delle incognite e restituisce la soluzione del sistema lineare. Le schermate successive mostrano la voce disponibile richiamando l'opzione Help (vedere il Capitolo 1) per la funzione LINSOLVE e gli esempi corrispondenti contenuti in tale voce. La schermata a destra mostra il risultato utilizzando il Line Editor (per attivarlo, premere ▼):





Segue un altro esempio in modalità ALG; inserire i dati seguenti:

LINSOLVE([X-2*Y+Z=-8,2*X+Y-2*Z=6,5*X-2*Y+Z=-12],
[X,Y,Z])

per calcolare la soluzione: [X=-1,Y=2,Z = -3].

La funzione LINSOLVE va utilizzata con le espressioni simboliche; le funzioni REF, rref e RREF, invece, possono essere utilizzate con la matrice aumentata in una procedura di eliminazione gaussiana.

Funzioni REF, rref, RREF

La forma triangolare superiore alla quale viene ridotta la matrice aumentata durante la fase di eliminazione in avanti di una procedura di eliminazione gaussiana è nota come forma "a scala". La funzione REF (Reduce to Echelon Form, Riduci in forma a scala) produce una matrice di questo tipo a partire dalla matrice aumentata nel livello 1 dello stack.

Data la matrice aumentata:

$$\mathbf{A}_{aug} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & -3 \\ 5 & -2 & 1 & 12 \end{array}\right].$$

che rappresenta un sistema lineare di equazioni **A**·**x** = **b**, dove:

A = [[1,-2,1],[2,1,-2],[5,-2,1]],

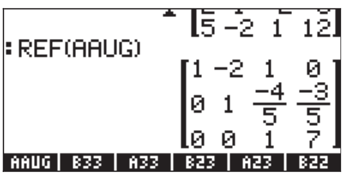
e

b = [[0],[-3],[12]].

Inserire la matrice aumentata e salvarla nella variabile AAUG in modalità ALG:

[[1,-2,1,0],[2,1,-2,-3][5,-2,1,12]] ▶ AAUG

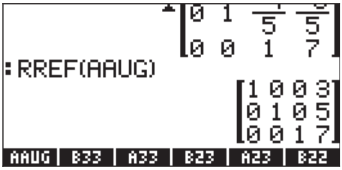
L'applicazione della funzione REF restituisce:



Il risultato è la matrice triangolare superiore (forma a scala) dei coefficienti, calcolata durante l'eliminazione in avanti di una procedura di eliminazione gaussiana.

La matrice diagonale restituita da un'eliminazione di Gauss-Jordan è detta forma a scala ridotta per righe. <u>Funzione RREF</u> (Row-Reduced Echelon Form, forma a scala ridotta a una riga) Il risultato della chiamata a questa funzione restituisce la forma a scala della matrice dei coefficienti, ridotta per righe, in modo da ottenere una matrice identità. La colonna supplementare nella matrice aumentata conterrà la soluzione al sistema di equazioni.

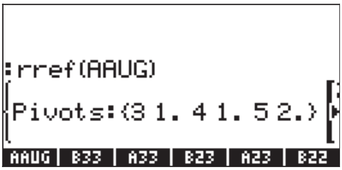
A titolo esemplificativo sarà mostrato il risultato che si ottiene applicando la funzione RREF alla matrice AAUG in modalità ALG:

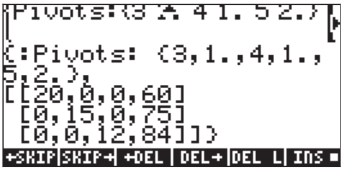


Il risultato è una matrice aumentata finale calcolata con l'eliminazione di Gauss-Jordan senza pivot.

La <u>funzione *rref*</u> consente di ottenere una forma a scala, ridotta per righe, della matrice aumentata. Questa funzione restituisce un elenco dei pivot e una matrice equivalente in forma a scala, ridotta per righe, in modo tale che la matrice dei coefficiente sia ridotta a una matrice diagonale.

Nel caso della matrice AAUG ad esempio, la funzione rref restituisce il seguente risultato:

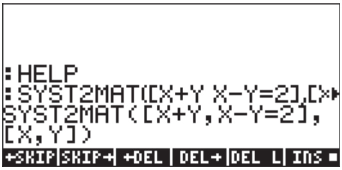


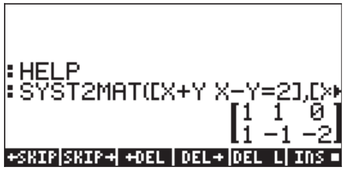


La seconda schermata in alto viene ottenuta attivando il Line Editor (premere ▼). Il risultato mostra i pivot 3, 1, 4, 1, 5 e 2, nonché una matrice diagonale ridotta.

Funzione SYST2MAT

Questa funzione converte un sistema di equazioni lineari nella matrice aumentata equivalente. L'esempio successivo è disponibile richiamando l'opzione Help della calcolatrice:





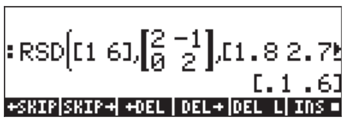
Il risultato è la matrice aumentata corrispondente al sistema di equazioni:

X+Y = 0
X-Y =2

Errori residui nella risoluzione dei sistemi lineari (funzione RSD)

La funzione RSD calcola i ReSiDui ovvero gli errori nella soluzione dell'equazione matriciale **A**·**x**=**b** che rappresenta un sistema di n equazioni lineari in n incognite. La soluzione di questo sistema può essere calcolata risolvendo l'equazione matriciale: f(**x**) = **b** -**A**·**x** = 0. Si supponga di calcolare una prima approssimazione della soluzione **x**(0) utilizzando un metodo numerico, valutando f(**x**(0)) = **b** - **A**·**x**(0) = **e** ≠ 0. In questo modo **e** è un vettore di residui della funzione per il vettore **x** = **x** (0).

Per utilizzare la funzione RSD sono necessari i termini **b**, **A** ed **x**(0) da utilizzare come argomenti. Viene restituito il vettore **e** = **b** - **A**·**x**(0). Ad esempio, utilizzando **A** = `[[2,-1][0,2]]`, **x**(0) = `[1.8,2.7]` e **b** = `[1,6]`, si può trovare il vettore dei residui come segue:



Il risultato è **e** = **b** - **A**·**x**(0) = `[ 0.1 0.6 ]`.

Nota: se si ammette che il vettore Δ**x** = **x** – **x** (0), rappresenta la correzione dei valori di **x** (0), è possibile scrivere una nuova equazione matriciale per Δ**x**, ovvero **A**·Δ**x** = **e**. Calcolando la soluzione per Δ**x** è possibile trovare la soluzione reale del sistema originale, visto che **x** = **x**(0) + Δ**x**.

Autovalori e autovettori

Data una matrice quadrata **A**, è possibile scrivere l'equazione agli autovalori **A**·**x** = λ·**x**, dove i valori di ë che soddisfano l_fequazione sono noti come gli <u>autovalori della matrice **A**</u>. Per ogni valore di λ, è possibile trovare, a partire dalla stessa equazione, i valori di **x** che soddisfano l'equazione agli autovalori. Tali valori di **x** sono noti come gli <u>autovettori della matrice **A**</u>. L'equazione agli autovalori può essere scritta anche sotto forma dis (**A** – λ·**I**)**x** = 0.

Tale equazione avrà una soluzione non banale solo se la matrice (**A** – λ·**I**) è singolare, ossia se det(**A** – λ·**I**) = 0.

Quest'ultima equazione genera un'equazione algebrica che comprende un polinomio di grado *n* per una matrice quadrata $\mathbf{A}_{n\times n}$. L'equazione risultante è nota come il <u>polinomio caratteristico</u> della matrice **A.** La risoluzione del polinomio caratteristico genera gli autovalori della matrice.

La calcolatrice dispone di varie funzioni che forniscono informazioni riguardanti gli autovalori e gli autovettori di una matrice quadrata. Alcune di queste funzioni sono contenute nel menu MATRICES/EIGEN (Matrici/Auto), cui è possibile accedere attraverso ⬅ MATRICES .

Funzione PCAR

La funzione PCAR genera il polinomio caratteristico di una matrice quadrata utilizzando il contenuto della variabile VX (una variabile riservata del sistema CAS, generalmente uguale a "X") come incognita del polinomio. Ad esempio, inserire la seguente matrice in modalità ALG e trovare l'equazione caratteristica utilizzando la funzione PCAR:

`[[1,5,-3],[2,-1,4],[3,5,2]]`

Utilizzando la variabile λ per rappresentare gli autovalori, questo polinomio caratteristico dovrà essere interpretato come $\lambda^3-2\lambda^2-22\lambda+21=0$.

Funzione EGVL

La funzione EGVL (EiGenVaLues - Autovalori) genera gli autovalori di una matrice quadrata. Ad esempio, gli autovalori della matrice sottoindicata sono calcolati in modalità ALG utilizzando la funzione EGVL:

Gli autovalori λ = [$-\sqrt{10}$, $\sqrt{10}$].

Nota: in alcuni casi, potrebbe non essere possibile trovare la soluzione "esatta" del polinomio caratteristico: in tal caso, utilizzando la funzione EGVL, si otterrà come risultato un elenco vuoto. Se ciò dovesse accadere, modificare la modalità di calcolo in Approx nel sistema CAS ed eseguire nuovamente il calcolo.

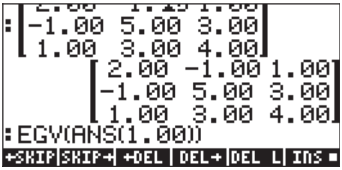
Ad esempio, in modalità Exact, l'esercizio seguente darà come risultato un elenco vuoto:

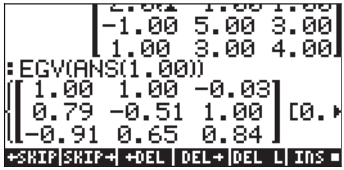
Passare alla modalità Approx ed inserire nuovamente i dati fino ad ottenere i seguenti autovalori: `[(1.38,2.22), (1.38,-2.22), (-1.76,0)]`.

Funzione EGV

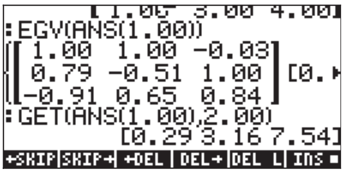
La funzione EGV (EiGenValues - autovalori - e autovettori) genera gli autovalori e gli autovettori di una matrice quadrata. Gli autovettori vengono restituiti sotto forma di colonne di una matrice, mentre gli autovalori corrispondenti vengono restituiti sotto forma di componenti di un vettore.

Ad esempio, in modalità ALG, è possibile trovare gli autovettori e gli autovalori della matrice, indicati di seguito, applicando la funzione EGV:





Il risultato mostra gli autovalori come colonne della matrice nell'elenco dei risultati. Per visualizzare gli autovalori, è possibile utilizzare: GET(ANS(1),2), ossia prendere il secondo elemento nell'elenco del risultato precedente. Gli autovalori sono i seguenti:



Riassumendo:

$$\lambda_1 = 0.29,\ \mathbf{x}_1 = [\ 1.00,0.79,–0.91]^T,$$
$$\lambda_2 = 3.16,\ \mathbf{x}_2 = [1.00,-0.51,\ 0.65]^T,$$
$$\lambda_3 = 7.54,\ \mathbf{x}_1 = [-0.03,\ 1.00,\ 0.84]^T.$$

Nota: una matrice simmetrica genera tutti gli autovalori reali e gli autovettori corrispondenti risultano perpendicolari tra loro. Per l'esempio appena presentato, è possibile verificare che $\mathbf{x}_1 \bullet \mathbf{x}_2 = 0$, $\mathbf{x}_1 \bullet \mathbf{x}_3 = 0$ e $\mathbf{x}_2 \bullet \mathbf{x}_3 = 0$.

Funzione di JORDAN

Tale funzione ha lo scopo di diagonalizzare o dividere in blocchi di Jordan una matrice. In modalità RPN, data una matrice quadrata **A**, la funzione di JORDAN genera quattro risultati e precisamente:

- il polinomio minimo della matrice **A** (livello di stack 4);
- il polinomio caratteristico della matrice **A** (livello di stack 3);

- un elenco con gli autovettori corrispondenti ad ogni autovalore della matrice **A** (livello di stack 2);
- un vettore con gli autovettori della matrice **A** (livello di stack 4).

Provare, ad esempio, il seguente esercizio in modalità RPN:

```
[[4,1,-2],[1,2,-1],[-2,-1,0]]   JORDAN
```

Si otterrà il seguente risultato:

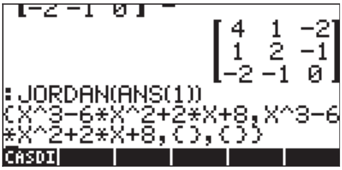
4: 'X^3+-6*x^2+2*X+8'

3: 'X^3+-6*x^2+2*X+8'

2: { }

1: { }

Eseguendo lo stesso esercizio in modalità ALG, si otterranno le seguenti schermate:



Funzione MAD

Tale funzione, non disponibile nel menu EIGEN, fornisce informazioni sugli autovalori di una matrice. La funzione MAD è accessibile dal sottomenu MATRICES OPERATIONS (MATRICES) ed ha lo scopo di generare la matrice aggiunta di una matrice.

In modalità RPN, la funzione MAD genera una serie di proprietà di una matrice quadrata e precisamente:

- il determinante (livello di stack 4);
- la formale inversa (livello di stack 3);
- nel livello di stack 2, i coefficienti delle matrici del polinomio p(**x**) definito da (**x**·**I**-**A**)·p(**x**)=m(**x**)·**I**;
- il polinomio caratteristico della matrice (livello di stack 1).

Si noti che l'equazione (**x**·**I**-**A**)·p(**x**)=m(**x**)·**I** è simile, nella forma, all'equazione agli autovalori **A**·**x** = λ·**x**.

Provare, ad esempio, il seguente esercizio in modalità RPN:

```
[[4,1,-2] [1,2,-1][-2,-1,0]] MAD
```

Si otterrà il risultato:

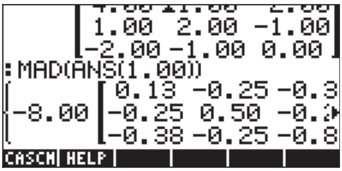
4: -8.

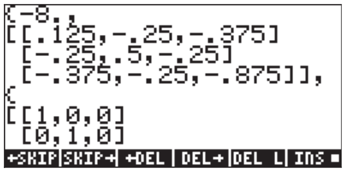
3: [[0.13 –0.25 –0.38][-0.25 0.50 –0.25][-0.38 –0.25 –0.88]]

2: {[[1 0 0][0 1 0][0 0 1]] [[-2 1 –2][1 –4 –1][-2 –1 –6] [[-1 2 3][2 –4 2][3 2 7]]}

1: 'X^3+-6*x^2+2*X+8'

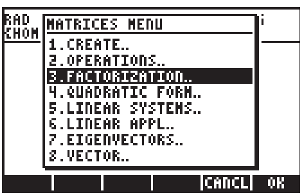
Eseguendo lo stesso esercizio in modalità ALG, si otterrà il seguente risultato:

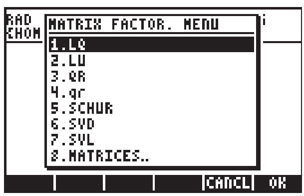




Fattorizzazione delle matrici

La fattorizzazione o decomposizione delle matrici consiste nell'ottenere matrici che, una volta moltiplicate, daranno come risultato una determinata matrice. La decomposizione delle matrici viene presentata attraverso l'utilizzo delle funzioni contenute nel menu FACT delle matrici. È possibile accedere a tale menu attraverso ← MATRICES .





Tale menu contiene le seguenti funzioni: LQ, LU, QR, SCHUR, SVD e SVL.

Funzione LU

La funzione LU prende come parametro una matrice quadrata **A** e genera una matrice triangolare inferiore **L**, una matrice triangolare superiore **U** e una matrice di permutazione **P**, nei livelli di stack 3, 2, e 1, rispettivamente. I risultati **L**, **U** e **P** soddisfano l'equazione **P·A** = **L·U**. Richiamando la funzione LU, la calcolatrice esegue una fattorizzazione LU di Crout di **A** utilizzando un pivot parziale.

Ad esempio, in modalità RPN: `[[-1,2,5][3,1,-2][7,6,5]] LU`

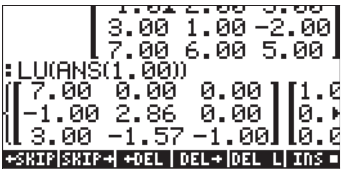
dà come risultato:

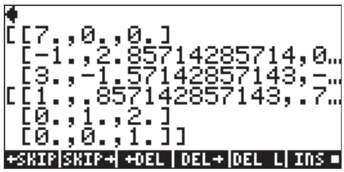
3:[[7 0 0][-1 2.86 0][3 –1.57 –1]

2: [[1 0.86 0.71][0 1 2][0 0 1]]

1: [[0 0 1][1 0 0][0 1 0]]

Eseguendo lo stesso esercizio in modalità ALG, si otterrà il seguente risultato:





Matrici ortogonali e decomposizione ai valori singolari

Una matrice quadrata si definisce ortogonale se le sue colonne rappresentano vettori unitari ortogonali tra loro. Pertanto, se si prende la matrice **U** = [$\mathbf{v}_1$ $\mathbf{v}_2$ … $\mathbf{v}_n$] dove $\mathbf{v}_i$, i = 1, 2, …, n, sono vettori colonna e se $\mathbf{v}_i \bullet \mathbf{v}_j = \delta_{ij}$, dove δ_{ij} è la funzione delta di Kronecker, allora **U** è una matrice ortogonale. Tali condizioni implicano anche che $\mathbf{U}\cdot\mathbf{U}^T = \mathbf{I}$.

La decomposizione in valori singolari (Singular Value Decomposition - SVD) di una matrice rettangolare $\mathbf{A}_{mxn}$ consiste nel determinare le matrici **U**, **S** e **V**, tali che $\mathbf{A}_{mxn} = \mathbf{U}_{mxm} \cdot\mathbf{S}_{mxn} \cdot\mathbf{V}^T_{nxn}$, dove **U** e **V** sono matrici ortogonali e **S** è una matrice diagonale. Gli elementi diagonali di **S** vengono definiti i _valori singolari_ di **A** e sono ordinati generalmente in modo che $s_i \geq s_{i+1}$, *per i = 1, 2, …, n-1*. Le colonne [$\mathbf{u}_j$] di **U** e [$\mathbf{v}_j$] di **V** sono i _vettori singolari_ corrispondenti.

Funzione SVD

In modalità RPN, la funzione SVD (Decomposizione in valori singolari) prende come parametro una matrice $\mathbf{A}_{nxm}$, e restituisce le matrici $\mathbf{U}_{nxn}$, $\mathbf{V}_{mxm}$, ed un vettore **s** nei livelli di stack 3, 2 e 1, rispettivamente. La dimensione del vettore **s** è pari al minimo dei valori n ed m. Le matrici **U** e **V** sono simili a quelle definite in precedenza per la decomposizione in valori singolari, mentre il vettore **s** rappresenta la diagonale principale della matrice **S** utilizzata in precedenza.

Ad esempio, in modalità RPN: `[[5,4,-1],[2,-3,5],[7,2,8]] SVD`

3: [[-0.27 0.81 –0.53][-0.37 –0.59 –0.72][-0.89 3.09E-3 0.46]]
2: [[-0.68 –0.14 –0.72][0.42 0.73 –0.54][-0.60 0.67 0.44]]
1: [12.15 6.88 1.42]

Funzione SVL

La funzione SVL (Singular VaLues – Valori singolari) restituisce i valori singolari di una matrice $\mathbf{A}_{nxm}$ come vettore **s** la cui dimensione è pari al minimo dei valori n ed m. Ad esempio, in modalità RPN, `[[5,4,-1],[2,-3,5],[7,2,8]] SVL` dà come risultato [12.15 6.88 1.42].

Funzione SCHUR

In modalità RPN, la funzione SCHUR genera la *decomposizione di Schur* di una matrice **A** restituendo le matrici **Q** e **T**, nei livelli di stack rispettivamente 2 e 1, in modo che $\mathbf{A} = \mathbf{Q}\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{Q}^T$, dove **Q** è una matrice ortogonale e **T** è una matrice triangolare. Ad esempio, in modalità RPN,

`[[2,3,-1][5,4,-2][7,5,4]] SCHUR`

dà come risultato:
2: [[0.66 –0.29 –0.70][-0.73 –0.01 –0.68][-0.19 –0.96 0.21]]
1: [[-1.03 1.02 3.86][0 5.52 8.23][0 –1.82 5.52]]

Funzione LQ

La funzione LQ genera la *fattorizzazione LQ* di una matrice $\mathbf{A}_{nxm}$ restituendo una matrice trapezoidale inferiore $\mathbf{L}_{nxm}$, una matrice ortogonale $\mathbf{Q}_{mxm}$ e una matrice di permutazione $\mathbf{P}_{nxn}$, nei livelli di stack 3, 2 e 1. Le matrici **A**, **L**, **Q** e **P** sono legate dalla relazione $\mathbf{P}\cdot\mathbf{A} = \mathbf{L}\cdot\mathbf{Q}$ (una matrice trapezoidale ricavata da una matrice nxm è equivalente a una matrice triangolare ricavata da una matrice nxn). Ad esempio,

`[[ 1, -2, 1][ 2, 1, -2][ 5, -2, 1]] LQ`

dà come risultato
3: [[-5.48 0 0][-1.10 –2.79 0][-1.83 1.43 0.78]]
2: [[-0.91 0.37 -0.18] [-0.36 -0.50 0.79] [-0.20 -0.78 -0.59]]
1: [[0 0 1][0 1 0][1 0 0]]

Funzione QR

In modalità RPN, la funzione QR genera la *fattorizzazione QR* di una matrice $\mathbf{A}_{nxm}$ restituendo una matrice ortogonale $\mathbf{Q}_{nxn}$, una matrice trapezoidale superiore $\mathbf{R}_{nxm}$ e una matrice di permutazione $\mathbf{P}_{mxm}$, nei livelli di stack 3, 2 e 1. Le matrici **A**, **P**, **Q** e **R** sono legate dalla relazione **A**·**P** = **Q**·**R**. Ad esempio,
`[[ 1,-2,1][ 2,1,-2][ 5,-2,1]]  QR`
dà come risultato
3: [[-0.18 0.39 0.90][-0.37 –0.88 0.30][-0.91 0.28 –0.30]]
2: [[-5.48 –0.37 1.83][0 2.42 –2.20][0 0 –0.90]]
1: [[1 0 0][0 0 1][0 1 0]]

Nota: gli esempi e le definizioni relative a tutte le funzioni di questo menu, sono accessibili tramite l'opzione Help della calcolatrice. Provare ad eseguire gli stessi esercizi in modalità ALG per verificare quali risultati si ottengono.

Forme quadratiche associate a una matrice

Una *forma quadratica* di una matrice quadrata **A** è un'espressione polinomiale originata da $\mathbf{x}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}^T$. Ad esempio, utilizzando **A** = [[2,1,-1][5,4,2][3,5,-1]] e **x** = $[X\ Y\ Z]^T$, la forma quadratica corrispondente viene calcolata come segue:

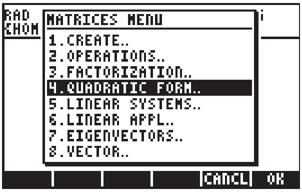
$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & -1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

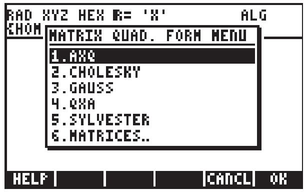
$$= \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 2X+Y-Z \\ 5X+4Y+2Z \\ 3X+5Y-Z \end{bmatrix}$$

Il risultato finale sarà quindi $\mathbf{x}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}^T = 2X^2+4Y^2-Z^2+6XY+2XZ+7ZY$

Menu QUADF

La calcolatrice dispone del menu QUADF per eseguire operazioni associate alle forme QUADratiche. È possibile accedere al menu QUADF attraverso ← MATRICES .





Tale menu comprende le funzioni AXQ, CHOLESKY, GAUSS, QXA e SYLVESTER.

Funzione AXQ

In modalità RPN, la funzione AXQ genera la forma quadratica corrispondente a una matrice $\mathbf{A}_{nxn}$ nel livello di stack 2 utilizzando le variabili *n* in un vettore posizionato nel livello di stack 1. La funzione restituisce la forma quadratica nel livello di stack 1 ed il vettore di variabili nel livello di stack 1. Ad esempio,

`[[2,1,-1],[5,4,2],[3,5,-1]]` ENTER

`['X','Y','Z']` ENTER `AXQ`

dà come risultato

2: ‘2*X^2+(6*Y+2*Z)*X+4*Y^2+7*Z*y-Z^2’

1: [‘X’ ‘Y’ ‘Z’]

Funzione QXA

La funzione QXA prende come argomenti una forma quadratica nel livello di stack 2 ed un vettore di variabili nel livello di stack 1 restituendo la matrice quadrata **A** dalla quale deriva la forma quadratica nel livello di stack 2 e l'elenco di variabili nel livello di stack 1. Ad esempio,

`'X^2+Y^2-Z^2+4*X*Y-16*X*Z'` ENTER

`['X','Y','Z']` ENTER `QXA`

dà come risultato

2: [[1 2 –8][2 1 0][-8 0 –1]]

1: [‘X’ ‘Y’ ‘Z’]

Rappresentazione diagonale di una forma quadratica

Data una matrice quadrata simmetrica **A**, è possibile "diagonalizzare" la matrice **A** trovando una matrice ortogonale **P** tale che $\mathbf{P}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{D}$, dove **D** è una matrice diagonale. Se $Q = \mathbf{x} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}^T$ è una forma quadratica basata su **A**, è possibile scrivere la forma quadratica Q in modo che contenga solamente termini quadrati di una variabile **y**, tale che $\mathbf{x} = \mathbf{P}\cdot\mathbf{y}$, utilizzando $Q = \mathbf{x}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}^T = (\mathbf{P}\cdot\mathbf{y})\cdot\mathbf{A}\cdot(\mathbf{P}\cdot\mathbf{y})^T = \mathbf{y}\cdot(\mathbf{P}^T\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{P})\cdot\mathbf{y}^T = \mathbf{y}\cdot\mathbf{D}\cdot\mathbf{y}^T$.

Funzione SYLVESTER

La funzione SYLVESTER prende come argomento una matrice quadrata simmetrica **A** restituendo un vettore contenente i termini diagonali di una matrice diagonale **D** ed una matrice **P**, in modo che $\mathbf{P}^T\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{P} = \mathbf{D}$. Ad esempio,

```
[[2,1,-1],[1,4,2],[-1,2,-1]] SYLVESTER
```

dà come risultato

2: [1/2 2/7 -23/7]

1: [[2 1 –1][0 7/2 5/2][0 0 1]]

Funzione di GAUSS

La funzione di GAUSS restituisce la rappresentazione diagonale di una forma quadratica $Q = \mathbf{x}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}^T$ prendendo come argomenti la forma quadratica nel livello di stack 2 e il vettore di variabili nel livello di stack 1. Richiamando questa funzione si otterranno:

- un array di coefficienti che rappresentano i termini diagonali di **D** (livello di stack 4);
- una matrice **P** tale che $\mathbf{A} = \mathbf{P}^T\cdot\mathbf{D}\cdot\mathbf{P}$ (livello di stack 3);
- la forma quadratica diagonalizzata (livello di stack 2);
- l'elenco di variabili (livello di stack 1).

Ad esempio,

```
'X^2+Y^2-Z^2+4*X*Y-16*X*Z' ENTER
['X','Y','Z'] ENTER GAUSS
```

dà come risultato

4: [1 –0.333 20.333]

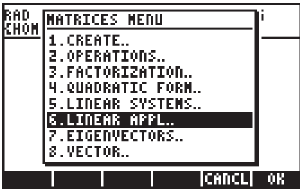
3: [[1 2 –8][0 –3 16][0 0 1]]

2: '61/3*Z^2+ -1/3*(16*Z+-3*Y)^2+(-8*z+2*Y+X)^2'

1: ['X' 'Y' 'Z']

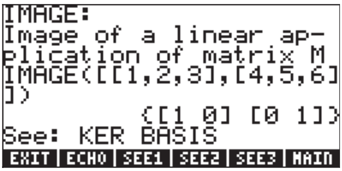
Applicazioni lineari

È possibile accedere al menu LINEAR APPLICATIONS (Applicazioni lineari) attraverso ← MATRICES .

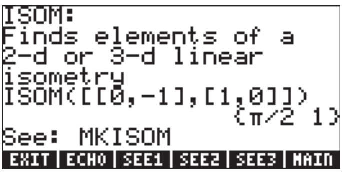


Per informazioni sulle funzioni presenti in questo menu, utilizzare l'opzione Help della calcolatrice. Le figure mostrano la voce disponibile richiamando l'opzione Help e gli esempi corrispondenti.

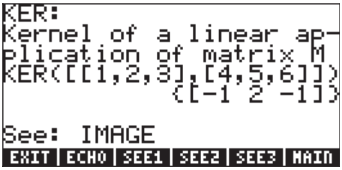
Funzione IMAGE

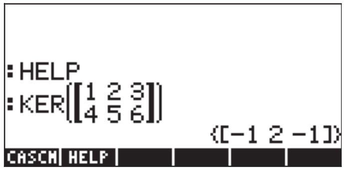


Funzione ISOM

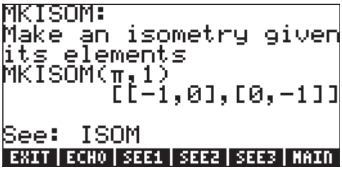


Funzione KER





Funzione MKISOM

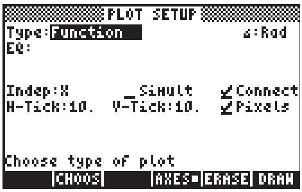


Capitolo 12
Grafica

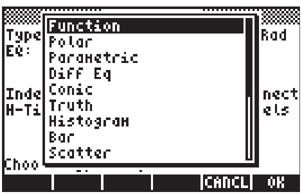
In questo capitolo illustreremo alcune delle capacità grafiche della calcolatrice. Presenteremo grafici di funzioni in coordinate cartesiane e coordinate polari, grafici parametrici, grafici di coniche, diagrammi a barre, diagrammi di dispersione e diversi tipi di grafici tridimensionali.

Opzioni dei grafici nella calcolatrice

Per accedere all'elenco dei formati grafici disponibili nella calcolatrice, premere in sequenza i tasti ← 2D/3D (F4). Da notare che, se si sta utilizzando la modalità RPN, per attivare una qualsiasi delle funzioni dei grafici questi due tasti devono essere premuti simultaneamente. Dopo aver attivato la funzione 2D/3D, la calcolatrice creerà la finestra PLOT SETUP, con incluso il campo TYPE come illustrato di seguito.



Di fronte al campo TYPE molto probabilmente si visualizzerà l'opzione *Function* evidenziata. Questo è il tipo di grafico predefinito della calcolatrice. Per visualizzare l'elenco dei tipi di grafici disponibili, premere il tasto funzione CHOOS. Questo genera un menu a discesa con le seguenti opzioni (utilizzare i tasti freccia su e giù per visualizzare tutte le opzioni):



Le opzioni dei grafici sono descritte brevemente di seguito.

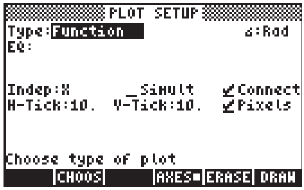
Function: per equazioni della forma y = f(x) in coordinate cartesiane piane
Polar: per equazioni della forma r = f(θ) in coordinate polari nel piano
Parametric: per plottare equazioni della forma x = x(t), y = y(t) nel piano
Diff Eq: per plottare le soluzioni numeriche di una equazione differenziale lineare
Conic: per plottare equazioni delle coniche (cerchi ellissi, iperboli, parabole)
Truth: per plottare disuguaglianze nel piano
Histogram: per plottare istogrammi di frequenza (applicazioni statistiche)
Bar: per plottare semplici grafici a barre
Scatter: per plottare diagrammi di dispersione di valori discreti (applicazioni statistiche)
Slopefield: per plottare tracce delle pendenze di una funzione f(x,y) = 0.
Fast3D: per plottare le superfici curve nello spazio
Wireframe: per plottare superfici curve nello spazio mostrando la struttura reticolare wireframe
Ps-Contour: per plottare grafici delle isolinee di superfici
Y- Slice: per plottare una proiezione di taglio di una funzione f(x,y).
Gridmap: per plottare tracce di parti reali e immaginarie di una funzione complessa
Pr-Surface: per superfici parametriche date da x = x(u,v), y = y(u,v), z = z(u,v).

Plottare un'espressione della forma y = f(x)

In questa sezione illustriamo un esempio di diagramma di funzione della forma *y = f(x)*. Per procedere con il diagramma, eliminare innanzitutto la variabile x se questa è definita nella directory corrente (x sarà la variabile indipendente nella funzione PLOT della calcolatrice, quindi è meglio non averla predefinita). Creare una sottodirectory chiamata "TPLOT" ("test plot") o con un altro nome significativo, per eseguire il seguente esercizio.
Si tracci ad esempio la funzione

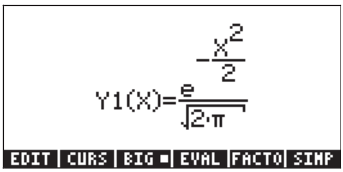
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$$

- Per prima cosa accedere all’ambiente PLOT SETUP premendo ← 2D/3D . Assicurarsi che l’opzione Function sia selezionata come TYPE e che "X" sia selezionata come variabile indipendente (INDEP). Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice. La finestra PLOT SET UP dovrebbe apparire simile a questa:



> • **Nota:** da notare che una nuova variabile, chiamata PPAR, appare nelle etichette dei tasti funzione. Tale etichetta sta per Plot PARameters. Per visualizzarne il contenuto, premere ↱ PPAR. Una spiegazione dettagliata dei contenuti di PPAR viene fornita più avanti in questo Capitolo. Premere ◄ per eliminare questa riga dallo stack.

- Accedere all'ambiente PLOT premendo ↰ Y= (premere i tasti contemporaneamente se si è in modalità RPN). Premere EDIT per accedere all'Equation Writer. Verrà richiesto di completare la parte destra di una equazione Y1(x) = ▪. Inserire la funzione da plottare così che l'Equation Writer mostra la seguente:



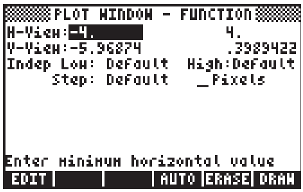
- Premere ENTER per ritornare alla finestra PLOT - FUNCTION. Sarà evidenziata l'espressione 'Y1(X)=EXP(-X^2/2)/√(2*π)' . Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.

> **Nota:** vengono visualizzate due nuove variabili, EQ e Y1, nelle etichette dei tasti funzione. Premere ↱ EQ per visualizzare i contenuti di EQ. Il contenuto di EQ è semplicemente il nome di funzione 'Y1(X)' . La variabile EQ è utilizzata dalla calcolatrice per memorizzare l'equazione o le equazioni da rappresentare graficamente.
>
> Premere ↱ Y1 per visualizzare i contenuti di Y1. Si otterrà la funzione Y1(X) definita come il programma:

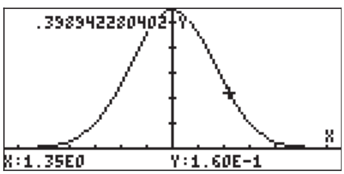
<< →X ‘EXP(-X^2/2)/√(2*π)‘ >>.

Premere due volte (←), per cancellare il contenuto dello stack.

- Accedere all’ambiente PLOT WINDOW (Finestra di plotting) inserendo (←) WIN (se in modalità RPN, premere contemporaneamente i tasti). Utilizzare una serie da –4 a 4 per H-VIEW, quindi premere AUTO per generare automaticamente V-VIEW. La schermata PLOT WINDOW ha il seguente aspetto:



- Tracciatura del grafico: ERASE DRAW (attendere che la calcolatrice completi i grafici)
- Visualizzazione delle etichette: EDIT (NXT) LABEL MENU
- Per richiamare il primo menu dei grafici: (NXT)(NXT) PICT
- Tracciatura della curva: TRACE (X,Y) . Quindi, utilizzando i tasti freccia destra e sinistra (◀▶) spostare la curva. Le coordinate dei punti da tracciare saranno indicate nella parte inferiore dello schermo. Verificare che x = 1.05 e y = 0.231. Verificare inoltre che x = -1.48 e y = 0,134. Di seguito viene mostrata un'immagine del grafico in modalità tracciatura:



- Per richiamare il menu e ritornare all’ambiente PLOT WINDOW, premere (NXT) CANCL.

Indicazioni utili di tracciatura per i grafici delle funzioni

Per illustrare le seguenti opzioni di tracciatura, è necessario modificare la funzione in modo da avere alcune radici reali (dal momento che la curva corrente è interamente tracciata sopra l'asse x, non possiede alcuna radice reale). Premere [→] Y1 per scorrere i contenuti della funzione Y1 sullo stack: << →X 'EXP(-X^2/2)/ √(2*π) ' >>. Per modificare questa espressione, procedere come segue:

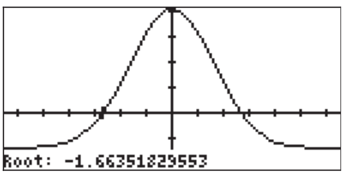
[▼]	Apre l'editor di riga
[→] [▼]	Sposta il cursore alla fine della riga
[◄] [◄] [◄] [−] [0] [.] [1]	Modifica l'espressione
[ENTER]	Ritorna al display della calcolatrice

In seguito, memorizzare l'espressione modificata nella variabile y utilizzando [←] Y1, in modalità RPN oppure [←] ANS [STO►] Y1 in modalità ALG.

La funzione da tracciare è la seguente: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2}) - 0.1$

Accedere all'ambiente PLOT WINDOW premendo i tasti [←] WIN (se in modalità RPN, premere contemporaneamente i tasti). Mantenere l'intervallo da –4 a 4 per H-VIEW, quindi premere [▼] AUTO per generare V-VIEW. Per tracciare il grafico premere ERASE DRAW

- Una volta tracciato il grafico, premere FCN per accedere al menu *Function*. All'interno di questo menu sono disponibili informazioni aggiuntive relative alla tracciatura, tra cui le intersezioni con l'asse x, le radici, le pendenze della tangente, l'area sotto la curva, ecc…
- Ad esempio, se si desidera trovare la radice sul lato sinistro della curva, spostare il cursore in prossimità del punto e premere ROOT. Si otterrà il seguente risultato: ROOT: -1.6635…. Premere [NXT] per richiamare il menu. Questo è il risultato di ROOT nel grafico corrente:



- Se si sposta il cursore verso il lato destro della curva, premendo il tasto freccia destra ([►]), e premendo ROOT, il risultato ottenuto sarà ROOT: 1.6635... Prima di visualizzare la radice, la calcolatrice ha indicato che è stata ottenuta mediante *SIGN REVERSAL (*Inversione di segno). Premere NXT per ritornare al menu.

- Premendo ISECT, si otterrà l'intersezione della curva con l'asse x, che corrisponde essenzialmente alla radice. Posizionare il cursore nel punto esatto della radice e premere ISECT. Si visualizzerà lo stesso messaggio precedente, ovvero *SIGN REVERSAL*, prima di ottenere il risultato I-SECT: 1.6635…. La funzione ISECT viene utilizzata per determinare l'intersezione fra due curve qualsiasi nel punto più vicino al cursore. In questo caso è coinvolta solo una curva, ovvero Y1(X), quindi l'intersezione ricercata corrisponde a quella di f(x) con l'asse x, tuttavia, per produrre lo stesso risultato, il cursore deve essere posizionato esattamente sulla radice. Premere NXT per tornar al menu.
- Posizionare il cursore sulla curva in qualsiasi punto e premere SLOPE per ottenere il valore della pendenza in quel punto. Ad esempio, in corrispondenza della radice negativa, SLOPE: 0.16670…. Premere NXT per tornare al menu.
- Per determinare il punto più alto della curva, posizionare il cursore in prossimità del vertice e premere EXTR. Il risultato è EXTRM: 0….Premere NXT per tornare al menu.
- Gli altri tasti disponibili nel primo menu sono AREA, per calcolare l'area sotto la curva e SHADE per ombreggiare una qualsiasi area sotto la curva. Premere NXT per visualizzare altre opzioni. Il secondo menu include un tasto chiamato VIEW che permette di far lampeggiare per alcuni secondi l'equazione tracciata. Premere VIEW. In alternativa, è possibile premere il tasto NEXQ (NEXt eQUATION, Equazione successiva) per visualizzare il nome della funzione Y1(x). Premere NXT per tornare al menu.
- Il tasto F(X) calcola il valore di f(x) corrispondente alla posizione del cursore. Posizionare il cursore in un qualsiasi punto della curva e premere F(X). Il valore sarà visualizzato nell'angolo inferiore sinistro dello schermo. Premere NXT per tornare al menu.
- Posizionare il cursore in qualsiasi punto della traiettoria e premere TANL per ottenere l'equazione della tangente rispetto alla curva, in quel punto. L'equazione sarà visualizzata nell'angolo inferiore sinistro dello schermo. Premere NXT per tornare al menu.
- Qualora venga premuto F' la calcolatrice calcolerà la funzione derivata, f'(x) = df/dx, nonché la funzione originale, f(x). Osservare che le due curve si intersecano in due punti. Spostare il cursore in prossimità del punto di intersezione sinistro e premere FCN ISECT, per ottenete I-SECT: (-0.6834…,0.21585). Premere NXT per tornare al menu.
- Per uscire dall'ambiente FCN, premere FCN (o NXT FCN).
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW, quindi, NXT OK per ritornare alla visualizzazione normale della calcolatrice.

Nota: lo stack mostra tutte le operazioni grafiche eseguite, adeguatamente identificate.

- Accedere all'ambiente PLOT (Grafico) premendo ← Y= (premere i tasti contemporaneamente se si è in modalità RPN). Si noti che il campo evidenziato nell'ambiente PLOT contiene ora la derivata di Y1 (X). Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere → EQ per controllare il contenuto di EQ. Si noterà che il contenuto è un elenco anziché una singola espressione. Gli elementi dell'elenco sono un'espressione per la derivata di Y1(X) e Y1(X) stessa. Inizialmente, EQ conteneva soltanto Y1(x). Dopo aver premuto F' nell'ambiente FCN, la calcolatrice ha aggiunto automaticamente la derivata di Y1(x) all'elenco di equazioni in EQ.

Salvataggio di un grafico per usi futuri

Se si desidera salvare il grafico di una variabile, accedere all'ambiente PICTURE (Immagine) premendo ◄. Quindi premere EDIT NXT NXT PICT→. In tal modo l'immagine attuale viene salvata in un oggetto grafico. Per tornare allo stack, premere PICT CANCL.

Al livello 1 dello stack si trova un oggetto grafico descritto come `Graphic 131 × 64`. Tale oggetto può essere memorizzato in un nome di variabile, ad esempio, PIC1.

Per visualizzare nuovamente la figura, richiamare il contenuto della variabile PIC1 sullo stack. Lo stack mostrerà la riga: `Graphic 131 × 64`. Per vedere il grafico, accedere all'ambiente PICTURE premendo ◄.

Cancellare l'immagine attuale, EDIT NXT ERASE.

Portare il cursore nell'angolo superiore sinistro del display utilizzando i tasti ◄ e ▲.

Per visualizzare la figura attualmente al livello 1 dello stack, premere NXT REPL.

Per tornare al funzionamento normale della calcolatrice, premere EXIT CANCL.

Nota: per risparmiare spazio di stampa, non verranno rappresentati ulteriori grafici ottenuti per mezzo delle istruzioni del presente Capitolo. Si invita l'utente a generare tali grafici autonomamente.

Grafici di funzioni trascendenti

In questa sezione verranno utilizzate alcune funzioni grafiche della calcolatrice per mostrare il tipico comportamento delle funzioni a logaritmo naturale, esponenziali, trigonometriche e iperboliche. Il presente Capitolo non riporta ulteriori grafici; l'utente potrà visualizzarli sulla calcolatrice.

Grafico di ln(X)

Premere, contemporaneamente se si è in modalità RPN, il tasto shift sinistro ← e il tasto 2D/3D (F4) per passare alla finestra PLOT SETUP (Configurazione grafico). Verrà evidenziato il campo denominato **Type (Tipo)**. Se l'opzione Function non è già selezionata, premere il tasto funzione denominato CHOOS, utilizzare i tasti freccia su e giù per selezionare Function (Funzione) e premere OK per completare la selezione. Controllare che il campo denominato Indep: contenga la variabile 'X'. In caso contrario, premere il tasto freccia giù due volte fino a evidenziare il campo Indep **(Indipendente)** premere il tasto funzione denominato EDIT e modificare il valore della variabile indipendente per trovare "X". Premere OK a operazione completata. Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.

Successivamente, ridimensionare la finestra PLOT. Per prima cosa, premere, simultaneamente se si è in modalità RPN, il tasto shift sinistro ← e il tasto Y= (F1) per passare alla finestra PLOT-FUNCTION. Se la finestra presenta delle equazioni evidenziate, premere DEL per cancellare completamente il contenuto della finestra. Quando la finestra PLOT-FUNCTION è vuota, compare il seguente messaggio di prompt: **No Equ., Press ADD**. (Nessuna equazione, premere ADD) Premere il tasto funzione denominato ADD. In tal modo si attiva l'Equation Writer con l'espressione Y1(X)=◄ . Digitare LN(X). Premere ENTER per ritornare alla finestra PLOT - FUNCTION. Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.

Il passaggio successivo consiste nel premere, contemporaneamente se si è in modalità RPN, il tasto shift sinistro ← e il tasto WIN (F2) per passare alla finestra PLOT WINDOW - FUNCTION (Finestra grafico - funzione). È molto probabile che il display visualizzi gli intervalli orizzontale (H-View) e verticale (V-View) come: H-View: -6.5 6.5, V-View: -3.9 4.0

Essi sono rispettivamente i valori predefiniti degli intervalli x e y della finestra dei grafici corrente. Quindi, modificare i valori H-View come segue: H-View: -1 10 utilizzando 1 +/- OK 1 0 OK. Premere quindi il tasto funzione denominato AUTO per far sì che la calcolatrice determini l'intervallo verticale corrispondente. Dopo un paio di secondi, tale intervallo compare nella finestra PLOT WINDOW-FUNCTION. A questo punto è possibile disegnare il grafico di ln(X). Premere ERASE DRAW per tracciare la funzione del logaritmo naturale.

<u>Per aggiungere etichette al grafico</u> premere EDIT NXT LABEL. Premere MENU per rimuovere le etichette del menu e visualizzare l'intero grafico. Premere NXT per tornare al menu del grafico corrente. Premere NXT PICT per tornare al menu del grafico originale.

<u>Per determinare le coordinate dei punti della curva</u>, premere TRACE (il cursore si sposta in cima alla curva in un punto posto in prossimità del centro dell'intervallo orizzontale). Premere quindi (X,Y) per visualizzare le coordinate della posizione corrente del cursore. Le coordinate sono visibili nella parte inferiore del display. Utilizzare i tasti freccia destra e sinistra per spostare il cursore lungo la curva. Mentre il cursore si muove lungo la curva, le relative coordinate vengono visualizzate nella parte inferiore del display. Verificare tale condizione con Y:1.00E0, X:2.72E0. Questo è il punto (*e,1*), in quanto *ln(e) = 1*. Premere NXT per tornare al menu dei grafici.

<u>Trovare quindi l'intersezione della curva</u> sull'asse x premendo FCN ROOT. La calcolatrice restituisce il valore `Root: 1`, confermando che *ln(1) = 0*. Premere NXT NXT PICT CANCL per tornare a PLOT WINDOW - FUNCTION. Premere ENTER per ritornare al display normale della calcolatrice. Si noti che la radice trovata nell'ambiente grafico è stata copiata nello stack della calcolatrice.

Nota: premendo VAR, l'elenco delle variabili mostra nuove variabili denominate X e Y1. Premere ↱ Y1 per visualizzare il contenuto di questa variabile. Si otterrà il programma << ->X 'LN(X)' >> , riconoscibile come programma derivante dalla definizione della funzione 'Y1(X) = LN(X)' utilizzando ↰ DEF . Fondamentalmente ciò è quanto accade aggiungendo ADD una funzione nella finestra PLOT – FUNCTION (la finestra che si apre premendo ↰ Y= , contemporaneamente se si è in modalità RPN), ossia la funzione viene definita e aggiunta all'elenco delle variabili.

Premere quindi [→] [X] per visualizzare il contenuto di questa variabile. Un valore pari a 10.275 viene posizionato nello stack. Questo valore è determinato dalla selezione eseguita per l'intervallo orizzontale del display. L'intervallo selezionato è compreso fra -1 e 10 per X. Per creare il grafico, la calcolatrice genera i valori compresi fra gli estremi dell'intervallo utilizzando un incremento costante e memorizzando i valori generati, uno alla volta, nella variabile [X] mentre il grafico viene tracciato. Per l'intervallo orizzontale (-1,10), l'incremento utilizzato sembra essere pari a 0.275. Quando il valore di X supera il valore massimo dell'intervallo (in questo caso, quando X = 10.275), la calcolatrice arresta la generazione del grafico. La variabile X conserva l'ultimo valore di X per il grafico in questione. Cancellare X e Y1 prima di continuare.

Grafico della funzione esponenziale

Per prima cosa, caricare la funzione *exp(X),* premendo, contemporaneamente se si è in modalità RPN, il tasto shift sinistro [←] e il tasto Y= ([EEX]) per accedere alla finestra PLOT-FUNCTION (Grafico-funzione). Premere [DEL] per rimuovere la funzione LN(X), se Y1 non è stato cancellato come suggerito alla nota precedente. Premere [ADD] e digitare [←] e^x [ALPHA] [X] [ENTER] per inserire EXP(X) e tornare alla finestra PLOT-FUNCTION. Premere [NXT] [OK] per ritornare al display normale della calcolatrice.

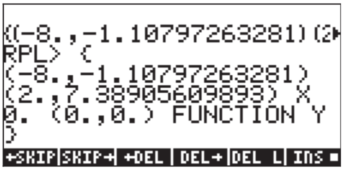
Premere quindi, contemporaneamente se si è in modalità RPN, il tasto shift sinistro [←] e il tasto WIN ([F2]) per passare alla finestra PLOT WINDOW - FUNCTION. Modificare i valori H-View come segue: H-View: H-View: -8 2

utilizzando [8] [+/-] [OK] [2] [OK]. Quindi premere [AUTO]. Dopo il calcolo dell'intervallo verticale, premere [ERASE] [DRAW] per tracciare la funzione esponenziale.

Per aggiungere etichette al grafico premere [EDIT] [NXT] [LABEL]. Premere [MENU] per rimuovere le etichette del menu e visualizzare l'intero grafico. Premere [NXT] [NXT] [PICT] [CANCL] per ritornare a PLOT WINDOW - FUNCTION. Premere [ENTER] per ritornare al display normale della calcolatrice.

Variabile PPAR

Premere VAR per tornare al menu delle variabili, se necessario. Nel menu delle variabili deve essere presente una variabile denominata PPAR. Premere ↱ PPAR per portare il contenuto di questa variabile nello stack. Premere il tasto freccia giù, per aprire l'editor dello stack e utilizzare i tasti freccia su e giù per visualizzare l'intero contenuto di PPAR. Il display mostra i valori seguenti:



PPAR sta per *Plot PARameters* e il relativo contenuto comprende due coppie ordinate di numeri reali (-8.,-1.10797263281) e (2.,7.38905609893),

che rappresentano rispettivamente le *coordinate dell'angolo inferiore sinistro e dell'angolo superiore destro* del grafico. Successivamente, PPAR elenca il *nome della variabile indipendente*, X, seguito da un numero che specifica l'*incremento della variabile indipendente* durante la generazione del grafico. Il valore qui indicato è il valore predefinito, zero (0.), che definisce gli incrementi di X corrispondenti a 1 pixel sul display grafico. L'elemento successivo in PPAR è un *elenco contenente le coordinate del punto di intersezione degli assi del grafico*, ossia (0.,0.), *seguite da un elenco che specifica la notazione dei segni di graduazione* rispettivamente sugli assi x e y {# 10d # 10d}. Quindi PPAR elenca il *tipo di grafico* da tracciare, ossia la funzione (FUNCTION) e, infine, *l'etichetta dell'asse y*, ossia Y.

La variabile PPAR, se inesistente, viene generata ogni volta che si crea un grafico. Il contenuto della funzione cambia in base al tipo di grafico e alle opzioni selezionate nella finestra PLOT (la finestra generata dalla pressione contemporanea dei tasti ↰ e WIN (F2).

Funzioni inverso e relativi grafici

Dato $y = f(x)$, se è possibile trovare una funzione $y = g(x)$, tale che $g(f(x)) = x$, allora si può dire che $g(x)$ è la <u>*funzione inverso*</u> di $f(x)$. Solitamente, la notazione $g(x) = f^{-1}(x)$ viene utilizzata per indicare una funzione inverso. Utilizzando tale notazione, si può scrivere: se $y = f(x)$, allora $x = f^{-1}(y)$. Quindi, $f(f^{-1}(x)) = x$, e $f^{-1}(f(x)) = x$.

Come precedentemente indicato, le funzioni ln(x) e exp(x) sono l'una l'inverso dell'altra, ossia ln(exp(x)) = x e exp(ln(x)) = x. Tale condizione è verificabile tramite la calcolatrice digitando e valutando le seguenti espressioni con l'Equation Writer: LN(EXP(X)) e EXP(LN(X)). Entrambe dovrebbero trovare X.

Quando una funzione *f(x)* e la sua inversa $f^{-1}(x)$ vengono tracciate simultaneamente nello stesso sistema di assi, i rispettivi grafici sono simmetrici rispetto alla linea *y = x*. È possibile verificare tale fatto con la calcolatrice per le funzioni LN(X) e EXP(X) tramite la seguente procedura:

Premere ← Y=, contemporaneamente se si è in modalità RPN. La funzione Y1(X) = EXP(X) dovrebbe essere rimasta nella finestra PLOT – FUNCTION dall'esercizio precedente. Premere ADD e digitare la funzione Y2(X) = LN(X). Caricare inoltre la funzione Y3(X) = X. Premere NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Premere ← WIN, contemporaneamente se si è in modalità RPN, e modificare la visualizzazione orizzontale come segue: H-View: -8 8

Premere AUTO per generare l'intervallo verticale. Premere ERASE DRAW per generare il grafico di y = ln(x), y = exp(x), e y =x, contemporaneamente se si è in modalità RPN.

Si noterà che solo il grafico di y = exp(x) risulta visibile chiaramente. Qualcosa non ha funzionato nella selezione AUTO dell'intervallo verticale. La causa è data dal fatto che premendo AUTO nella schermata PLOT FUNCTION – WINDOW, la calcolatrice restituisce l'intervallo verticale corrispondente alla prima funzione nell'elenco di funzioni da tracciare. In questo caso, la funzione è Y1(X) = EXP(X). L'utente deve inserire autonomamente l'intervallo verticale per visualizzare le altre due funzioni nello stesso grafico.

Premere CANCL per ritornare alla schermata PLOT FUNCTION - WINDOW. Modificare gli intervalli verticale e orizzontale come segue:
-8 8, V-View: -4 4

Selezionando tali intervalli, ci si assicura che saranno mantenute le proporzioni 1:1 fra la scala verticale e quella orizzontale. Premere ERASE DRAW per ottenere i grafici delle funzioni a logaritmo naturale, esponenziali e *y = x*. Risulterà evidente dal grafico che LN(X) e EXP(X) sono l'una l'inverso dell'altra rispetto alla linea y = X. Premere CANCL per tornare a PLOT WINDOW - FUNCTION. Premere ENTER per ritornare al display normale della calcolatrice.

Riepilogo del funzionamento della funzione PLOT

La presente sezione riporta informazioni relative alle schermate PLOT SETUP, PLOT FUNCTION e PLOT WINDOW, accessibili combinando il tasto shift sinistro con i tasti funzione da F1 a F4. Basandosi sui grafici di esempio precedenti, la procedura da utilizzare per ottenere un grafico di una FUNZIONE (ossia, un grafico che tracci una o più funzioni della forma Y = F(X)) è la seguente:

Premere ← 2D/3D, contemporaneamente se si è in modalità RPN: si accede alla finestra PLOT SETUP. Se necessario, portare `TYPE` su `FUNCTION` e inserire il nome della variabile indipendente.

Impostazioni:

- Un segno di spunta su `_Simult` significa che, in presenza di due o più curve sullo stesso grafico, esse verranno tracciate contemporaneamente durante la generazione del grafico.
- Un segno di spunta su `_Connect` (Connessione) significa che la curva sarà formata da una linea continua anziché da una serie di punti singoli.
- Un segno di spunta su `_Pixels` significa che i segni di graduazione definiti in `H-Tick` e `V-Tick` saranno separati da numero di pixel indicato in questo parametro.
- Per entrambe il valore predefinito di `H-Tick` e `V-Tick` è 10.

Opzioni tasti funzione:

- Utilizzare EDIT per modificare le funzioni dei valori nel campo selezionato.
- Utilizzare CHOOS per selezionare il tipo di grafico da utilizzare quando il campo `Type:` è evidenziato. Per gli esercizi correnti, impostare questo campo su FUNCTION.

Nota: i tasti funzione EDIT e CHOOS non sono disponibili contemporaneamente. A seconda del campo di input evidenziato, sarà selezionato l'uno o l'altro tasto funzione.

- Premere il tasto funzione AXES per selezionare o deselezionare la tracciatura degli assi sul grafico. Se l'opzione Plot Axes (Traccia assi) è selezionata, compare un puntino quadrato nell'etichetta del tasto: AXES■. L'assenza del puntino quadrato indica che gli assi non verranno tracciati sul grafico.
- Utilizzare ERASE per cancellare eventuali grafici presenti nella finestra dei grafici.
- Utilizzare DRAW per generare il grafico in base al contenuto corrente di PPAR per le equazioni elencate nella finestra PLOT-FUNCTION.
- Premere NXT per accedere alla seconda serie di tasti funzione di questa schermata.

- Utilizzare RESET per riportare tutti i campi selezionati ai rispettivi valori predefiniti.
- Utilizzare CANCL per annullare eventuali modifiche alla finestra PLOT SETUP e tornare al display normale della calcolatrice.
- Utilizzare OK per salvare le modifiche alle opzioni della finestra PLOT SETUP e tornare al display normale della calcolatrice.

Premere ← Y= , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT (in questo caso sarà denominata finestra PLOT –FUNCTION).

<u>*Opzioni tasti funzione*</u>:

- Utilizzare EDIT per modificare l'equazione evidenziata.
- Utilizzare ADD per aggiungere nuove equazioni al grafico.

Nota: ADD o EDIT attivano l'Equation Writer EQW, utilizzabile per scrivere nuove equazioni o modificare quelle già esistenti.

- Utilizzare DEL per rimuovere l'equazione evidenziata.
- Utilizzare CHOOS per aggiungere un'equazione già definita nel menu delle variabili, ma non elencata nella finestra PLOT - FUNCTION.
- Utilizzare ERASE per cancellare eventuali grafici presenti nella finestra dei grafici.
- Utilizzare DRAW per generare il grafico in base al contenuto corrente di PPAR per le equazioni elencate nella finestra PLOT-FUNCTION.
- Premere NXT per attivare il secondo menu a elenco.
- Utilizzare MOVE↓ e MOVE↑ per spostare l'equazione selezionata di una posizione in su o in giù.
- Utilizzare CLEAR se si desidera rimuovere tutte le equazioni attualmente attive nella finestra PLOT - FUNCTION. La calcolatrice controllerà se si desidera o meno rimuovere tutte le funzioni prima di cancellarle tutte. Selezionare YES e premere OK per procedere alla rimozione di tutte le funzioni. Selezionare NO e premere OK per disattivare l'opzione CLEAR.
- Premere OK una volta terminata l'operazione per ritornare al display normale della calcolatrice.

Premere ← WIN , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per accedere alla schermata PLOT WINDOW.

<u>*Impostazioni:*</u>

- Inserire i limiti inferiore e superiore per gli intervalli di visualizzazione orizzontale (H-View) e verticale (V-View) nella finestra del grafico. Oppure

- Inserire i limiti inferiore e superiore per la visualizzazione orizzontale (H-View) e premere AUTO mentre il cursore si trova in uno dei campi V-View, per generare automaticamente l'intervallo di visualizzazione verticale (V-View). Oppure
- Inserire i limiti inferiore e superiore per la visualizzazione verticale (V-View) e premere AUTO mentre il cursore si trova in uno dei campi H-View, per generare automaticamente l'intervallo di visualizzazione orizzontale (H-View).
- La calcolatrice utilizzerà l'intervallo di visualizzazione orizzontale (H-View) per generare i valori dei dati per il grafico, a meno che si modifichino le opzioni Indep Low, (Indep) High e (Indep) Step. Tali valori determinano, rispettivamente, i valori minimo, massimo e di incremento della variabile indipendente da utilizzare nel grafico. Se l'opzione Default è compresa nei campi Indep Low, (Indep) High e (Indep) Step, la calcolatrice utilizzerà i valori minimo e massimo determinati da H-View.
- Un segno di spunta su _Pixels significa che i valori degli incrementi (Step:) della variabile indipendente sono dati in pixel anziché in coordinate del grafico.

<u>*Opzioni tasti funzione*</u>:
- Utilizzare EDIT per modificare le voci nella finestra.
- Utilizzare AUTO come precedentemente spiegato in <u>*Impostazioni*</u>.
- Utilizzare ERASE per cancellare eventuali grafici presenti nella finestra dei grafici.
- Utilizzare DRAW per generare il grafico in base al contenuto corrente di PPAR per le equazioni contenute nella finestra PLOT-FUNCTION.
- Premere NXT per attivare il secondo menu a elenco.
- Utilizzare RESET per riportare il campo selezionato (ossia dove si trova il cursore) al suo valore predefinito.
- Utilizzare CALC per accedere allo stack della calcolatrice per eseguire calcoli eventualmente necessari per ottenere un valore per una delle opzioni di questa finestra. Quando lo stack della calcolatrice è disponibile, saranno accessibili anche i tasti funzione CANCL e OK.
- Utilizzare CANCL se si desidera annullare il calcolo corrente e tornare alla schermata PLOT WINDOW. Oppure,
- Utilizzare OK per accettare i risultati del calcolo e tornare alla schermata PLOT WINDOW.
- Utilizzare TYPES per ottenere informazioni sul tipo di oggetti utilizzabili nel campo dell'opzione selezionata.
- Utilizzare CANCL per annullare eventuali modifiche alla schermata PLOT WINDOW e tornare al display normale della calcolatrice.
- Utilizzare OK per accettare le modifiche alla schermata PLOT WINDOW e tornare al display normale della calcolatrice.

Premere ⬅ GRAPH , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per tracciare il grafico in base alle impostazioni memorizzate nella variabile PPAR e alle funzioni correnti definite nella schermata PLOT - FUNCTION. Se nella schermata del display grafico esiste già un grafico, diverso da quello che si sta tracciando, il nuovo grafico verrà sovrapposto a quello esistente. Poiché tale risultato potrebbe non essere quello richiesto, si consiglia di utilizzare i tasti funzione ERASE DRAW disponibili nelle schermate PLOT SETUP, PLOT FUNCTION o PLOT WINDOW.

Grafici di funzioni trigonometriche e iperboliche

Le procedure utilizzate precedentemente per tracciare LN(X) e EXP(X), separatamente o contemporaneamente, possono essere utilizzate per tracciare qualunque funzione della forma y = f(x). Come esercizio per il lettore, si traccino i grafici delle funzioni trigonometriche e delle funzioni iperboliche, nonché le rispettive inverse. La tabella in basso suggerisce i valori da utilizzare per gli intervalli verticale e orizzontale in ciascun caso. È possibile includere la funzione Y=X se si traccia contemporaneamente una funzione e la sua inversa per verificarne la simmetria rispetto alla linea Y = X.

	Intervallo H-View		Intervallo V-View	
Funzione	**Minimo**	**Massimo**	**Minimo**	**Massimo**
SIN(X)	-3.15	3.15	AUTO	
ASIN(X)	-1.2	1.2	AUTO	
SIN & ASIN	-3.2	3.2	-1.6	1.6
COS(X)	-3.15	3.15	AUTO	
ACOS(X)	-1.2	1.2	AUTO	
COS & ACOS	-3.2	3.2	-1.6	1.6
TAN(X)	-3.15	3.15	-10	10
ATAN(X)	-10	10	-1.8	1.8
TAN & ATAN	-2	-2	-2	-2
SINH(X)	-2	2	AUTO	
ASINH(X)	-5	5	AUTO	
SINH & ASINH	-5	5	-5	5
COSH(X)	-2	2	AUTO	
ACOSH(X)	-1	5	AUTO	
COS & ACOS	-5	5	-1	5

TANH(X)	-5	5	AUTO	
ATANH(X)	-1.2	1.2	AUTO	
TAN & ATAN	-5	5	-2.5	2.5

Generazione di una tabella di valori per una funzione

Le combinazioni [←] TBLSET ([F5]) e [←] TABLE ([F6]), premute contemporaneamente se si è in modalità RPN, permettono all'utente di creare una tabella di valori delle funzioni. Ad esempio, si crei una tabella per la funzione Y(X) = X/(X+10), nell'intervallo -5 < X < 5 seguendo queste istruzioni:

- Verranno generati i valori della funzione f(x), definita precedentemente, per i valori di x da -5 a 5, a incrementi di 0.5. Per prima cosa è necessario assicurarsi che il tipo di grafico sia impostato su **FUNCTION** nella schermata PLOT SETUP ([←] 2D/3D , premere contemporaneamente se si è in modalità RPN). Il campo di fronte all'opzione *Type* viene evidenziato. Se questo campo non è già impostato su **FUNCTION**, premere il tasto funzione CHOOS e selezionare l'opzione **FUNCTION**, quindi premere OK.
- Premere quindi [▼] per evidenziare il campo di fronte all'opzione EQ, digitare l'espressione della funzione 'X/(X+10)' e premere OK.
- Per accettare le modifiche apportate nella schermata PLOT SETUP, premere [NXT] OK. Si torna quindi al display normale della calcolatrice.
- Il passo successivo consiste nell'accedere alla schermata Table Set-up (Impostazione tabella) tramite la combinazione di tasti [←] TBLSET (ossia, tasto funzione [F5]), contemporaneamente se si è in modalità RPN. In tal modo si ottiene una schermata da cui poter selezionare il valore iniziale *(Start)* e l'incremento *(Step)*. Inserire i dati seguenti: [5][+/-] OK [0][•][5] OK [0][•][5] OK (ossia, Zoom factor = 0.5). Premere il tasto funzione ✓CHK fino a quando non compare un segno di spunta prima dell'opzione *Small Font*, se desiderato. Quindi premere OK. In tal modo si ritorna al display normale della calcolatrice.

Variabile TPAR

Al termine dell'impostazione della tabella, la calcolatrice genera una variabile denominata TPAR (Table PARameters) contenente informazioni relative alla tabella da generare. Premere [→] TPAR per visualizzare i contenuti di questa variabile.

- Premere [←] TABLE (tasto funzione [F6]) per visualizzare la tabella, contemporaneamente se si è in modalità RPN. In tal modo si ottiene una tabella dei valori di *x = -5, -4.5, …* e i valori corrispondenti di f(x), elencati come Y1 per impostazione predefinita. È possibile utilizzare i tasti freccia su e giù per spostarsi nella tabella. Si noterà che non è stato necessario indicare un valore finale per la variabile indipendente x. In tal modo, la tabella prosegue oltre il valore massimo per x precedentemente suggerito, ossia x = 5.

Alcune opzioni disponibili mentre la tabella è visibile sono ZOOM, BIG, e DEFN:

- DEFN, quando è selezionato, mostra la definizione della variabile indipendente.
- Il tasto BIG modifica semplicemente il carattere della tabella da piccolo a grande e viceversa. Provare a premere il tasto per visualizzare il cambiamento.
- ZOOM, quando è premuto, richiama un menu con le seguenti opzioni: *In*, *Out*, *Decimal, Integer* e *Trig*. Provare ad eseguire i seguenti esercizi:

  - Con l'opzione *In* evidenziata, premere OK. La tabella viene estesa in modo tale che l'incremento x è ora 0.25 anziché 0.5. La calcolatrice non fa altro che moltiplicare l'incremento originale, 0,5, per il fattore di zoom, 0.5, per ottenere il nuovo incremento pari a 0.25. Pertanto l'opzione *zoom in* risulta utile quando si desidera aumentare la risoluzione dei valori di x nella tabella.
  - Per aumentare la risoluzione di un ulteriore fattore pari a 0.5, premere ZOOM, selezionare nuovamente *In* e premere OK. L'incremento x è ora di 0.0125.
  - Per tornare al precedente incremento x, premere ZOOM ▲ OK per selezionare l'opzione *Un-zoom*. L'incremento x passa ora a 0.25.
  - Per tornare all'incremento x originale pari a 0.5, è possibile ripetere il comando *un-zoom* oppure utilizzare l'opzione *zoom out* premendo ZOOM OK.
  - L'opzione Decimal in ZOOM restituisce incrementi di x pari a 0.10.
  - L'opzione Integer in ZOOM restituisce incrementi di x pari a 1.
  - L'opzione Trig in restituisce incrementi relativi a frazioni di π, il che risulta utile per tracciare le funzioni trigonometriche.
  - Per tornare al display normale della calcolatrice, premere ENTER.

Grafici in coordinate polari

Per prima cosa, si consiglia di cancellare le variabili utilizzate negli esempi precedenti (X, EQ, Y1, PPAR) utilizzando la funzione PURGE (TOOL PURGE). In tal modo, tutti i parametri relativi ai grafici verranno cancellati. Premere VAR per controllare che le variabili siano state effettivamente eliminate.

Scopo dell'esercizio è tracciare il grafico della funzione f(θ) = 2(1-sin(θ)), nel modo seguente:

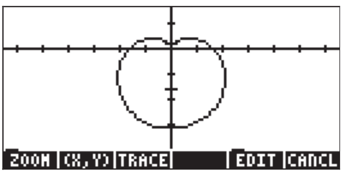
- Per prima cosa, controllare che l'unità di misura angolare della calcolatrice sia impostata su radianti.
- Premere [←] 2D/3D , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Portare `TYPE` su `Polar`, premendo CHOOS [▼] OK.
- Premere [▼] e digitare:

['] [2] [×] [←] () [1] [−] [SIN] [ALPHA] [→] [T] OK.

- Il cursore si trova ora nel campo `Indep`. Premere ['] [ALPHA] [→] [T] OK per cambiare la variabile indipendente in θ.
- Premere [NXT] OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere [←] WIN , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT (in questo caso denominata finestra PLOT-POLAR).
- Modificare l'intervallo H-VIEW con valori da -8 a 8 utilizzando [8] [+/-] OK [8] OK e l'intervallo V-VIEW con valori da -6 a 2 utilizzando [6] [+/-] OK [2] OK.

> **Nota:** H-VIEW e V-VIEW determinano soltanto le scale della finestra del display, mentre in tal caso i rispettivi intervalli non sono correlati all'intervallo dei valori della variabile indipendente.

- Modificare il valore `Indep Low (Indipendente basso)` in 0 e il valore High (Alto) in 6.28 (≈ 2π) utilizzando: [0] OK [6] [.] [2] [8] OK.
- Premere ERASE DRAW per tracciare la funzione in coordinate polari. Il risultato è una curva a forma di cuore. Tale curva è nota come *cardioide* (da `cardios`, ossia cuore in greco).

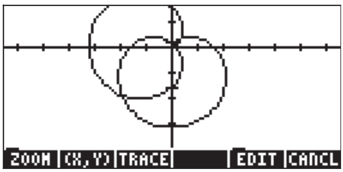


- Premere EDIT [NXT] LABEL MENU per visualizzare il grafico con etichette. Premere [NXT] per tornare al menu. Premere [NXT] PICT per tornare al menu dei grafici originale.
- Premere TRACE (X,Y) per tracciare la curva. I dati visualizzati nella parte inferiore del display sono l'angolo θ e il raggio r, sebbene quest'ultimo sia denominato Y (nome predefinito della variabile dipendente).

- Premere NXT CANCL per ritornare alla schermata PLOT WINDOW. Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.

In questo esercizio, l'equazione di cui si vuole tracciare il grafico è stata inserita direttamente nella finestra PLOT SETUP. È anche possibile inserire le equazioni di cui si vuole tracciare il grafico per mezzo della finestra PLOT premendo ← Y=, contemporaneamente se si è in modalità RPN. Ad esempio, premendo ← Y= al termine dell'esercizio precedente, si ottiene l'equazione '2*(1-SIN(θ))', evidenziata. Si supponga di voler tracciare anche il grafico della funzione '2*(1-COS(θ))' insieme all'equazione precedente.

- Premere ADD e digitare 2 × ← () 1 − COS ALPHA → T ENTER per inserire la nuova equazione.
- Premere ERASE DRAW per vedere le due equazioni tracciate nella stessa figura. Ne risultano due *cardioidi* che si intersecano. Premere CANCL ON per ritornare al display normale della calcolatrice.



Tracciatura di curve coniche

La forma più generale di una curva conica sul piano x-y è $Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F = 0$. Vengono inoltre considerate equazioni delle coniche quelle fornite in forma canonica per le seguenti figure:

- cerchio: $(x-x_o)^2+(y-y_o)^2 = r^2$
- ellisse: $(x-x_o)^2/a^2 + (y-y_o)^2/b^2 = 1$
- parabola: $(y-b)^2 = K(x-a)$ or $(x-a)^2 = K(y-b)$
- iperbole: $(x-x_o)^2/a^2 + (y-y_o)^2/b^2 = 1$ or $xy = K$,

dove x_o, y_o, a, b e K sono costanti.

Il termine *curva conica* è dovuto al fatto che tali figure (cerchi, ellissi, parabole o iperboli) derivano dall'intersezione di un piano con un cono. Ad esempio, un cerchio è dato dall'intersezione di un cono con un piano perpendicolare all'asse principale del cono.

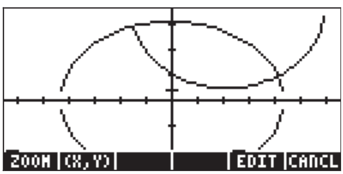
La calcolatrice è in grado di tracciare una o più curve coniche selezionando Conic nel campo TYPE (Tipo di funzione), all'interno dell'ambiente PLOT. Assicurarsi di cancellare le variabili PPAR ed EQ prima di continuare. Come esercizio, memorizzare l'elenco di equazioni

{ ‘(X-1)^2+(Y-2)^2=3’ , ‘X^2/4+Y^2/3=1’ }

nella variabile EQ.

Tali equazioni si riferiscono a un cerchio con centro in (1,2), di raggio √3 e a un'ellisse con centro in (0,0) con lunghezze dei semiassi pari a *a* = 2 e *b* = √3.

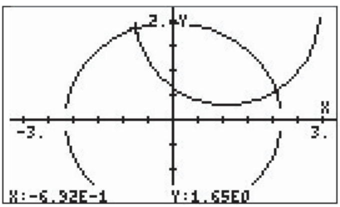
- Accedere all'ambiente PLOT premendo ← 2D/3D, contemporaneamente se si è in modalità RPN, e selezionare `Conic` come `TYPE`. Nel campo EQ viene visualizzato l'elenco di equazioni.
- Controllare che la variabile indipendente (`Indep`) sia impostata su "X" e che la variabile dipendente (`Depnd`) sia "Y".
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Accedere all'ambiente PLOT WINDOW premendo ← WIN, contemporaneamente se si è in modalità RPN.
- Modificare l'intervallo per H-VIEW con i valori da -3 a 3 utilizzando 3 +/- OK 3 OK. Modificare inoltre l'intervallo per V-VIEW con i valori da -1.5 a 2 utilizzando 1 • 5 +/- OK 2 OK.
- Modificare i campi *Indep Low*: e *High:* in Default, utilizzando NXT RESET quando ciascuno di tali campi è evidenziato. Selezionare l'opzione *Reset value* dopo aver premuto RESET. Premere OK per completare la reimpostazione dei valori. Premere NXT per tornare al menu principale.
- Tracciare il grafico: ERASE DRAW.

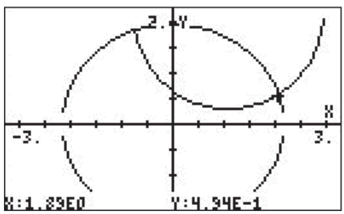


Nota: gli intervalli `H-View` e `V-View` sono stati selezionati per mostrare l'intersezione delle due curve. Non esiste una regola generale per selezionare tali intervalli, se non basandosi sulle caratteristiche note delle curve. Ad esempio, per le equazioni mostrate precedentemente, è noto che il cerchio si estende da -3+1=-2 a 3+1=4 su x e da -3+2=-1 a 3+2=5 su y. Inoltre, l'ellisse, con centro nell'origine (0,0), si estende da -2 a 2 su x e da -√3 a √3 su y.

Si noti che, nel caso del cerchio e dell'ellisse, le regioni corrispondenti agli estremi sinistro e destro delle curve non sono tracciate. Ciò avviene per tutti i cerchi o le ellissi tracciate utilizzando `Conic (Conica)` come `TYPE`.

- Per visualizzare le etichette: EDIT NXT LABEL MENU
- Per tornare al menu: NXT NXT PICT
- Per stimare le coordinate del punto di intersezione, premere il tasto funzione (X,Y) e portare il cursore il più vicino possibile a tali punti utilizzando i tasti freccia. Le coordinate del cursore vengono visualizzate sul display. Ad esempio, il punto sinistro di intersezione è vicino a (-0.692,1.67), mentre il punto destro di intersezione è vicino a (1.89,0.5).





- Per tornare al menu e all'ambiente PLOT, premere NXT CANCL.
- Per tornare al display normale della calcolatrice, premere NXT OK.

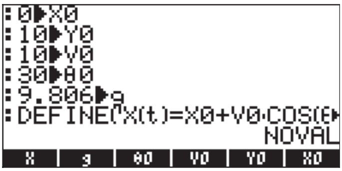
Grafici parametrici

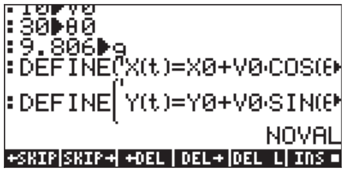
I grafici parametrici nel piano sono grafici le cui coordinate sono generate dal sistema di equazioni x=x(t) e y=y(t), dove t è noto come parametro. Un esempio di tale grafico è la traiettoria di un proiettile, $x(t) = x_0 + v_0 \cdot \mathrm{COS}\ \theta_0 \cdot t$, $y(t) = y_0 + v_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$. Per tracciare equazioni di questo tipo, che comprendono le costanti x_0, y_0, v_0, e θ_0, necessario memorizzare i valori di tali parametri in variabili. Per sviluppare questo esempio, creare una sottodirectory con il nome 'PROJM' per PROJectile Motion e all'interno memorizzare le seguenti variabili: X0=0, Y0=10, V0=10,, θ0 = 30, g=9.806. Assicurarsi che l'unità di misura degli angoli usata dalla calcolatrice sia impostata su DEG (Gradi). Quindi definire le funzioni (utilizzare ← DEF):

X(t) = X0 + V0*COS(θ0)*t

Y(t) = Y0 + V0*SIN(θ0)*t – 0.5*g*t^2

che renderanno le variabili Y e X disponibili nelle etichette dei tasti funzione.





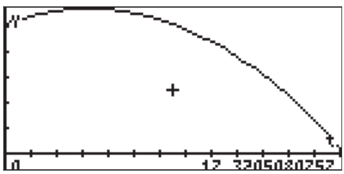
Per generare il grafico, procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Portare `TYPE` su `Parametric`, premendo CHOOS ▼ ▼ OK.
- Premere ▼ e digitare 'X(t)+i*Y(t)' OK per definire il grafico parametrico come per una variabile complessa (le parti reale e immaginaria della variabile complessa corrispondono alle coordinate x e y della curva).
- Il cursore si trova ora nel campo `Indep`. Premere ' ALPHA ← T OK per modificare la variabile indipendente in *t*.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT (in questo caso denominata finestra PLOT-PARAMETRIC). Anziché modificare prima le visualizzazioni orizzontale e verticale, come per le altre tipologie di grafici, si impostano inizialmente i valori inferiore e superiore della variabile indipendente nel modo seguente:
- Selezionare il campo `Indep Low` premendo ▼ ▼. Cambiare questo valore in 0 OK. Quindi cambiare il valore di `High` in 2 OK. Inserire 0 . 1 OK come `Step` Value (Valore dell'incremento), che corrisponde a un incremento di 0.1.

Nota: queste impostazioni indicano che il parametro t assumerà i valori di t=0, 0.1, 0.2,..., ecc., fino al raggiungere il valore di 2.0.

- Premere AUTO. In tal modo si generano automaticamente i valori degli intervalli di visualizzazione orizzontale e verticale in base ai valori della variabile indipendente t e alle definizioni di X(t) e Y(t) utilizzate. Il risultato sarà:

- Premere ERASE DRAW per tracciare il grafico parametrico.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con etichette. I parametri della finestra sono tali da consentire la visione di una metà soltanto delle etichette sull'asse x.



- Premere NXT per tornare al menu. Premere NXT PICT per tornare al menu dei grafici originale.
- Premere TRACE (X,Y) per determinare le coordinate di un qualunque punto del grafico. Utilizzare ▶ e ◀ per spostare il cursore sulla curva. Nella parte inferiore del display si trovano il valore del parametro t e le coordinate del cursore in formato (X,Y).
- Premere NXT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

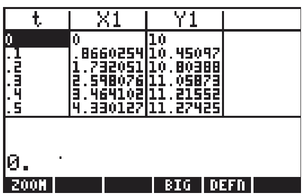
Tra le etichette dei tasti funzione si noterà la presenza delle seguenti variabili: t, EQ, PPAR, Y, X, g, θ0, V0, Y0, X0. Le variabili t, EQ e PPAR vengono generate dalla calcolatrice per memorizzare i valori correnti del parametro, t, dell'equazione da tracciare EQ (che contiene 'X(t)+I∗Y(t)') e i parametri del grafico. Le altre variabili contengono i valori delle costanti utilizzate nelle definizioni di X(t) e Y(t).

È possibile memorizzare diversi valori nelle variabili e generare nuovi grafici parametrici delle equazioni relative ai proiettili utilizzate in questo esempio. Se si desidera cancellare il contenuto della figura corrente prima di tracciare un nuovo grafico, è necessario accedere a una delle schermate PLOT, PLOT WINDOW o PLOT SETUP premendo ← Y= , ← WIN o ← 2D/3D (i due tasti devono essere premuti contemporaneamente se si è in modalità RPN). Quindi premere ERASE DRAW. Premere CANCL per ritornare alla schermata PLOT, PLOT WINDOW o PLOT SETUP. Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Generazione di una tabella per equazioni parametriche

In uno degli esempi precedenti è stata generata una tabella di valori (X,Y) per un'espressione della forma Y=f(X), ossia un grafico di tipo Funzione. La presente sezione espone la procedura per la generazione di una tabella relativa a un grafico parametrico. A tale scopo verranno utilizzate le equazioni parametriche definite nell'esempio precedente.

- Per prima cosa, accedere alla finestra TABLE SETUP (Configurazione tabella) premendo ← TBLSET , contemporaneamente se si è in modalità RPN. Portare il valore Start (Iniziale) della variabile indipendente su 0.0 e il valore Step (Incremento) su 0.1. Premere OK.
- Generare la tabella premendo ← TABLE (premere i tasti contemporaneamente se si è in modalità RPN). Ne risulta una tabella a tre colonne riportante il parametro t e le coordinate dei punti corrispondenti. Nel caso di questa tabella, le coordinate sono denominate X1 e Y1.



- Utilizzare i tasti freccia ◀ ▶ ▲ ▼ per spostarsi nella tabella.
- Premere ON per ritornare al display normale della calcolatrice.

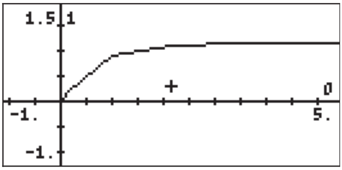
La procedura descritta per la creazione di una tabelle relativa al tipo di grafico corrente può essere applicata ad altri tipi di grafico.

Rappresentazione grafica della soluzione di equazioni differenziali semplici

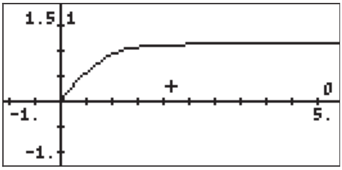
Il grafico di un'equazione differenziale semplice può essere generato selezionando `Diff Eq` nel campo `TYPE` dell'ambiente PLOT SETUP (Configurazione grafico), come segue: Si supponga di volere tracciare x(t) dell'equazione differenziale dx/dt=exp(-t^2), con le condizioni iniziali: x=0 in t=0. La calcolatrice consente di tracciare la soluzione di equazioni differenziali della forma Y'(T)=F(T,Y). Nel caso in questione, si ponga Y→x e T→t, pertanto, F(T,Y)->f(t,x)=exp(-t^2).

Prima di tracciare la soluzione, x(t), per t=da 0 a 5, eliminare le variabili EQ e PPAR.

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare `TYPE` su `Diff Eq`.
- Premere ▽ e digitare ' ← e^x − ALPHA ← T Y^x 2 OK.
- Il cursore è ora nel campo `H-Var`. Viene visualizzato `H-Var:0` e `V-Var:1`. Si tratta del codice utilizzato dalla calcolatrice per identificare le variabili da tracciare. `H-Var:0` si riferisce alla variabile indipendente (da selezionare successivamente) che sarà rappresentata sull'asse orizzontale. `V-Var:0` si riferisce alla variabile dipendente (nome predefinito "Y"), che sarà rappresentata sull'asse verticale.
- Premere ▽ . Il cursore si trova ora nel campo `Indep`. Premere ' ALPHA ← T OK per modificare la variabile indipendente in *t*.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN , simultaneamente se in modalità RPN, per aprire la finestra del grafico (in questo caso sarà chiamata PLOT WINDOW - DIFF EQ).
- Impostare i parametri H-VIEW e V-VIEW come segue: H-VIEW: -15,V-VIEW: -11.5
- Impostare il valore di `Init` su 0 e il valore finale su 5 mediante: 0 OK 5 OK.
- I valori Step (Incremento) e Tol (Tolleranza) rappresentano l'incremento della variabile indipendente e la tolleranza per la convergenza da usare per la soluzione numerica. Lasciare tali valori alle impostazioni predefinite (se l'opzione *default* non è visualizzata nel campo Step:, utilizzare NXT RESET per ripristinare il valore predefinito. Premere NXT per tornare al menu principale). Premere ▽ .
- Il valore Init-Soln rappresenta il valore iniziale della soluzione per avviare il calcolo del risultato numerico. Per il caso in questione, le condizioni iniziali sono x(0)=0, quindi è necessario modificare tale valore in 0.0, utilizzando 0 OK.
- Premere ERASE DRAW per rappresentare graficamente la soluzione dell'equazione differenziale.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con le etichette.



- Premere NXT per tornare al menu. Premere NXT PICT per tornare al menu dei grafici originale.
- Osservando il grafico tracciato, si nota che la curva non è molto "liscia". Ciò è dovuto al fatto che il plotter utilizza un incremento temporale troppo ampio. Per rifinire il grafico e rendere la curva più regolare, utilizzare un incremento di 0.1. Utilizzare la seguente sequenza di tasti: CANCL ▼ ▼ ▼ . 1 OK ERASE DRAW. Sarà necessario più tempo per tracciare il grafico, ma la forma ottenuta è decisamente migliore.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU, per visualizzare le etichette degli assi e l'intervallo. Si noti che le etichette degli assi sono visualizzate come 0 (orizzontale) e 1 (verticale). Queste sono le definizioni degli assi come vengono visualizzate nella schermata PLOT WINDOW (in alto), ovvero, H-VAR (t): 0 e V-VAR(x): 1.



- Premere NXT NXT PICT per tornare al menu e all'ambiente PICT.
- Premere (X,Y) per determinare le coordinate di qualsiasi punto del grafico. Utilizzare ▶ e ◀ per spostare il cursore nell'area del grafico. Nella parte inferiore della schermata vengono visualizzate le coordinate del cursore come (X,Y). La calcolatrice utilizza X e Y come nomi predefiniti rispettivamente per l'asse orizzontale e verticale.
- Premere NXT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON per ritornare al display normale della calcolatrice.

Per maggiori dettagli sull'uso di soluzioni grafiche per le equazioni differenziali, si veda il Capitolo 16.

Grafici vero/falso

I grafici vero/falso sono usati per generare una rappresentazione bidimensionale delle regioni (domini) che soddisfano certe condizioni matematiche, che possono essere vere o false. Si supponga, ad esempio, di dovere tracciare il grafico del dominio per X^2/36+Y^2/9 < 1,

procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare il parametro TYPE su Truth (Verità).
- Premere ▼ e digitare {'(X^2/36+Y^2/9 < 1)','(X^2/16+Y^2/9 > 1)'} OK per definire le condizioni da tracciare.
- Il cursore si trova ora nel campo `Indep`. Lasciare tale campo impostato su "X", se già impostato su questa variabile o modificare l'impostazione in "X", se necessario.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN , simultaneamente se in modalità RPN, aprire la finestra PLOT (in questo caso sarà chiamata PLOT WINDOW - TRUTH). Mantenere il valore predefinito per gli intervalli della finestra: `H-View: -6.5 6.5, V-View: -3.9  4.0` (per reimpostare i valori utilizzare NXT RESET [selezionare Reset all] OK NXT).

Nota: se gli intervalli della finestra non sono impostati sui valori predefiniti, il modo più rapido per modificare le impostazioni è l'uso di NXT RESET (selezionare *Reset all)* OK NXT .

- Premere ERASE DRAW per generare il grafico vero/falso. Siccome la calcolatrice campiona l'intero dominio del grafico, punto per punto, sono necessari alcuni minuti per generare un grafico vero/falso. Il grafico corrente genera un'ellisse ombreggiata dei semiassi 6 e 3 (rispettivamente in x e y), centrata sull'origine.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con le etichette. I parametri della finestra sono tali da consentire la visione di una metà soltanto delle etichette sull'asse x. Premere NXT per tornare al menu. Premere NXT PICT per tornare al menu dei grafici originale.
- Premere (X,Y) per determinare le coordinate di qualsiasi punto del grafico. Utilizzare i tasti freccia per spostare il cursore all'interno del dominio tracciato. Nella parte inferiore della schermata sono visibili i valori delle coordinate del cursore (X,Y).
- Premere NXT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

È possibile tracciare contemporaneamente più di una condizione se si moltiplicano le condizioni. Ad esempio, per tracciare il grafico dei punti per il quale $X^2/36+Y^2/9<1$ e $X^2/16+Y^2/9>1$, procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Premere ▼ e digitare '(X^2/36+Y^2/9 < 1)·(X^2/16+Y^2/9 > 1)' OK per definire le condizioni da tracciare.
- Premere ERASE DRAW per generare il grafico vero/falso. Occorre quindi attendere mentre la calcolatrice genera il grafico. Se si desidera interrompere la generazione del grafico, premere ON una volta. Quindi premere CANCEL.

Generazione di istogrammi, diagrammi a barre e diagrammi di dispersione

Gli istogrammi, i diagrammi a barre e i diagrammi di dispersione sono usati per rappresentare graficamente i dati discreti memorizzati nella variabile ΣDAT. Questa variabile non è usata solo per questi tipi di grafici, ma anche per numerose applicazioni statistiche, come mostrato nel Capitolo 18. Le spiegazioni relative all'uso di istogrammi sono rimandate a tale capitolo in quanto per creare un istogramma è necessario eseguire un raggruppamento di dati e l'analisi della frequenza prima di passare a generare il grafico. In questa sezione si mostrerà come caricare i dati nella variabile ΣDAT e come tracciare i diagrammi a barre e di dispersione.

Per la generazione di diagrammi a barre e di dispersione si utilizzeranno i seguenti dati:

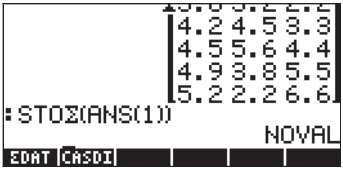
x	y	z
3.1	2.1	1.1
3.6	3.2	2.2
4.2	4.5	3.3
4.5	5.6	4.4
4.9	3.8	5.5
5.2	2.2	6.6

Diagrammi a barre

Assicurarsi in primo luogo che il CAS della calcolatrice sia in modalità `Exact (Esatta)`. Successivamente, inserire i dati mostrati in alto come matrice, ovvero,

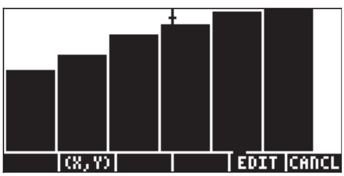
[[3.1,2.1,1.1],[3.6,3.2,2.2],[4.2,4.5,3.3], [4.5,5.6,4.4],[4.9,3.8,5.5],[5.2,2.2,6.6]] ENTER

per memorizzare in ΣDAT, utilizzare la funzione STOΣ disponibile nel Function Catalog, → CAT). Premere VAR per tornare al menu variabili. Nello stack sarà disponibile un tasto funzione denominato ΣDAT. La figura sottostante mostra la memorizzazione di questa matrice in modalità ALG:



Per generare il grafico:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare `TYPE` su `Bar (Barre).`
- Verrà visualizzata la matrice nel campo ΣDAT. Questa è la matrice precedentemente memorizzata in ΣDAT.
- Evidenziare il campo `Col:`. Questo campo consente di scegliere la colonna di ΣDAT da tracciare. Il valore predefinito è 1. Mantenere tale valore per tracciare la colonna 1 in ΣDAT.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Impostare V-VIEW su `V-View: 0  5.`
- Premere ERASE DRAW per generare il grafico a barre.

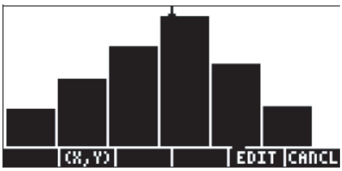


- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Il numero di barre da tracciare determina la larghezza della barra. H- e V VIEW sono impostati su 10, per impostazioni predefinite. V-VIEW è stato modificato per adattarsi meglio al valore massimo di ΣDAT nella colonna 1. I diagrammi a barre sono utili per rappresentare graficamente dati categorici (ossia, non numerici).

Si supponga di voler visualizzare in forma di grafico i dati nella colonna 2 della matrice ΣDAT:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Premere ▼▼ per evidenziare il campo `Col:` e digitare 2 OK, seguito da NXT OK.
- Premere ← WIN , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare V-VIEW su `V-View: 0  6`
- Premere ERASE DRAW.



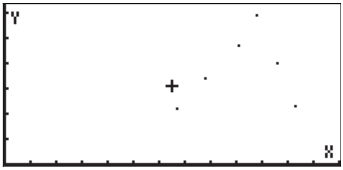
- Premere CANCL per tornare alla schermata PLOT WINDOW, quindi ON per tornare al display normale della calcolatrice.

Diagrammi di dispersione

Per creare i diagrammi di dispersione, verrà utilizzata la stessa matrice ΣDAT. Verranno tracciati prima i valori di y vs. x, quindi quelli di di y vs. z, come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare `TYPE` su `Scatter (Dispersione).`
- Premere ▼▼ per evidenziare il campo **Cols:**. Inserire 1 OK 2 OK per selezionare la colonna 1 per X e la colonna 2 per Y nel grafico di dispersione Y-vs.-X.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Impostare gli intervalli della finestra del grafico come segue: H-View: 0 6, V-View: 0 6.

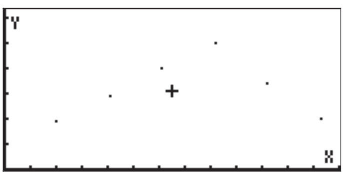
- Premere ERASE DRAW per generare il grafico a barre. Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico senza il menu e con le etichette di identificazione (il cursore sarà posizionato al centro del grafico):



- Premere NXT NXT EXIT per uscire dall'ambiente EDIT (Modifica).
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Per determinare i punti di y rispetto a z, utilizzare:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Premere ▼ ▼ per evidenziare il campo `Cols:`. Inserire 3 OK 2 OK per selezionare la colonna 3 per X e la colonna 2 per Y nel grafico di dispersione Y-vs.-X.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Impostare gli intervalli della finestra del grafico come segue: H-View: 0 7, V-View: 0 7.
- Premere ERASE DRAW per generare il grafico a barre. Premere EDIT NXT LABEL MENU per vedere il grafico senza il menu e con le etichette di identificazione.



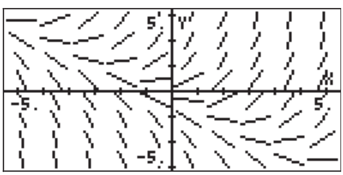
- Premere NXT NXT EXIT per uscire dall'ambiente EDIT (Modifica).
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Campi di direzioni

I campi di direzioni sono usati per visualizzare le soluzioni di un'equazione differenziale della forma y' = f(x,y). In pratica, il grafico mostra dei segmenti tangenti alle curve delle soluzioni, in quanto y' = dy/dx, valutati in qualsiasi punto (x,y), rappresentano la pendenza del retta tangente il punto (x,y).

Ad esempio, per visualizzare la soluzione dell'equazione differenziale y' = f(x,y) = x+y, procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare `TYPE` su `Slopefield`.
- Premere ▼ e digitare "X+Y" OK.
- Assicurarsi che siano selezionate "X" nel campo `Indep:` e "Y" nel campo `Depnd:` come variabili.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Impostare gli intervalli della finestra del grafico come segue: X-Left:-5, X-Right:5, Y-Near:-5, Y-Far: 5
- Premere ERASE DRAW per generare il campo di direzioni. Premere EDIT NXT LABEL MENU per vedere il grafico senza il menu e con le etichette di identificazione.



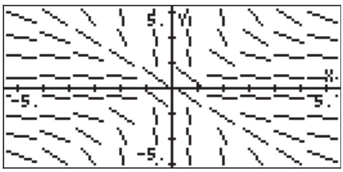
- Premere NXT NXT PICT per uscire dall'ambiente EDIT (Modifica).

- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Per riprodurre il grafico del campo di soluzioni, è possibile tracciare a mano le rette tangenti ai segmenti mostrati nel grafico. Tali rette costituiscono le rette di y(x,y) = costante per la soluzione di y' = f(x,y). Pertanto, i campi di direzioni sono utili strumenti per visualizzare equazioni particolarmente difficili da risolvere.

Provare inoltre a creare un campo di direzione per la funzione y' = f(x,y) = - (y/x)^2, utilizzando:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare `TYPE` su `Slopefield`.
- Premere ▼ e digitare '- (Y/X)^2' OK.
- Premere ERASE DRAW per generare il campo di direzioni. Premere EDIT NXT LABEL MENU per vedere il grafico senza il menu e con le etichette di identificazione.



- Premere NXT NXT EXIT per uscire dall'ambiente EDIT (Modifica).
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o LABEL MENU per tornare al display normale della calcolatrice.

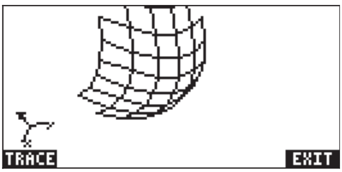
Grafici 3D rapidi

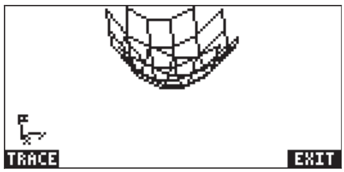
I grafici 3D rapidi sono usati per generare superfici in tre dimensioni per rappresentare equazioni della forma z = f(x,y). Ad esempio, se si desidera visualizzare z = f(x,y) = x^2+y^2, procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare TYPE su Fast3D.
- Premere ▼ e digitare 'X^2+Y^2' OK.
- Assicurarsi che siano selezionate "X" nel campo Indep: e "Y" nel campo Depnd: come variabili.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Mantenere gli intervalli della finestra del grafico predefiniti, come segue: X-Left:-1, X-Right:1, Y-Near:-1, YFar: 1, Z-Low: -1, Z-High: 1, Step Indep: 10, Depnd: 8

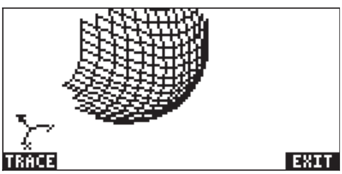
Nota: i valori Step Indep: e Depnd: rappresentano il numero di linee della griglia da usare nel grafico. Quanto più elevati sono questi valori, tanto più lenta sarà la generazione del grafico, sebbene i tempi impiegati per la generazione dei grafici siano relativamente rapidi. Per il momento si manterranno i valori predefiniti di 10 e 8 per il campo Step.

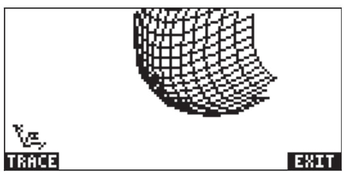
- Premere ERASE DRAW per generare la superficie tridimensionale. Il risultato sarà un'immagine della superficie "wireframe" (solo del reticolato) tracciata in base al sistema di coordinate mostrato nell'angolo in basso a sinistra della schermata. Utilizzando i tasti freccia (◄►▲▼) è possibile modificare l'orientamento della superficie. L'orientamento del sistema di coordinate di riferimento verrà automaticamente adeguato. Provare a modificare autonomamente l'orientamento della superficie. Le seguenti figure mostrano il grafico da due posizioni (viste) diverse:





- Una volta terminato, premere EXIT.
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Impostare il parametro Step come segue: `Step Indep: 20  Depnd: 16`
- Premere ERASE DRAW per visualizzare il grafico della superficie. Viste di esempio:





- Una volta terminato, premere EXIT.
- Premere CANCL per tornare a PLOT WINDOW.
- Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Provare inoltre a creare un grafico 3D rapido per la superficie z = f(x,y) = sin (x^2+y^2)

- Premere ← 2D/3D , simultaneamente se in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Premere ▼ e digitare 'SIN(X^2+Y^2)' OK.
- Premere ERASE DRAW per generare il grafico.
- Una volta terminato, premere EXIT.
- Premere CANCL per tornare a PLOT WINDOW.
- Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

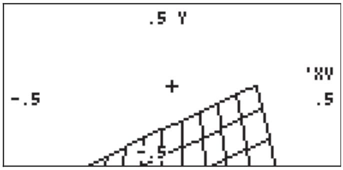
Grafico wireframe

I grafici wireframe sono rappresentazioni tridimensionali di superficie descritte da z = f(x,y). Diversamente dai *grafici 3D* rapidi, i grafici wireframe sono grafici statici. L'utente può scegliere il punto di visualizzazione del grafico, ovvero il punto dal quale si osserva la superficie. Ad esempio, per generare un grafico wireframe per la superficie z=x+2y-3, procedere come segue:

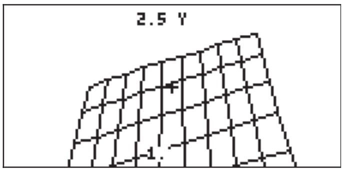
- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare `TYPE` su `Wireframe`.
- Premere ▼ e digitare 'X+2*Y-3' OK.
- Assicurarsi che siano selezionate "X" nel campo `Indep:` e "Y" nel campo `Depnd:` come variabili.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Mantenere gli intervalli della finestra del grafico predefiniti, come segue: X-Left:-1, X-Right:1, Y-Near:-1, Y-Far: 1, Z-Low: -1, Z-High: 1, XE:0,YE:-3, ZE:0, Step Indep: 10 Depnd: 8

Le coordinate XE, YE, ZE rappresentano le coordinate del punto di visualizzazione, ovvero le coordinate del punto dal quale l'osservatore guarda il grafico. I valori mostrati sono i valori predefiniti. I valori Step Indep: e Depnd: rappresentano il numero di linee della griglia da usare nel grafico. Tanto più elevati sono questi numeri, quanto più lenta sarà la generazione del grafico. Per il momento si manterranno i valori predefiniti di 10 e 8 per il campo Step

- Premere ERASE DRAW per generare la superficie tridimensionale. Il risultato sarà un'immagine a reticolo (wireframe) della superficie.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con le etichette e gli intervalli. Questa particolare versione del grafico è limitata alla parte inferiore del display. È possibile modificare il punto di vista per visualizzare una versione diversa del grafico.

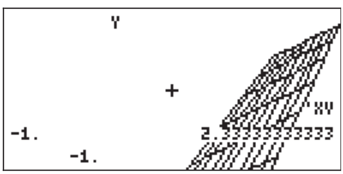


- Premere NXT NXT PICT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Impostare le coordinate del punto di visualizzazione come segue: `XE:0` `YE:-3` `ZE:3`
- Premere ERASE DRAW per visualizzare il grafico della superficie.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con le etichette e gli intervalli.



Questa versione del grafico occupa un'area maggiore del display rispetto a quella precedente. È possibile modificare nuovamente il punto di vista, per visualizzare un'altra versione del grafico.

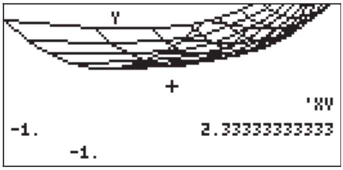
- Premere NXT NXT PICT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Impostare le coordinate del punto di visualizzazione come segue: `XE:3` `YE:3` `ZE:3`
- Premere ERASE DRAW per visualizzare il grafico della superficie. Questa volta la maggior parte del grafico si trova sul lato destro del display.



- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Provare inoltre a generare un grafico wireframe per la superficie $z = f(x,y) = x^2+y^2$

- Premere ← 2D/3D , simultaneamente se in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Premere ▼ e digitare 'X^2+Y^2' OK.
- Premere ERASE DRAW per generare il campo di direzioni. Premere EDIT NXT MENU LABEL per vedere il grafico senza il menu e con le etichette di identificazione.

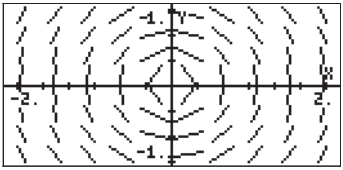


- Premere NXT NXT PICT per uscire dall'ambiente EDIT (Modifica).
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Grafici Ps-Contour

I grafici delle isolinee Ps-Contour sono rappresentazioni tridimensionali di superfici descritte da by z = f(x,y). Le isolinee generate sono proiezioni delle superfici di livello z = costante sul piano x-y. Per generare ad esempio un grafico delle isolinee Ps-Contour per la superficie $z = x^2+y^2$, procedere come segue:

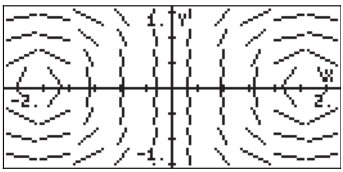
- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare TYPE su Ps-Contour (Isolinee Ps).
- Premere ▼ e digitare 'X^2+Y^2' OK.
- Assicurarsi che siano selezionate "X" nel campo `Indep:` e "Y" nel campo `Depnd:` come variabili.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Impostare gli intervalli della finestra del grafico predefiniti come segue: X-Left:-2, X-Right:2, Y-Near:-1 Y-Far: 1, Step Indep: 10, Depnd: 8
- Premere ERASE DRAW per generare il grafico delle isolinee. Questa operazione richiederà tempo, si prega di pazientare. Il risultato è un grafico delle isolinee della superficie. Si noti che le isolinee non sono necessariamente continue, tuttavia forniscono un'immagine chiara delle superfici di livello che rappresentano la funzione.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con le etichette e gli intervalli.



- Premere NXT NXT PICT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Provare inoltre a generare un grafico delle isolinee Ps-Contour per la superficie $z = f(x,y) = \sin x \cos y$.

- Premere ← 2D/3D, simultaneamente se in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Premere ▼ e digitare 'SIN(X)*COS(Y)' OK.
- Premere ERASE DRAW per generare il campo di direzioni. Premere EDIT NXT LABEL MENU per vedere il grafico senza il menu e con le etichette di identificazione.



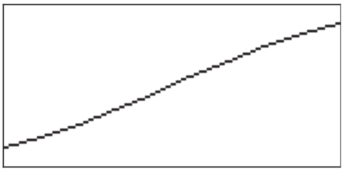
- Premere NXT NXT PICT per uscire dall'ambiente EDIT (Modifica).
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Grafico Y-slice

I grafici Y-slice sono grafici animati di z-vs.-y per diversi valori di x della funzione z = f(x,y). Ad esempio, per generare un grafico y-slice per la superficie $z = x^3\text{-}xy^3$, procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D, contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare TYPE su Y-Slice.
- Premere ▼ e digitare 'X^3+X*Y^3' OK.
- Assicurarsi che siano selezionate "X" nel campo Indep: e "Y" nel campo Depnd: come variabili.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.

- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Impostare gli intervalli della finestra del grafico predefiniti come segue: X-Left:-1, X-Right:1, Y-Near:-1, Y-Far: 1, Z-Low:-1, Z-High:1, Step Indep: 10 Depnd: 8
- Premere ERASE DRAW per generare la superficie tridimensionale. La calcolatrice genererà una serie di curve sullo schermo che scomparirà immediatamente. Una volta terminata la generazione delle curve y-slice, la funzione procederà automaticamente ad animare le diverse curve. Una delle curve è mostrata nella figura seguente.



- Premere ON per interrompere l'animazione. Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Provare inoltre a generare un grafico delle isolinee Ps-Contour per la superficie

z = f(x,y) = (x+y) sin y.

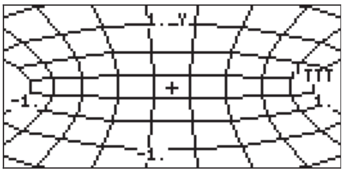
- Premere ← 2D/3D , simultaneamente se in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Premere ▼ e digitare '(X+Y)*SIN(Y)' OK.
- Premere ERASE DRAW per generare l'animazione Y-Slice.
- Premere ON per interrompere l'animazione.
- Premere CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW. Premere quindi ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Grafici gridmap

I grafici gridmap generano una griglia di curve ortogonali che descrive la funzione di una variabile complessa della forma w =f(z) = f(x+iy), dove z = x+iy è la variabile complessa. Le funzioni rappresentate corrispondono alla parte reale e immaginaria di w = Φ(x,y) + iΨ(x,y), ovvero, rappresentano le curve Φ(x,y) = costante, e Ψ(x,y) = costante. Per generare, ad esempio, un grafico gridmap per la funzione w = sin(z), procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare TYPE su Gridmap.

- Premere ▽ e digitare 'SIN(X+i*Y)' OK.
- Assicurarsi che siano selezionate "X" nel campo Indep: e "Y" nel campo Depnd: come variabili.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Mantenere gli intervalli della finestra del grafico predefiniti, come segue: X-Left:-1, X-Right:1, Y-Near:-1 Y-Far: 1, XXLeft:-1 XXRight:1, YYNear:-1, yyFar: 1, Step Indep: 10 Depnd: 8
- Premere ERASE DRAW per generare il grafico gridmap. Il risultato è una griglia che rappresenta le funzioni corrispondenti alle parti reale e immaginaria della funzione complessa.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con le etichette e gli intervalli.



- Premere NXT NXT PICT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

Le altre funzioni di una variabile complessa la cui rappresentazione mediante grafici gridmap può risultare interessante sono:

(1) SIN((X,Y))	i.e., $F(z) = \sin(z)$	(2)(X,Y)^2	i.e., $F(z) = z^2$
(3) EXP((X,Y))	i.e., $F(z) = e^z$	(4) SINH((X,Y))	i.e., $F(z) = \sinh(z)$
(5) TAN((X,Y))	i.e., $F(z) = \tan(z)$	(6) ATAN((X,Y))	i.e., $F(z) = \tan^{-1}(z)$
(7) (X,Y)^3	i.e., $F(z) = z^3$	(8) 1/(X,Y)	i.e., $F(z) = 1/z$
(9) √ (X,Y)	i.e., $F(z) = z^{1/2}$		

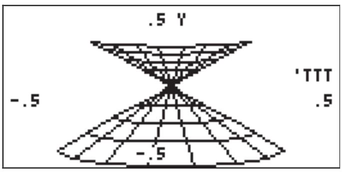
Grafici delle superfici parametriche

I grafici delle superfici parametriche (Pr) sono usati per la rappresentazione di una superficie tridimensionale le cui coordinate (x,y,z) sono descritte da x = x(X,Y), y = y(X,Y), z=z(X,Y), dove X e Y sono parametri indipendenti.

Nota: le equazioni x = x(X,Y), y = y(X,Y), z=z(X,Y) rappresentano una descrizione parametrica di una superficie. X e Y sono i parametri indipendenti. La maggior parte dei libri di testo utilizza (u,v) come parametri anziché (X,Y). Pertanto, la descrizione parametrica di una superficie è indicata come x = x(u,v), y = y(u,v), z=z(u,v).

Per generare ad esempio, il grafico per la superficie parametrica x = x(X,Y) = X sin Y, y = y(X,Y) = x cos Y, z=z(X,Y)=X, procedere come segue:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare TYPE su Pr-Surface (Superficie parametrica).
- Premere ▼ e digitare '{X*SIN(Y), X*COS(Y), X}' OK.
- Assicurarsi che siano selezionate "X" nel campo Indep: e "Y" nel campo Depnd: come variabili.
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN (contemporaneamente se si è in modalità RPN) per accedere alla schermata PLOT WINDOW.
- Mantenere gli intervalli della finestra del grafico predefiniti, come segue: X-Left:-1, X-Right:1, Y-Near:-1, Y-Far: 1, Z-Low: -1, Z-High:1, XE: 0, YE:-3, zE:0, Step Indep: 10, Depnd: 8
- Premere ERASE DRAW per generare la superficie tridimensionale.
- Premere EDIT NXT LABEL MENU per visualizzare il grafico con le etichette e gli intervalli.



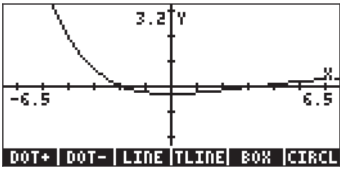
- Premere NXT NXT PICT CANCL per ritornare all'ambiente PLOT WINDOW.
- Premere ON o NXT OK per tornare al display normale della calcolatrice.

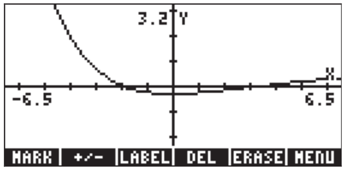
Variabile VPAR

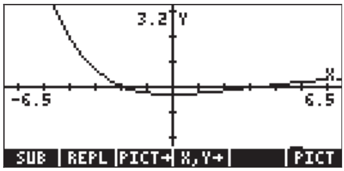
La variabile VPAR (Parametro volumetrico) contiene informazioni relative al "volume" usato per generare un grafico tridimensionale. Tale variabile verrà pertanto creata quando si genera un grafico tridimensionale come Fast3D, Wireframe o Pr-Surface.

Disegno interattivo

Quando si genera un grafico bidimensionale, nella schermata dei grafici è presente un tasto funzione denominato EDIT. Premendo EDIT si aprirà un menu che comprende le seguenti opzioni (premere NXT per visualizzare ulteriori funzioni):







Mediante gli esempi precedenti, l'utente ha avuto la possibilità di provare le funzioni LABEL, MENU, PICT→ e REPL. Molte delle restanti funzioni, come DOT+, DOT-, LINE, BOX, CIRCL, MARK, DEL, ecc., possono essere usate per generare punti, rette, cerchi, nella schermata dei grafici, come descritto di seguito. Per vedere come usare queste funzioni, si proverà il seguente esercizio:

Per iniziare, si definirà la schermata dei grafici corrispondente alle seguenti istruzioni:

- Premere ← 2D/3D , contemporaneamente (se si è in modalità RPN) per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Impostare `TYPE` su `Function`, se necessario
- Impostare EQ su "X"
- Assicurarsi che anche Indep: sia impostato su "X"
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN , contemporaneamente se si è in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT (in questo caso denominata finestra PLOT-POLAR).
- Impostare l'intervallo H-View da -10 a 10, utilizzando 1 0 +/- OK 1 0 OK e l'intervallo V-View da -5 a 5 utilizzando 5 +/- OK 5 OK.
- Premere ERASE DRAW per tracciare il grafico della funzione.
- Premere EDIT NXT LABEL per aggiungere le etichette al grafico. Premere NXT NXT (o ← PREV) per tornare al menu EDIT (Modifica) originale.

Si illustrerà ora l'uso delle diverse funzioni di disegno nella schermata dei grafici così ottenuta. A questo scopo, utilizzare il cursore e i tasti freccia (◀ ▶ ▲ ▼) per spostare il cursore nella schermata dei grafici.

DOT+ e DOT-

Se è selezionata la funzione DOT+, i pixel si accenderanno al passaggio del cursore che si lascerà alle spalle la traccia della sua posizione. Se è selezionata la funzione DOT-, si avrà l'effetto opposto, ovvero, spostando il cursore, i pixel verranno spenti.

Ad esempio, utilizzare i tasti ▶ ▲ per spostare il cursore in un punto al centro del primo quadrante del piano x-y, quindi premere DOT+. L'etichetta sarà selezionata (DOT+■). Tenere premuto il tasto ▶ per vedere tracciata una retta orizzontale. Premere ora DOT-, per selezionare questa opzione (DOT-■). Tenere premuto il tasto ◀ per cancellare la retta appena tracciata. Una volta terminato, premere DOT-, per deselezionare questa opzione.

MARK

Questo comando consente all'utente di inserire un punto di riferimento (mark o segno) che può essere usato per vari scopi, quali:

- Inizio della retta con il comando LINE o TLINE
- Angolo per il comando BOX
- Centro per il comando CIRCLE

Utilizzando il comando MARK si inserirà semplicemente una x nella posizione prescelta (premere NXT MARK per vedere tale comando in azione).

LINE

Questo comando è usato per generare una retta tra due punti di un grafico. Per vedere tale comando in azione, posizionare il cursore in un punto qualsiasi del primo quadrante e premere ↰ PREV LINE. Verrà inserito un segno (MARK) sul cursore a indicare l'origine della retta. Utilizzare il tasto ▶ per spostare il cursore a destra della posizione corrente, ad esempio circa 1 cm a destra e premere LINE. Verrà tracciata una retta tra il primo e l'ultimo punto.

Si noti che il cursore all'estremità di questa retta è ancora attivo, a indicare che la calcolatrice è pronta per tracciare una retta a partire da tale punto. Premere ▼ per spostare il cursore verso il basso, ad esempio di circa un altro cm e premere nuovamente LINE. Si avrà ora un angolo piatto delimitato da un segmento verticale e uno orizzontale. Il cursore è ancora attivo. Per disattivarlo senza spostarlo, premere LINE. Il cursore ritorna alla sua forma normale (una croce) e la funzione LINE non è più attiva.

TLINE

(Toggle LINE) Spostare il cursore nel secondo quadrante per vedere come si utilizza questa funzione. Premere TLINE. Verrà inserito un segno (MARK) all'inizio della retta "toggle" (cambio di stato). Spostare il cursore con i tasti freccia lontano da questo punto e premere TLINE. Verrà tracciata una retta dalla posizione corrente del cursore al punto di riferimento selezionato in precedenza. I pixel che si trovano sul percorso di tale retta verranno spenti e viceversa. Per eliminare l'ultima retta tracciata, premere nuovamente TLINE. Per disattivare la funzione TLINE, riportare il cursore al punto originale, nel quale la funzione TLINE è stata attivata, e premere LINE LINE.

BOX

Questo comando è usato per generare un rettangolo nel grafico. Spostare il cursore per cancellare l'area del grafico e premere BOX. Questo evidenzierà il cursore. Spostare il cursore con i tasti freccia su un punto lontano e in direzione diagonale rispetto alla posizione corrente del cursore. Premere nuovamente BOX. Verrà disegnato un rettangolo la cui diagonale congiunge la posizione iniziale e finale del cursore. La posizione iniziale del rettangolo è ancora contrassegnata da una x. Spostando il cursore in un'altra posizione e premendo BOX si creerà un nuovo rettangolo contenente il punto iniziale. Per deselezionare la funzione BOX, riportare il cursore al punto originale, nel quale è stata attivata, quindi premere LINE LINE.

CIRCL

Questo comando genera un cerchio. Contrassegnare il centro del cerchio con il comando MARK, quindi spostare il cursore su un punto che farà parte della circonferenza e premere CIRCL. Per disattivare la funzione CIRCL, riportare il cursore alla posizione contrassegnata mediante il comando MARK e premere LINE.

Provare questo comando spostando il cursore in una parte libera del grafico, premere MARK. Spostare il cursore in un altro punto, quindi premere CIRCL. Verrà disegnato un cerchio con centro nel punto contrassegnato con MARK, passante per l'ultimo punto definito dal cursore.

LABEL

Premendo LABEL si inseriranno le etichette per gli assi x e y del grafico corrente. Questa funzione è stata usata varie volte nel presente capitolo.

DEL

Questo comando è usato per eliminare parti del grafico tra due posizioni contrassegnate con MARK. Spostare il cursore in un punto nel grafico e premere MARK. Spostare il cursore in un punto diverso, premere nuovamente MARK. Quindi premere DEL. La sezione del grafico all'interno del rettangolo (tra i due segni) sarà cancellata.

ERASE

La funzione ERASE cancella l'intero contenuto della finestra dei grafici. Questo comando è disponibile nel menu PLOT, nonché nelle finestre dei grafici, accessibile mediante i tasti funzione.

MENU

Premendo MENU non verranno più visualizzate le etichette dei tasti funzione e si vedrà solo il grafico. Per visualizzare nuovamente le etichette, premere NXT.

SUB

Utilizzare questo comando per estrarre un sottoinsieme di un oggetto grafico. L'oggetto estratto verrà automaticamente posizionato nello stack. Selezionare il sottoinsieme che si desidera estrarre inserendo un segno (MARK) in un punto del grafico e spostando il cursore nell'angolo con la diagonale del rettangolo che racchiude il sottoinsieme grafico, quindi premere SUB. Questa funzione può essere usata per spostare parti di un oggetto grafico all'interno del grafico.

REPL

Questo comando inserisce il contenuto di un oggetto grafico attualmente nel livello di stack 1 nella posizione del cursore all'interno della finestra dei grafici. L'angolo in alto a sinistra dell'oggetto grafico da inserire nel grafico sarà posizionato in corrispondenza del cursore. Pertanto, se si desidera che un grafico dello stack riempia la finestra dei grafici, assicurarsi che il cursore sia posizionato nell'angolo in alto a sinistra del display.

PICT→

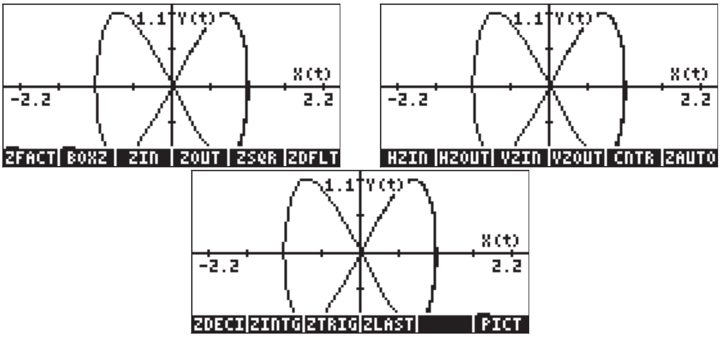
Questo comando esegue una copia del grafico attualmente nella finestra dei grafici e la inserisce nello stack come oggetto grafico. L'oggetto grafico inserito nello stack può essere salvato in una variabile per tenerlo in memoria o per altri tipi di manipolazione.

X,Y→

Questo comando copia nello stack le coordinate della posizione corrente del cursore, in coordinate definite dall'utente.

Zoom avanti e indietro nel riquadro grafico

Quando si genera interattivamente un grafico bidimensionale di una funzione, il primo tasto funzione, denominato ZOOM, consente di accedere alle funzioni da usare per ingrandire o rimpicciolire il grafico nel riquadro. Il menu ZOOM comprende le seguenti funzioni (premere NXT per passare al menu successivo):



Di seguito verranno illustrate le singole funzioni. Occorre semplicemente generare un grafico come indicato nel Capitolo 12 o con uno dei programmi elencati all'inizio del presente capitolo.

ZFACT, ZIN, ZOUTe ZLAST

Premendo ZFACT si ottiene una schermata di input che consente di impostare i fattori X e Y correnti. I fattori X e Y abbinano gli intervalli orizzontale e verticale in unità definite dall'utente ai corrispondenti intervalli in pixel. Impostare Factor-H su 8 e premere OK, quindi impostare V-Factor su 2, infine premere OK. Deselezionare l'opzione `✓Recenter on cursor` (Centra nuovamente sul cursore) e premere OK.

Una volta tornati al riquadro grafico, premere ZIN. Il grafico verrà ridisegnato in base ai nuovi fattori di scala verticale e orizzontale, centrati sulla posizione del cursore, mantenendo le dimensioni PICT originali (ovvero, il numero originale di pixel in entrambe le direzioni). Utilizzando i tasti freccia, scorrere in orizzontale o in verticale portandosi il più lontano possibile dal grafico ingrandito.

Per eseguire lo zoom indietro, nei limiti definiti da H-fator e V-factor con ZFACT, premere ZOOM ZOUT.. Il grafico ottenuto fornirà maggiori dettagli rispetto al grafico ingrandito.

È sempre possibile tornare all'ultima finestra di zoom utilizzando ZLAST.

BOXZ

Lo zoom avanti e indietro di un determinato grafico può essere eseguito mediante il tasto funzione BOXZ. Con BOXZ si seleziona il settore rettangolare (il "riquadro") che si desidera ingrandire. Spostare il cursore su uno degli angoli del riquadro (utilizzando i tasti freccia), quindi premere ZOOM BOXZ. Utilizzando nuovamente i tasti freccia, spostare il cursore sull'angolo opposto rispetto al riquadro di zoom desiderato. Il cursore traccerà a display un riquadro di zoom. Quando il riquadro di zoom desiderato è selezionato, premere ZOOM. La calcolatrice ingrandirà il contenuto del riquadro di zoom selezionato per riempire l'intera schermata.

Premendo ZOUT, la calcolatrice rimpicciolisce il riquadro corrente utilizzando H-Factor e V-Factor (che potrebbero non riuscire a tornare alla visione iniziale del grafico prima dell'ingrandimento).

ZDFLT, ZAUTO

Premendo ZDFLT, si ridisegna il grafico corrente utilizzando gli intervalli predefiniti di x e y, ovvero, da - 6.5 a 6.5 in x, e da -3.1 a 3.1 in y. Il comando ZAUTO, d'altra parte, crea una finestra di zoom utilizzando l'intervallo della variabile indipendente corrente (x), ma variando l'intervallo di quella dipendente (y) per interpolare la curva (come quando si utilizza la funzione AUTO nel modulo di input PLOT WINDOW (← WIN, simultaneamente se in modalità RPN).

HZIN, HZOUT, VZIN e VZOUT

Queste funzioni consentono di ingrandire e rimpicciolire la schermata dei grafici in senso orizzontale o verticale, in base ai valori correnti di H-Factor e V-Factor.

CNTR

Ingrandisce con il centro del riquadro di zoom nella posizione corrente del cursore. I fattori di zoom usati sono i parametri H-Factor e V-Factor correnti.

ZDECI

Ingrandisce il grafico in modo da arrotondare i limiti dell'intervallo delle x a un valore decimale.

ZINTG

Ingrandisce il grafico in modo da trasformare i pixel in unità definite dall'utente. Ad esempio, la finestra PICT minima ha 131 pixel. Quando si utilizza ZINTG, con il cursore al centro della schermata, la finestra viene ingrandita in modo che l'asse delle x passi da -64.5 a 65.5.

ZSQR

Ingrandisce il grafico in modo da mantenere le proporzioni 1:1 regolando la scala dell'asse x e mantenendo fissa quella dell'asse y, se la finestra è più larga che alta. In questo modo si forza uno zoom proporzionale.

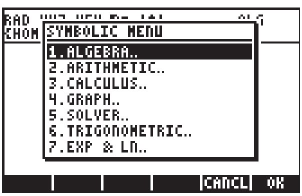
ZTRIG

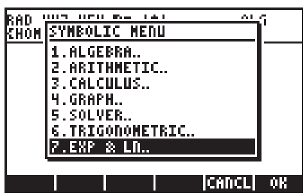
Ingrandisce il grafico in modo che la scala sia impostata su un intervallo da circa -3π +3π, che corrisponde all'intervallo ottimale per le funzioni trigonometriche.

Nota: nessuna di queste funzioni è programmabile. Sono utili solo se usate in modo interattivo. Non confondere il comando ZFACT nel menu ZOOM con la funzione ZFACTOR, che è usata in applicazioni di dinamica a chimica dei gas (vedere il Capitolo 3).

Menu SYMBOLIC e i grafici

Il menu SYMBOLIC è attivato dalla pressione del tasto SYMB (quarto tasto da sinistra nella quarta fila della tastiera a partire dall'alto). Questo menu fornisce un elenco dei seguenti menu relativi al sistema CAS (Computer Algebraic System):





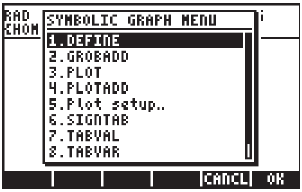
Tutti, tranne uno, sono disponibili direttamente da tastiera premendo la combinazione di tasti appropriata, come segue. Viene indicato anche il capitolo del presente manuale d'uso nel quale tali menu sono descritti:

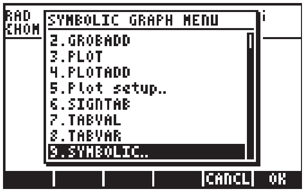
ALGEBRA..	↱ ALG	(tasto 4)	Ch. 5
ARITHMETIC..	↰ ARITH	(tasto 1)	Ch. 5
CALCULUS..	↰ CALC	(tasto 4)	Ch. 13

SOLVER..	← S.SLV (tasto 7)	Ch. 6
TRIGONOMETRIC..	→ TRIG (tasto 8)	Ch. 5
EXP&LN..	← EXP&LN (tasto 8)	Ch. 5

Menu SYMB/GRAPH

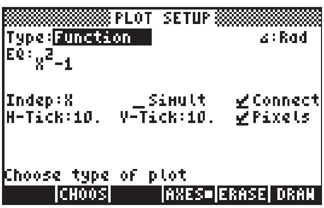
Il sottomenu GRAPH all'interno del menu SYMB comprende le seguenti funzioni:

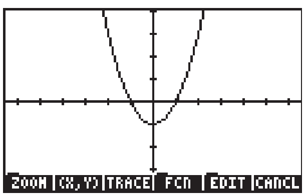




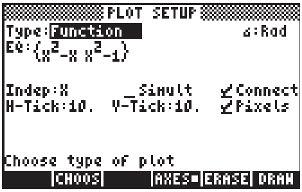
DEFINE: come sequenza di tasti ← DEF (tasto 2)
GROBADD: incolla due GROB, il primo sul secondo (vedere il Capitolo 22)
PLOT(funzione): rappresenta graficamente una funzione, simile a ← 2D/3D
PLOTADD(funzione): aggiunge questa funzione all'elenco di funzioni da rappresentare in forma grafica, simile a ← 2D/3D
Plot setup..: come ← 2D/3D
SIGNTAB(funzione): tabella dei segni di una data funzione che mostra gli intervalli della variazione positiva e negativa, i punti di passaggio per lo zero e gli asintoti infiniti
TABVAL: tabella dei valori di una funzione
TABVAR: tabella delle variazioni di una funzione
Di seguito vengono presentati esempi di alcune di queste funzioni.

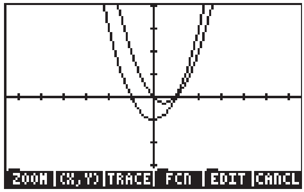
PLOT(X^2-1) è simile a ← 2D/3D con EQ: X^2 -1. Con ERASE DRAW si genera il grafico:



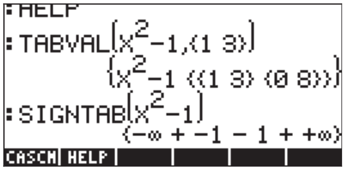


PLOTADD(X^2-X) è simile a ← 2D/3D ma aggiungendo questa funzione a EQ: X^2 -1. Con ERASE DRAW si genera il grafico:



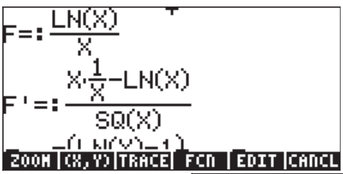


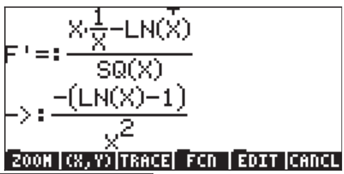
TABVAL(X^2-1,{1, 3}) dà come risultato un elenco di valori {min max} della funzione nell'intervallo {1,3}, mentre SIGNTAB(X^2-1) mostra il segno della funzione nell'intervallo (-∞,+), con f(x) > 0 in (-∞,-1), f(x) <0, in (-1,1) e f(x) > 0 in (1,+ ∞).

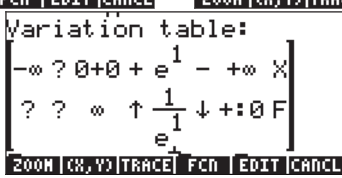


TABVAR(LN(X)/X) genera la seguente tabella delle variazioni:

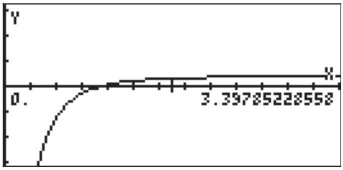
Un'interpretazione dettagliata della tabella risulta più facilmente comprensibile in modalità RPN:





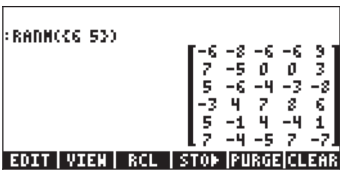


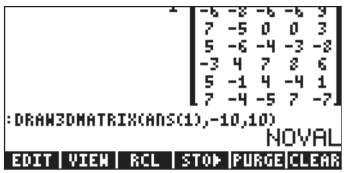
Il risultato è un formato grafico che mostra la funzione originale, F(x), la derivata F'(x) immediatamente dopo la derivazione e dopo la semplificazione, infine una tabella delle variazioni. La tabella è costituita da due righe, con etichette sul lato destro. Pertanto, la riga superiore rappresenta i valori di X mentre la seconda riga rappresenta i valori di F. I punti interrogativi indicano incertezza o mancanza di definizione. Ad esempio, per X<0, LN(X) non è definita e la riga X mostra un punto interrogativo nell'intervallo. In corrispondenza dello (0+0) F è infinita, per X = e, F = 1/e. F è crescente prima di raggiungere tale valore, come mostrato dalla freccia su, e decrescente dopo questo valore (X=e), diventando leggermente più elevata di zero (+:0) per X che tende a infinito. Di seguito è mostrato il tracciato del grafico per illustrare queste osservazioni:



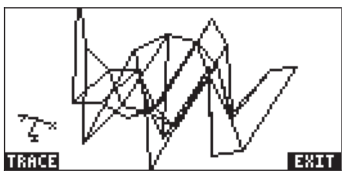
Funzione DRAW3DMATRIX

Questa funzione prende come argomento una matrice nxm, **Z**, = [z_{ij}] e i valori minimo e massimo del grafico. È possibile selezionare i valori di v_{min} e v_{max} in modo che contengano i valori compresi in **Z**. La chiamata generale alla funzione è, pertanto, DRAW3DMATRIX(**Z**,v_{min},v_{max}). Per illustrare l'uso di questa funzione, si genera in primo luogo una matrice 6x5 utilizzando RANM({6,5}), quindi si richiama la funzione DRAW3DMATRIX, come mostrato di seguito:





Il grafico è nello stile di FAST3DPLOT. Di seguito viene riportato il grafico visto da diverse angolazioni:

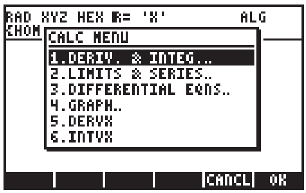


Capitolo 13
Applicazioni di calcolo infinitesimale

Nel presente capitolo si tratteranno le applicazioni delle funzioni della calcolatrice per eseguire operazioni di calcolo infinitesimale, ad esempio, limiti, derivate, integrali, serie di potenze, ecc.

Menu CALC (Calcolo infinitesimale)

Molte delle funzioni presentate in questo capitolo sono contenute nel menu CALC della calcolatrice, richiamabile utilizzando la sequenza di tasti ← CALC (associata al tasto 4). Il menu CALC mostra le seguenti voci:



Le prime quattro opzioni in questo menu sono in effetti sottomenu relativi a (1) derivate e integrali, (2) limiti e serie di potenze, (3) equazioni differenziali e (4) grafici. Le funzioni di cui alle opzioni (1) e (2) saranno illustrate nel seguito del presente capitolo. Le equazioni differenziali, oggetto dell'opzione (3) sono descritte al Capitolo 16. Le funzioni grafiche, oggetto dell'opzione (4) sono già state presentate alla fine del Capitolo 12. Infine, le opzioni 5. DERVX e 6. INTVX sono funzioni utilizzate per ottenere una derivata e un integrale indefinito per una funzione della variabile CAS predefinita (normalmente "X"). Le funzioni DERVX e INTVX saranno discusse con maggiore dettaglio successivamente.

Limiti e derivate

Il calcolo differenziale si occupa delle derivate, o tassi di variazione, delle funzioni e delle relative applicazioni in analisi matematica. La derivata di una funzione è definita come il limite della differenza di una funzione al tendere a zero dell'incremento della variabile indipendente. I limiti sono usati anche per verificare la continuità delle funzioni.

Funzione lim

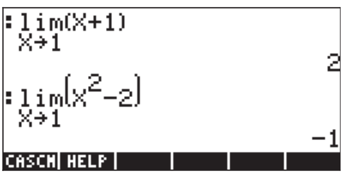
La calcolatrice dispone della funzione *lim* per calcolare i limiti delle funzioni. Questa funzione utilizza come dato di input un'espressione che rappresenta una funzione e il valore in corrispondenza del quale deve essere calcolato il limite. La funzione *lim* è disponibile nel Command Catalog (→ _CAT ALPHA ← L) o mediante l'opzione 2. LIMITS & SERIES… del menu CALC (vedere in alto).

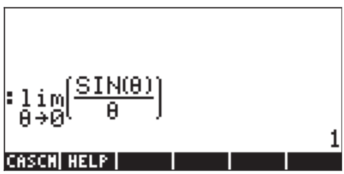
Nota: Di seguito vengono presentate le funzioni disponibili nel menu LIMITS & SERIES:

La funzione DIVPC è usata per dividere due polinomi ottenendo uno sviluppo in serie. Le funzioni DIVPC, SERIES, TAYLOR0 e TAYLOR sono usate negli sviluppi in serie di funzioni e saranno trattate con maggiore dettaglio più avanti in questo capitolo.

La funzione *lim* è inserita in modalità ALG come `lim(f(x),x=a)` per calcolare il limite $\lim_{x \to a} f(x)$. In modalità RPN, inserire per prima la funzione, quindi l'espressione 'x=a', e infine la funzione lim. Di seguito sono mostrati esempi in modalità ALG, compresi alcuni limiti all'infinito. La sequenza di tasti per il primo esempio è la seguente (utilizzando la modalità algebrica, e con il flag di sistema 117 impostato su CHOOSE boxes [Riquadri di SELEZIONE]):

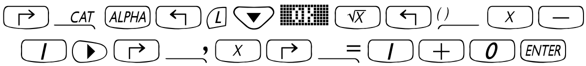
← CALC 2 OK 2 OK X + 1 → , X → = 1 ENTER





Il simbolo di infinito è associato al tasto 0, ovvero, ← ∞ .

Per calcolare i limiti unilaterali, sommare +0 o -0 al valore della variabile. "+0" si riferisce al limite destro, mentre "-0" si riferisce al limite sinistro. Ad esempio, il limite di $\sqrt{x-1}$ per *x* tendente a 1 da sinistra può essere calcolato mediante la seguente sequenza di tasti (in modalità ALG):



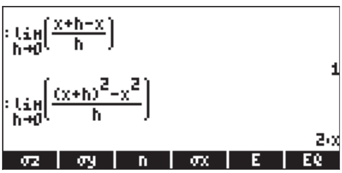
Il risultato è il seguente:

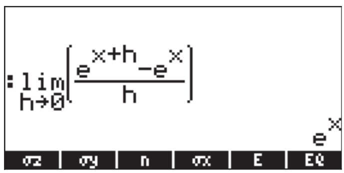
Derivate

La derivata di una funzione f(x) per x = a è definita come il limite

$$\frac{df}{dx} = f'(x) = \lim_{h->0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Alcuni esempi di derivate che utilizzano questo limite sono mostrate nelle seguenti schermate:

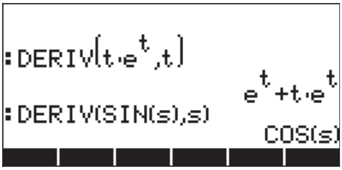


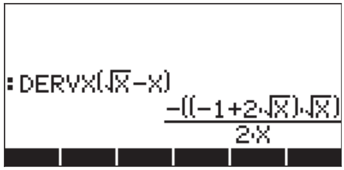


Funzioni DERIV e DERVX

La funzione DERIV è usata per prendere le derivate in termini di variabile indipendente, mentre la funzione DERVX prende le derivate rispetto alla variabile predefinita VX (normalmente "X") del CAS. Mentre la funzione DERVX è disponibile direttamente nel menu CALC, entrambe le funzioni sono disponibili nel sottomenu DERIV.&INTEG all'interno del menu CALCL (CALC).

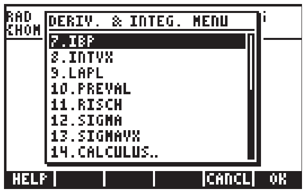
La funzione DERIV richiede una funzione, ad esempio f(t), e una variabile indipendente, ad esempio, t, mentre la funzione DERVX richiede solo una funzione di VX. Di seguito sono riportati alcuni esempi in modalità ALG. Si ricorda che in modalità RPN gli argomenti devono essere inseriti prima della funzione.

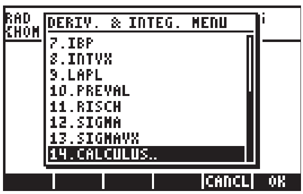




Menu DERIV&INTEG

Le funzioni disponibili in questo sottomenu sono elencate di seguito:





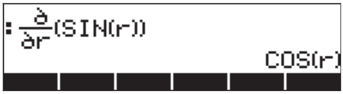
Di queste funzioni, DERIV e DERVX sono usate per le derivate. Le altre funzioni comprendono funzioni relative alle antiderivate e agli integrali (IBP, INTVX, PREVAL, RISCH, SIGMA e SIGMAVX), alla serie di Fourier (FOURIER) e all'analisi vettoriale (CURL, DIV, HESS, LAPL). Di seguito verranno discusse le funzioni DERIV e DERVX, mentre le altre funzioni verranno presentate nel seguito del presente capitolo o in capitoli successivi.

Calcolo delle derivative con ∂

Il simbolo è disponibile come ↱ ∂ (tasto COS). Tale simbolo può essere usato per inserire una derivata nello stack o nell'Equation Writer (vedere il Capitolo 2). Se si utilizza il simbolo per scrivere una derivata nello stack, questo deve essere seguito dalla variabile indipendente, quindi da una coppia di parentesi che racchiude la funzione da derivare. Pertanto, per calcolare la

derivata d(sin(r),r), utilizzare, in modalità ALG:
[→] ∂ [ALPHA] [←] [R] [←] () [SIN] [ALPHA] [←] [R] [ENTER]

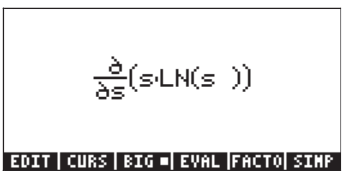
In modalità RPN, l' espressione deve essere racchiusa fra virgolette prima di inserirla nello stack. Il risultato in modalità ALG è:



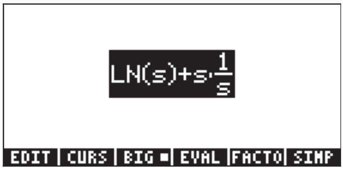
Nell'Equation Writer, quando si preme [→] ∂ , la calcolatrice genera la seguente espressione:

Il cursore di immissione dati (⬅) verrà posizionato in corrispondenza del denominatore, in attesa che l'utente inserisca una variabile indipendente, ad esempio: [ALPHA] [←] [S] . Premere quindi il tasto freccia destra ([▶]) per spostare il segnaposto tra le parentesi:

Successivamente, inserire la funzione da derivare, ad esempio, s*ln(s):



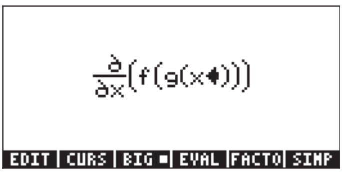
Per valutare la derivata nell'Equation Writer, premere il tasto freccia su ▲, quattro volte, per selezionare l'intera espressione, quindi premere EVAL. La derivata sarà valutata nell'Equation Writer come:

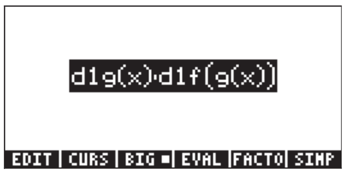


Nota: Il simbolo ∂ formalmente usato in matematica per indicare una derivata parziale, ossia la derivata di una funzione con più di una variabile. Tuttavia, la calcolatrice non distingue tra derivate ordinarie e parziali e utilizza lo stesso simbolo per entrambe. L'utente deve ricordare questa distinzione al momento di tradurre su carta i risultati della calcolatrice.

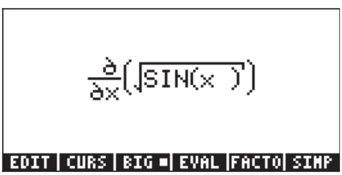
Regola della catena

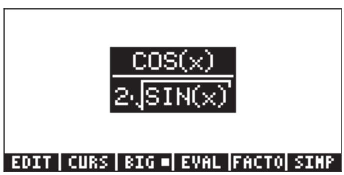
La regola della catena per le derivate si applica alle derivate di funzioni composte. Un'espressione generica per la regola della catena è d{f[g(x)]}/dx = (df/dg)·(dg/dx). Utilizzando la calcolatrice, questa formula dà come risultato:





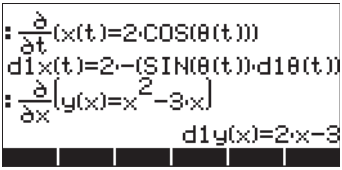
I termini d1 che precedono g(x) e f(g(x)) nell'espressione in alto sono abbreviazioni che la calcolatrice utilizza per indicare la derivata prima quando la variabile indipendente, in questo caso x, è chiaramente definita. Pertanto, il risultato precedente è interpretato come nella formula della regola della catena mostrata in precedenza. Di seguito viene illustrato un altro esempio applicativo della regola della catena:

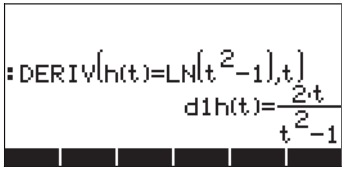


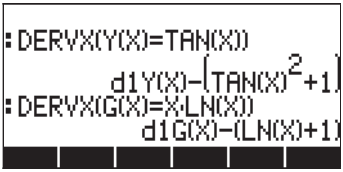


Derivate di equazioni

È possibile utilizzare la calcolatrice per calcolare le derivate di equazioni, ovvero espressioni nelle quali entrambi i termini dell'equazione ammettono le derivate. Di seguito sono riportati alcuni esempi:



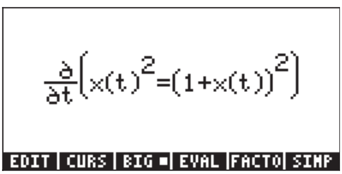


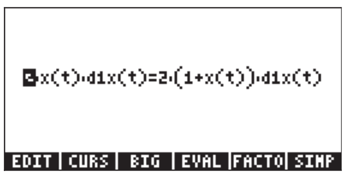


Si noti che nelle espressioni nelle quali si è usato il segno di derivata (∂) o la funzione DERIV, viene mantenuto il segno di uguale dell'equazione, ad esclusione dei casi in cui è stata usata la funzione DERVX. In questi casi, l'equazione è stata riscritta con tutti i termini spostati a sinistra dell'uguale. Inoltre il segno di uguale viene rimosso, ma è sottointeso che l'espressione ottenuta è uguale a zero.

Derivate implicite

Le derivate implicite sono ammesse in espressioni come:





Applicazione di derivate

Le derivate possono essere usate per l'analisi di grafici e funzioni nonché per l'ottimizzazione delle funzioni di una variabile (ovvero, calcolare gli estremi massimi e minimi). Di seguito sono riportate alcune applicazioni delle derivate.

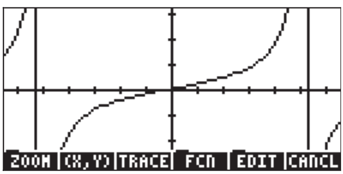
Analisi dei grafici delle funzioni

Nel Capitolo 11 sono state presentate alcune funzioni disponibili nella schermata dei grafici che consentono l'analisi dei grafici di funzioni della forma y = f(x). Tali funzioni comprendono (X,Y) e TRACE per determinare i punti del grafico, nonché le funzioni del menu ZOOM e FCN. Le funzioni nel menu ZOOM consentono all'utente di ingrandire un grafico per analizzarlo con maggiore dettaglio. Queste funzioni sono descritte nel Capitolo 12. Tra le funzioni del menu FCN, è possibile utilizzare le funzioni SLOPE, EXTR, F' e TANL per determinare la pendenza di una tangente al grafico, gli estremi (minimi e massimi) della funzione, per tracciare la derivata e determinare l'equazione della tangente.

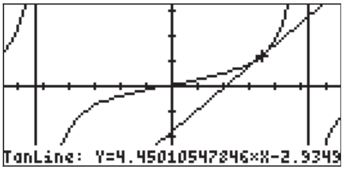
Provare il seguente esercizio per la funzione y = tan(x).

- Premere ← 2D/3D , simultaneamente in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP (Impostazione grafico).
- Impostare `TYPE` su `FUNCTION`, se necessario, utilizzando [CHOOS].
- Premere ▼ e digitare "TAN(X)" nell'equazione.
- Assicurarsi che la variabile indipendente sia impostata su "X".
- Premere NXT OK per ritornare al display normale della calcolatrice.
- Premere ← WIN , simultaneamente, per accedere alla finestra PLOT
- Impostare l'intervallo H-VIEW da -2 a 2 e l'intervallo V-VIEW da -5 a 5.
- Premere ERASE DRAW per tracciare la funzione in coordinate polari.

Il grafico ottenuto è il seguente:



- Si noti che le rette verticali rappresentano gli asintoti. Questi non sono parte del grafico, ma mostrano i punti nei quali TAN(X) tende a ± ∞ per determinati valori di X.
- Premere TRACE (X,Y) e spostare il cursore sul punto X: 1.08E0, Y: 1.86E0. Quindi premere NXT FCN SLOPE. Il risultato è Slope: 4.45010547846.
- Premere NXT NXT TANL. Questa operazione determina l'equazione della retta tangente e traccia il relativo grafico nella stessa figura. Il risultato è mostrato nella figura sottostante:



- Premere NXT PICT CANCL ON per ritornare al display normale della calcolatrice. Si noti che la pendenza e la retta tangente richieste sono inserite nello stack.

Funzione DOMAIN

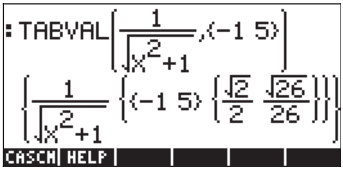
La funzione DOMAIN, disponibile nel Command Catalog (→ CAT), fornisce il dominio di definizione di una funzione sotto forma di elenco di numeri e specifiche. Ad esempio,

indica che tra –∞ e 0, la funzione LN(X) non è definita (?), mentre da 0 a +∞, la funzione è definita (+). D'altra parte,

indica che la funzione non è definita tra –∞ e -1, o tra 1 e +∞. Il dominio di questa funzione è, pertanto, -1<X<1.

Funzione TABVAL

Questa funzione è accessibile mediante il Command Catalog o il sottomenu GRAPH nel menu CALC. La funzione TABVAL prende come argomenti una funzione della variabile del CAS, f(X) e un elenco di due numeri che rappresentano il dominio di interesse per la funzione f(X). La funzione TABVAL restituisce i valori di partenza più l'intervallo della funzione corrispondente al dominio utilizzato come input. Ad esempio,

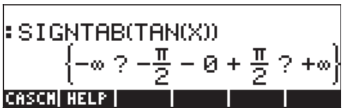


Questo risultato indica che l'intervallo della funzione $f(X) = \dfrac{1}{\sqrt{X^2+1}}$

corrispondente al dominio D = { -1,5 } è R = $\left\{ \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{26}}{26} \right\}$.

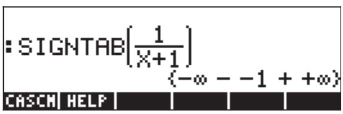
Funzione SIGNTAB

La funzione SIGNTAB, disponibile mediante il Command Catalog (CAT) fornisce informazioni sul segno di una funzione all'interno del suo dominio. Ad esempio, per la funzione TAN(X),



SIGNTAB indica che TAN(X) è negativa< tra –π/2 e 0 e positiva tra 0 e π/2. In questo caso, SIGNTAB non fornisce informazioni (?) per gli intervalli compresi tra –∞ e -π/2, o tra +π/2 e ∞. Pertanto, SIGNTAB, in questo caso, fornisce informazioni solo sul dominio principale di TAN(X), ossia -π/2 < X < +π/2.

Di seguito è presentato un secondo esempio della funzione SIGNTAB:



In questo caso, la funzione è negativa per X<-1 e positiva per X> -1.

Funzione TABVAR

Questa funzione è accessibile mediante il Command Catalog o il sottomenu GRAPH nel menu CALC. Utilizza come dato di input la funzione f(VX), dove VX è la variabile predefinita del CAS. La funzione restituisce il seguente risultato, in modalità RPN:

- Livello 3: la funzione f(VX)

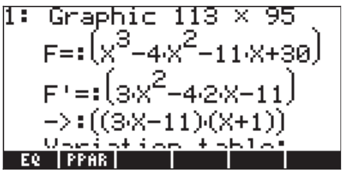
- Due elenchi, il primo indica la variazione della funzione (ovvero, dove è crescente o decrescente) in termini di variabile indipendente VX, il secondo indica la variazione della funzione in termini di variabile dipendente.

- Un oggetto grafico che mostra come è stata calcolata la tabella delle variazioni.

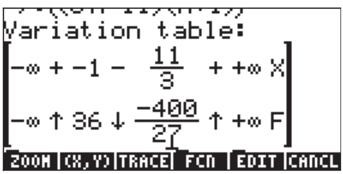
Ad esempio: Si analizzi la funzione Y = X^3-4X^2-11X+30, utilizzando la funzione TABVAR. In modalità RPN utilizzare la seguente sequenza di tasti:

`'X^3-4*X^2-11*X+30'` ENTER ↱ CAT ALPHA T (seleziona TABVAR) OK

Questo è ciò che mostra la calcolatrice nel livello di stack 1:



Questo è un oggetto grafico. Per visualizzare il risultato complessivo, premere ▼. La tabella delle variazioni della funzione è mostrata come segue:



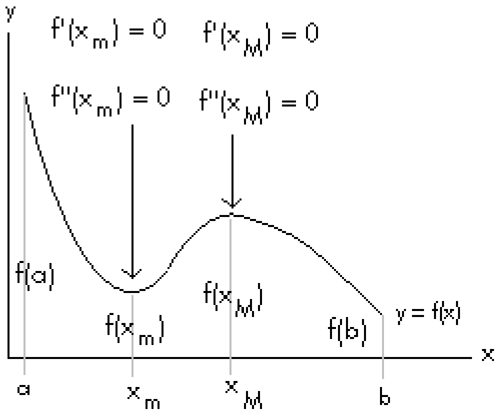
Premere ON per tornare display normale della calcolatrice. Premere ◄ per eliminare questo risultato dallo stack.

Due elenchi, corrispondenti alle righe superiore e inferiore della matrice del grafico mostrata in precedenza, occupano ora il livello 1. Tali elenchi possono essere utili ai fini della programmazione. Premere ◄ per eliminare questo risultato dallo stack.

L'interpretazione della tabella delle variazioni riportata in alto è la seguente: la funzione F(X) è crescente per X nell'intervallo (-∞, -1) e assume il massimo, corrispondente a 36 in X = -1. Quindi, F(X) è decrescente fino a X = 11/3, assumendo il minimo di -400/27. Dopo tale punto F(X) è crescente fino a +∞. Inoltre, in corrispondenza di X = ±∞, F(X) = ±∞.

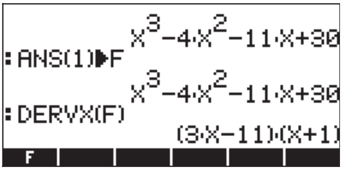
Uso delle derivate per calcolare gli estremi

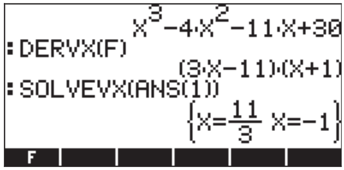
Si definiscono "punti estremi" o estremi i valori massimi e minimi di una funzione in un dato intervallo. Siccome la derivata di una funzione in un dato punto rappresenta la pendenza di una retta tangente la curva in quel punto, i valori di x per i quali f'(x) = 0 rappresentano i punti dove il grafico della funzione assume il valore massimo o minimo. Oltre a ciò, il valore della derivata seconda della funzione, f"(x) in tali punti determina se il punto è *un massimo relativo o locale* [f"(x)<0] o un *minimo relativo o locale* [f"(x)>0]. Questi concetti sono illustrati nella figura sottostante.



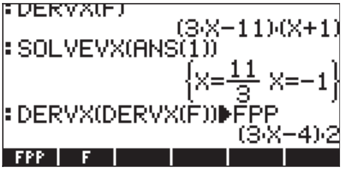
In questa figura ci si limita a determinare i punti estremi della funzione y = f(x) nell'intervallo di x [a,b]. All'interno di questo intervallo si trovano due punti, x = x_m e x = x_M, dove f'(x)=0. Il punto x = x_m, dove f"(x)>0, rappresenta un punto di minimo locale, mentre il punto x = x_M, dove f"(x)<0, rappresenta un punto di massimo locale. In base al grafico di y = f(x) ne consegue che il punto di massimo assoluto nell'intervallo [a,b] si ha in corrispondenza di x = a, mentre il punto di minimo assoluto si ha in x = b.

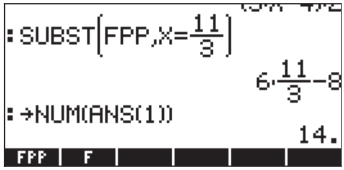
Ad esempio, per determinare i punti critici di una funzione 'X^3-4*X^2-11*X+30', è possibile utilizzare le seguenti opzioni in modalità ALG:



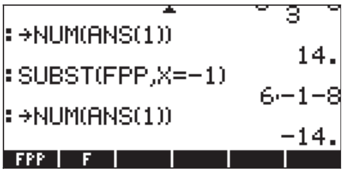


Si trovano due punti critici, uno in x = 11/3 e uno in x = -1. Per valutare la derivata seconda in ciascun punto utilizzare:

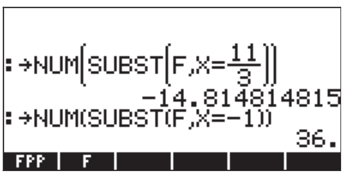




L'ultima schermata mostra che f"(11/3) = 14, pertanto, x = 11/3 è un punto di minimo relativo. Per x = -1, si ha:

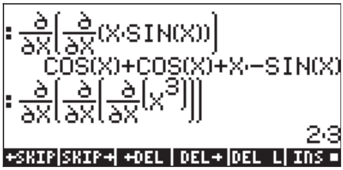


Il risultato indica che f"(-1) = -14, pertanto, x = -1 è un punto di massimo relativo. Valutare la funzione in tali punti per verificare che f(-1) > f(11/3).



Derivate di ordine superiore

Le derivate di ordine superiore possono essere calcolate applicando più volte una funzione di derivazione:

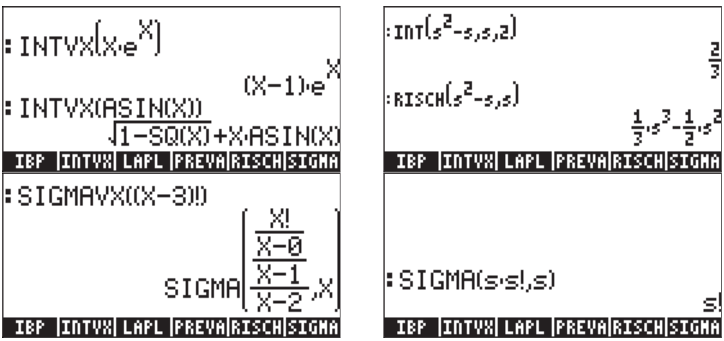


Antiderivate e integrali

L'antiderivata di una funzione f(x) è una funzione F(x) tale che f(x) = dF/dx. Ad esempio, siccome d(x^3) /dx = 3x^2, l'antiderivata di f(x) = 3x^2 è F(x) = x^3 + C, dove C è una costante. Un modo di rappresentare un'antiderivata è come integrale indefinito, ovvero, $\int f(x)dx = F(x) + C$, se e solo se, f(x) = dF/dx e C = costante.

Funzioni INT, INTVX, RISCH, SIGMA e SIGMAVX

La calcolatrice dispone delle funzioni INT, INTVX, RISCH, SIGMA e SIGMAVX per calcolare le antiderivate delle funzioni. Le funzioni INT, RISCH e SIGMA sono utilizzabili con funzioni di qualsiasi variabile, mentre le funzioni INTVX e SIGMAVX utilizzano le funzioni della variabile CAS VX (normalmente, "x"). Le funzioni INT e RISCH richiedono, pertanto, sia l'espressione della funzione da integrare che la variabile indipendente. La funzione INT richiede anche il valore di x in corrispondenza del quale l'antiderivata sarà valutata. Le funzioni INTVX e SIGMAVX richiedono solo l'espressione della funzione da integrare in termini di VX. Alcuni esempi sono mostrati di seguito in modalità ALG:



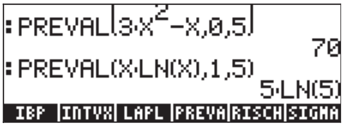
Si noti che le funzioni SIGMAVX e SIGMA sono studiate per le funzioni integrande che comprendono tipi di funzioni intere come la funzione fattoriale

(!) mostrata in alto. Il risultato è la cosiddetta derivata discreta, ovvero, una derivata definita unicamente per i numeri interi.

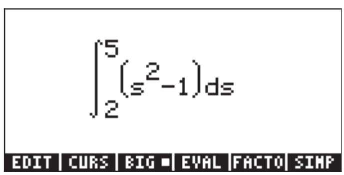
Integrali definiti

Nell'integrale definito di una funzione, l'antiderivata risultante è valutata in corrispondenza del limite superiore e inferiore di un intervallo (a,b), sottratti i valori valutati. Simbolicamente, $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, dove f(x) = dF/dx.

La funzione PREVAL(f(x),a,b) del CAS può semplificare tale calcolo restituendo f(b)-f(a) dove x è la variabile CAS VX.



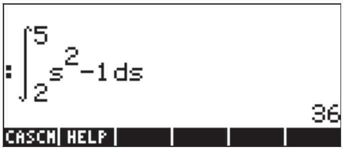
Per calcolare gli integrali definiti, la calcolatrice dispone inoltre del segno di integrale utilizzando la combinazione di tasti ↱ ∫ (associata al tasto TAN). Il modo più semplice per generare un integrale è mediante l'Equation Writer (vedere il Capitolo 2 per un esempio). All'interno dell'Equation Writer, il simbolo ↱ ∫ produce il segno di integrale e fornisce i segnaposto per gli estremi di integrazione (a,b), per la funzione, f(x) e per la variabile di integrazione (x). La seguente schermata mostra come generare un particolare integrale. Posizionare il cursore di immissione dati sull'estremo inferiore di integrazione, quindi inserire un valore e premere il tasto freccia destra (▶) per spostarsi sull'estremo superiore di integrazione. Inserire un valore in tale posizione e premere nuovamente ▶ per portarsi sulla posizione della funzione integranda. Digitare l'espressione della funzione integranda e premere nuovamente per portarsi al segnaposto differenziale, digitare la variabile di integrazione in tale posizione e l'integrale è pronto per essere calcolato.



A questo punto, è possibile premere ENTER per riportare l'integrale nello stack, che visualizzerà la seguente opzione (schermata in modalità ALG):

Questo è il formato generico per l'integrale definito quando viene inserito direttamente nello stack, ovvero, ∫(estremo inferiore, estremo superiore, funzione integranda, variabile di integrazione)

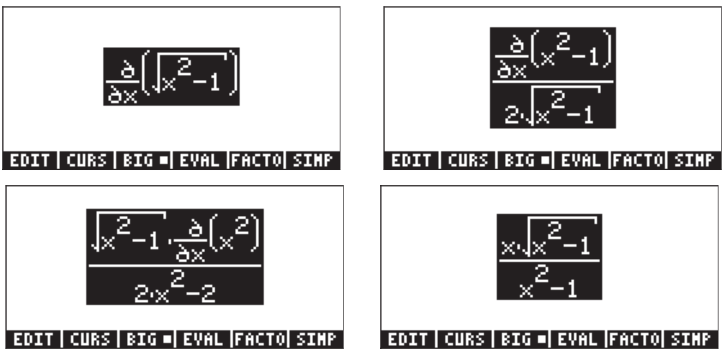
Premendo ENTER a questo punto si valuterà l'integrale nello stack:



L'integrale può essere valutato anche nell'Equation Writer selezionando l'intera espressione e utilizzando il tasto funzione EVAL.

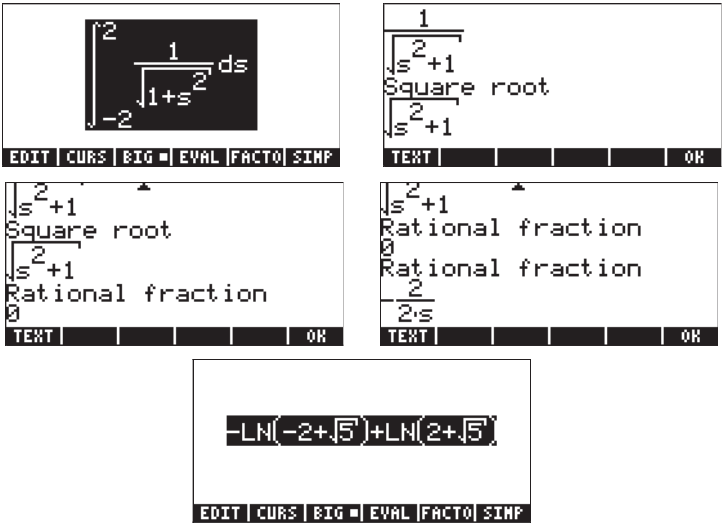
Valutazione iterativa di derivate e integrali

Selezionando l'opzione Step/Step nella finestra CAS MODES (vedere il Capitolo 1), sarà possibile osservare la valutazione di derivate e integrali passo per passo. Di seguito viene illustrata la valutazione di una derivata nell'Equation Writer:



Si noti l'applicazione della regola della catena nel primo passo, lasciando esplicitamente la derivata della funzione sotto l'integrale nel numeratore. Nel secondo passo, la frazione viene razionalizzata (eliminando la radice quadrata dal denominatore) e semplificata. La versione finale è mostrata nel terzo passo. Per visualizzare il passo successivo premere il tasto EVAL, fino a quando la successiva applicazione della funzione EVAL non produce ulteriori cambiamenti nell'espressione.

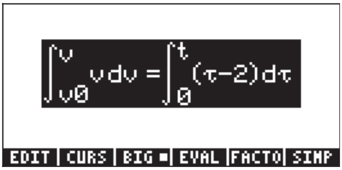
Il seguente esempio mostra la valutazione di un integrale definito nell'Equation Writer, passo per passo:

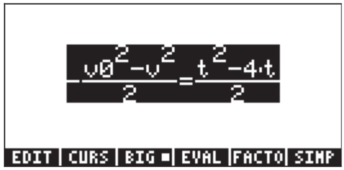


Si noti che il processo passo per passo fornisce informazioni sulle fasi intermedie utilizzate dal CAS per la risoluzione di questo integrale. Per calcolare il risultato finale, il CAS identifica innanzitutto l'integrale per la radice quadrata, quindi una frazione razionale e la seconda espressione razionale. Si noti che sebbene queste fasi siano ottimizzate per la logica del calcolatore, non forniscono informazioni sufficienti all'utente sui singoli passaggi.

Integrazione di un'equazione

L'integrazione di un'equazione è semplice e la calcolatrice integra semplicemente entrambi i lati dell'equazione simultaneamente, ossia,



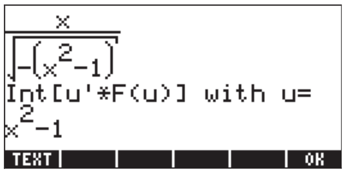


Tecniche di integrazione

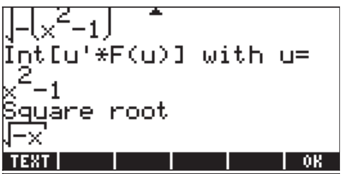
La calcolatrice consente di usare diverse tecniche di integrazione, come mostrato nei seguenti esempi.

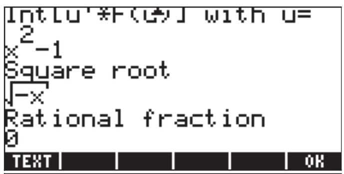
Sostituzione o scambio di variabili

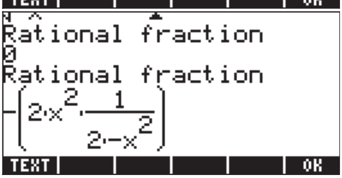
Si supponga di voler calcolare l'integrale $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$. Se si utilizza un tipo di calcolo passo per passo nell'Equation Writer, questa è la sequenza di sostituzione delle variabili:



Questo secondo passaggio mostra la corretta sostituzione da utilizzare, u = x^2-1.







Gli ultimi quattro passaggi mostrano il progredire della soluzione: una radice quadrata, seguita da frazione, una seconda frazione e il risultato finale. Questo risultato può essere semplificato utilizzando la funzione SIMP, come segue:

Integrazione per parti e differenziali

Un differenziale di una funzione y = f(x) è definito come dy = f'(x) dx, dove f'(x) è la derivata di f(x). I differenziali sono usati per rappresentare piccoli incrementi nelle variabili. Il differenziale del prodotto di due funzioni, y = u(x)v(x), è dato = u(x)dv(x) +du(x)v(x) o semplicemente, d(uv) = udv - vdu. Pertanto, l'integrale di udv = d(uv) - vdu è scritto come $\int udv = \int d(uv) - \int vdu$. Siccome per la definizione di un differenziale, ∫dy = y si scrive l'espressione precedente come

$$\int udv = uv - \int vdu .$$

Questa formula, nota come integrazione per parti, può essere usata per calcolare un integrale se dv è facilmente integrabile. Ad esempio, l'integrale $\int xe^x dx$ può essere risolto mediante il metodo dell'integrazione per parti se si utilizza u = x, dv = e^xdx, siccome v = e^x. Con du = dx, l'integrale diventa $\int xe^x dx = \int udv = uv - \int vdu = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x$.

La calcolatrice dispone della funzione IBP, richiamabile mediante il menu CALC/DERIV&INTG, che prende come argomenti la funzione originale da integrare, ossia, u(X)*v'(X) e la funzione v(X) e restituisce u(X)*v(X) e -v(X)*u'(X). In altre parole, la funzione IBP restituisce i due termini sul lato destro dell'equazione alla quale è stato applicato il metodo dell'integrazione per parti. Per l'esempio precedente, è possibile scrivere in modalità ALG:

Pertanto, è possibile utilizzare la funzione IBP per fornire le componenti di un'integrazione per parti. Il passaggio seguente deve essere svolto separatamente.

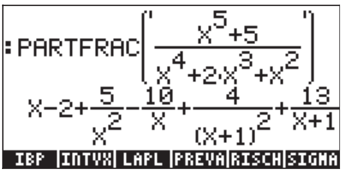
È importante ricordare che l'integrale può essere calcolato direttamente utilizzando, ad esempio,

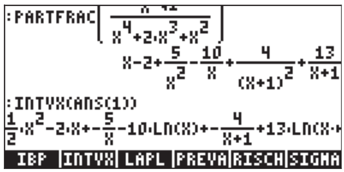
Integrazione mediante decomposizione in frazioni parziali

La funzione PARTFRAC presentata nel Capitolo 5, consente la decomposizione di una frazione in frazioni parziali. Questa tecnica è utile per ridurre una frazione complicata in una somma di frazioni semplici che possono quindi essere integrate termine a termine. Ad esempio, per integrare

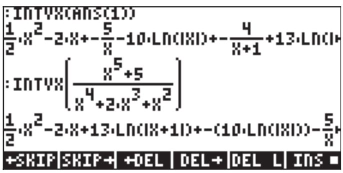
$$\int \frac{X^5+5}{X^4+2X^3+X}\,dX$$

è possibile decomporre la frazione nelle sue componenti frazionarie parziali come segue:





L'integrazione diretta produce lo stesso risultato, con alcuni scambi di termini (CAS impostato sulla modalità Rigorous - vedere il Capitolo 2):



Integrali impropri

Si tratta di integrali con limiti infiniti di integrazione. Normalmente, un integrale improprio è trattato calcolando in primo luogo l'integrale come un limite all'infinito, ovvero,

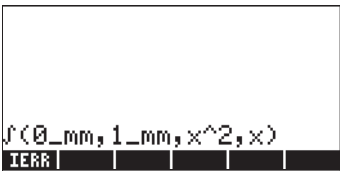
$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2} = \lim_{\varepsilon\to\infty} \int_1^{\varepsilon} \frac{dx}{x^2}.$$

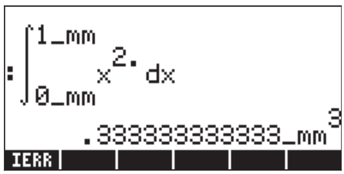
Utilizzando la calcolatrice, procedere come segue:

In alternativa, è possibile valutare l'integrale a intervallo infinito a partire da subito, ovvero,

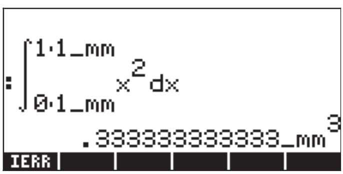
Integrazione con unità

Un integrale può essere calcolato con unità incorporate negli estremi di integrazione, come nell'esempio mostrato di seguito che utilizza la modalità ALG, con il CAS impostato sulla modalità Approx. La figura sul lato sinistro mostra l'integrale inserito nel Line Editor prima di premere ENTER. La figura sul lato destro mostra il risultato dopo aver premuto ENTER.



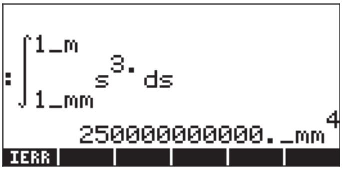


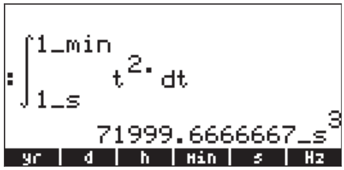
Se si inserisce l'integrale con il CAS impostato sulla modalità Exact, la calcolatrice chiederà di passare in modalità Approx, tuttavia, i limiti dell'integrale verranno visualizzati in un diverso formato, come mostrato di seguito:



Tali limiti rappresentano 1x1_mm e 0x1_mm, che corrisponde a 1_mm e 0_mm presentato in precedenza. Fare attenzione ai diversi formati del risultato. Alcune note sull'uso di unità negli estremi di integrazioni:

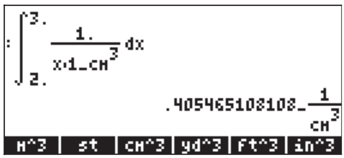
1 – Le unità dell'estremo inferiore di integrazione saranno usate nel risultato finale, come mostrato nei due esempi riportati di seguito:



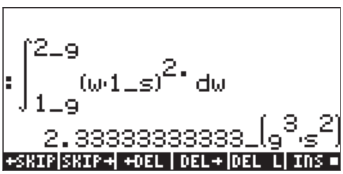


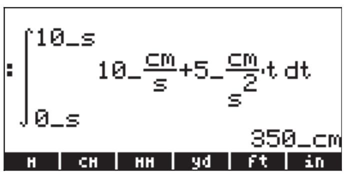
2 - Le unità dell'estremo superiore devono essere coerenti con quelle dell'estremo inferiore. In caso contrario, la calcolatrice restituirà semplicemente un integrale non valutato. Ad esempio,

3 – Anche la funzione integranda può avere unità. Ad esempio:



4 – Se sia gli estremi di integrazione che la funzione integranda hanno delle unità, le unità del risultato saranno combinate in base alle regole dell'integrazione. Ad esempio,





Serie infinita

Una serie infinita ha la forma $\sum_{n=0,1}^{\infty} h(n)(x-a)^n$. La serie infinita inizia normalmente con gli indici n = 0 o n = 1. Ciascun termine della serie ha un coefficiente h(n) che dipende dall'indice n.

Serie di Taylor e Maclaurin

Una funzione f(x) può essere sviluppata in una serie infinita intorno a un punto $x = x_0$ utilizzando la cosiddetta serie di Taylor, ovvero

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_o)}{n!} \cdot (x - x_o)^n \ ,$$

dove $f^{(n)}(x)$ rappresenta la derivata ennesima di f(x) rispetto a x, $f^{(0)}(x) = f(x)$.

Se $x_0 = 0$, la serie prende il nome di serie di Maclaurin, ovvero

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \cdot x^n$$

Polinomio di Taylor e resto

Poiché, nella pratica, non è possibile valutare tutti i termini di una serie infinita, è necessario approssimare tale serie mediante un polinomio di grado k, $P_k(x)$ e stimare l'ordine del resto, $R_k(x)$, in modo che

$$f(x) = \sum_{n=0}^{k} \frac{f^{(n)}(x_o)}{n!} \cdot (x - x_o)^n + \sum_{n=k+1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_o)}{n!} \cdot (x - x_o)^n \ ,$$

Ovvero

$$f(x) = P_k(x) + R_k(x).$$

$P_k(x)$ è detto polinomio di Taylor. l'ordine del resto viene stimato in termini di una piccola quantità $h = x\text{-}x_0$, ovvero considerando il polinomio con x tendente al valore di x_0. Il resto si ottiene applicando la formula

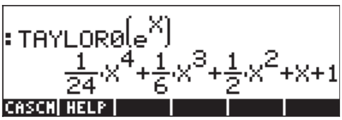
$$R_k(x) = \frac{f^{(k+1)}(\xi)}{k!} \cdot h^{k+1} ,$$

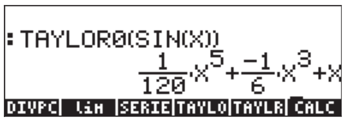
dove ξ è un numero vicino a $x = x_0$. Poiché, in genere, ξ è un valore non noto, piuttosto che una stima del resto si fornisce una stima dell'ordine del resto rispetto ad h, ovvero si ritiene che $R_k(x)$ presenti un errore di ordine h^{n+1} o $R \approx O(h^{k+1})$. Se h è un numero piccolo, ad esempio $h << 1$, allora h^{k+1} sarà in genere molto piccolo, ad esempio, $h^{k+1} << h^k << \ldots << h << 1$. Pertanto, se x tende a x_0, maggiore è il numero di elementi presenti nel polinomio di Taylor, più piccolo è l'ordine del resto.

Funzioni TAYLR, TAYLR0 e SERIES

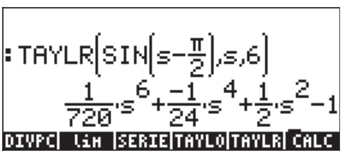
Le funzioni TAYLR, TAYLR0 e SERIES consentono di creare i polinomi di Taylor e le serie di Taylor con resto. Queste funzioni sono disponibili nel menu CALC/ LIMITS&SERIES descritto nelle precedenti pagine del presente Capitolo.

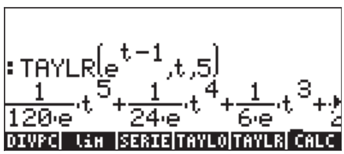
La funzione TAYLOR0 restituisce un'espressione della variabile indipendente predefinita VX (in genere "X") sviluppata in serie di Maclaurin, ovvero con X = 0. Lo sviluppo utilizza una potenza relativa di 4° grado, ovvero la differenza tra le potenze massima e minima nello sviluppo è 4. Ad esempio





La funzione TAYLR restituisce una funzione di qualunque variabile x su un punto x = a sviluppata in serie di Taylor per il grado k specificato dall'utente. In questo modo la funzione avrà il formato TAYLR(f(x-a),x,k). Ad esempio

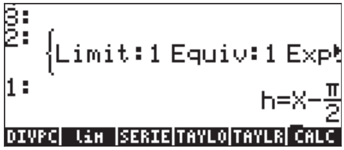




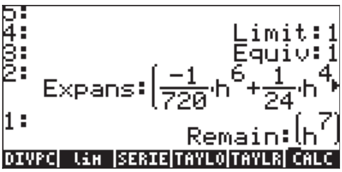
La funzione SERIES restituisce un polinomio di Taylor che utilizza come argomento la funzione f(x) da sviluppare, un nome di variabile isolato (per la serie di Maclaurin) oppure un'espressione di forma "variabile = valore", che indica il punto di sviluppo di una serie di Taylor e il grado della serie da ottenere. La funzione SERIES restituisce due risultati per elenco con quattro dati e un'espressione per h = x - a, se il secondo argomento della funzione è "x = a", ovvero un'espressione dell'incremento di h. L'elenco restituito come primo oggetto calcolato include le seguenti voci:

1 - Il limite bidirezionale della funzione sul punto di sviluppo, ovvero $\lim_{x \to a} f(x)$

2 - Un valore equivalente della funzione prossima a x = a;
3 - L'espressione per il polinomio di Taylor;
4 - L'ordine del resto.
Data la relativa grande quantità di dati risultati, è più facile gestire questa funzione in modalità RPN. Ad esempio:



Per inserire il contenuto nel livello di stack 1, premere ◄, quindi immettere EVAL per decomporre l'elenco. I risultati sono i seguenti:



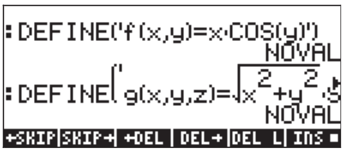
La figura in alto a destra si ottiene utilizzando il Line Editor per analizzare in dettaglio lo sviluppo della serie.

Capitolo 14
Applicazioni del calcolo multivariato

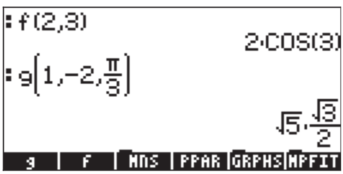
Per calcolo multivariato si intendono funzioni a due o più variabili. Nel presente Capitolo si delineano i concetti base del calcolo multivariato, tra cui derivate parziali e integrali multipli.

Funzioni multivariate

Per definire una funzione a due o più variabili nella calcolatrice è possibile utilizzare la funzione DEFINE (← DEF). Per illustrare il concetto di derivata parziale verranno definite due funzioni multivariate, f(x,y) = x cos(y) e g(x,y,z) = $(x^2+y^2)^{1/2}\sin(z)$, come segue:



La valutazione di queste funzioni è la stessa seguita per valutare una normale funzione della calcolatrice, ad esempio



Per rappresentare graficamente le funzioni bidimensionali è possibile utilizzare i grafici Fast3D, Wireframe, Ps-Contour, Y-Slice, Gridmap e Pr-Surface, come descritto nel Capitolo 12.

Derivate parziali

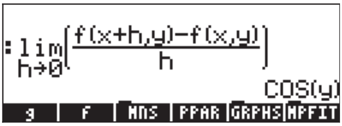
Si consideri la funzione di due variabili z = f(x,y). La derivata parziale della funzione rispetto a x è definita dal limite

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h}\ .$$

Allo stesso modo,

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{k \to 0} \frac{f(x,y+k) - f(x,y)}{k}.$$

Si utilizzeranno le funzioni multivariate definite in precedenza per calcolare le derivate parziali sulla base di queste definizioni. Seguono due esempi di derivate di f(x,y) rispetto a x e y, rispettivamente:



Tenere presente che la definizione di derivata parziale rispetto a x, ad esempio, richiede che y sia un valore fisso e che si utilizzi il limite h→0. Questo è un metodo che consente di calcolare rapidamente le derivate parziali di funzioni multivariate. In particolare, si utilizzano le regole delle derivate ordinarie rispetto alla variabile che interessa, considerando costanti tutte le altre variabili. Ad esempio

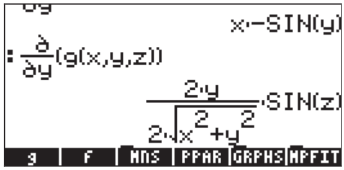
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(x\cos(y)\right) = \cos(y),\ \frac{\partial}{\partial y}\left(x\cos(y)\right) = -x\sin(y),$$

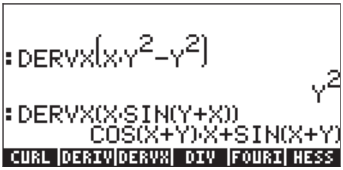
che sono gli stessi risultati ottenuti con i limiti calcolati in precedenza. Si consideri quindi un altro esempio:

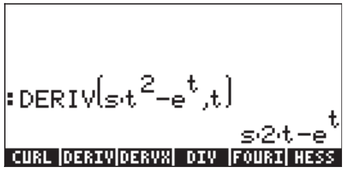
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(yx^2 + y^2\right) = 2yx + 0 = 2xy$$

In questo calcolo, y è considerato costante e si utilizzano le derivate dell'espressione rispetto a x.

Allo stesso modo, è possibile utilizzare le funzioni di derivazione, come, ad esempio, DERVX, DERIV, ∂ (dettagliate nel Capitolo 13) per calcolare le derivate parziali. Tenere presente che la funzione DERVX utilizza la variabile predefinita CAS VX (in genere "X"), pertanto, DERVX consente di calcolare unicamente le derivate rispetto a X. Di seguito sono riportati alcuni esempi di derivate parziali di 1° grado:







Derivate di grado superiore al 1°

È possibile definire le derivate seconde che seguono

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right),\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right),$$

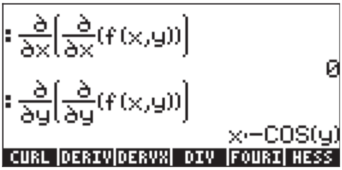
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right),\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

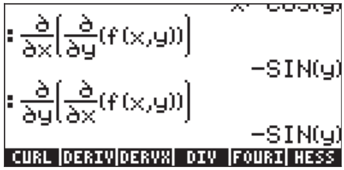
Le ultime due espressioni rappresentano derivate vettoriali, in cui il ordine di derivazione è dato dai segni delle derivate parziali del denominatore. A sinistra, la derivata è dapprima calcolata rispetto a x, quindi rispetto a y e, a destra, si procede in modo inverso. È importante sottolineare che, se una funzione è continua e differenziabile, allora

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}.$$

Le derivate di grado superiore al 2° sono definite in modo simile.

Per calcolare derivate di grado superiore al 1° con la calcolatrice, è sufficiente ripetere la funzione di derivazione tutte le volte che sarà necessario. Di seguito sono riportati alcuni esempi:



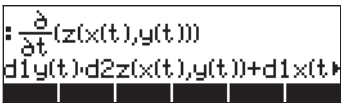


Regola della catena per derivate parziali

Si consideri la funzione z = f(x,y), dove x = x(t) e y = y(t). La funzione z, se scritta come z = f[x(t),y(t)], è in realtà una funzione composta di *t*. La regola della catena per la derivata dz/dt in questo caso viene scritta come

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v}$$

Per visualizzare l'espressione restituita dalla calcolatrice per questa versione della catena, utilizzare:



Il risultato è dato da d1y(t)·d2z(x(t),y(t))+d1x(t)·d1z(x(y),y(t)). Il termine d1y(t) va interpretato come "la derivata di y(t) rispetto alla prima variabile 1st indipendente, ovvero t" o d1y(t) = dy/dt. Allo stesso modo, d1x(t) = dx/dt. D'altro canto, d1z(x(t),y(t)) significa "la prima derivata di z(x,y) rispetto alla prima variabile indipendente, ovvero x" o d1z(x(t),y(t)) = ∂z/∂x. Allo stesso modo, d2z(x(t),y(t)) = ∂z/∂y. Pertanto l'espressione precedente è da interpretare come:

$$dz/dt = (dy/dt)\cdot(\partial z/\partial y) + (dx/dt)\cdot(\partial z/\partial x).$$

Differenziale totale di una funzione z = z(x,y)
Se si moltiplica l'ultima equazione per dt, si ottiene un differenziale totale della funzione z = z(x,y), ovvero dz = $(\partial z/\partial x)\cdot dx + (\partial z/\partial y)\cdot dy$.

Una diversa versione della regola della catena si applica nel caso in cui z = f(x,y), x = x(u,v) e y = y(u,v), in modo che z = f[x(u,v), y(u,v)]. Le formule che seguono rappresentano la regola della catena in questo caso:

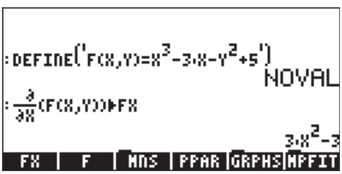
$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial u}, \qquad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial v}$$

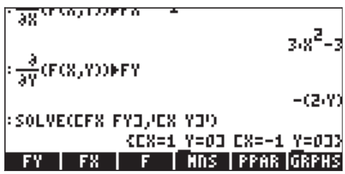
Determinazione degli estremi di funzioni di due variabili

Perché la funzione z = f(x,y) abbia un punto estremo in (x_o,y_o), è opportuno che le sue derivate $\partial f/\partial x$ e $\partial f/\partial y$ scompaiano in quel punto. Queste sono condizioni *necessarie*. Le *condizioni sufficienti* perché la funzione abbia un estremo nel punto (x_o,y_o) sono $\partial f/\partial x = 0$, $\partial f/\partial y = 0$ e $\Delta = (\partial^2 f/\partial x^2)\cdot(\partial^2 f/\partial y^2)-[\partial^2 f/\partial x\partial y]^2 > 0$. (x_o,y_o) è un punto di massimo relativo se $\partial^2 f/\partial x^2 < 0$ ed è un punto di minimo relativo se $\partial^2 f/\partial x^2 > 0$. Il valore Δ è detto discriminante.

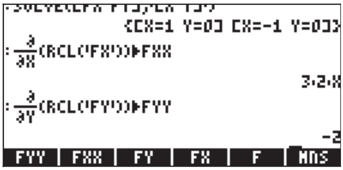
Se $\Delta = (\partial^2 f/\partial x^2)\cdot(\partial^2 f/\partial y^2)-[\partial^2 f/\partial x\partial y]^2 < 0$, si verifica una condizione nota come *punto di sella*, ovvero la funzione raggiunge un massimo in x se y rimane costante e, al tempo stesso, raggiunge un minimo se x rimane costante o viceversa.

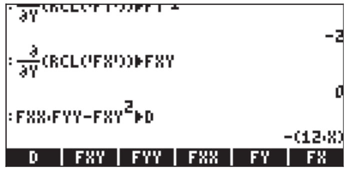
Esempio 1 – Determinare i punti estremi (se presenti) della funzione $f(X,Y) = X^3-3XY^2+5$. Si definiscono dapprima la funzione f(X,Y) e le sue derivate $fX(X,Y) = \partial f/\partial X$, $fY(X,Y) = \partial f/\partial Y$. Quindi si procede a risolvere le equazioni fX(X,Y) = 0 e fY(X,Y) = 0 simultaneamente:



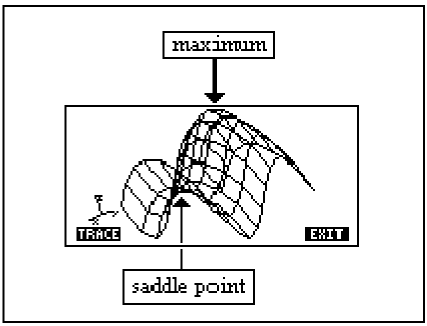


I punti critici si trovano in (X,Y) = (1,0) e (X,Y) = (-1,0). Per calcolare il discriminante si procede a calcolare le derivate seconde $fXX(X,Y) = \partial^2 f/\partial X^2$, $fXY(X,Y) = \partial^2 f/\partial X/\partial Y$ e $fYY(X,Y) = \partial^2 f/\partial Y^2$.





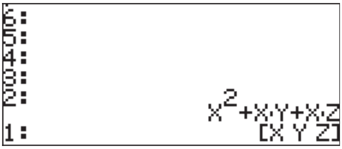
L'ultimo risultato indica che il discriminante è $\Delta = -12X$, pertanto, per (X,Y) = (1,0), $\Delta < 0$ (punto di sella) e per (X,Y) = (-1,0), $\Delta > 0$ e $\partial^2 f/\partial X^2 < 0$ (massimo relativo). La figura in basso, restituita dalla calcolatrice e modificata al computer, indica la presenza di questi due punti:

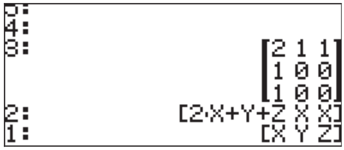


Utilizzo della funzione HESS per l'analisi degli estremi

La funzione HESS consente di analizzare gli estremi di una funzione di due variabili, come mostrato di seguito. In genere, la funzione HESS assume come dato di input una funzione a n variabili indipendenti $\phi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e un vettore delle funzioni $['x_1' \; 'x_2' \ldots 'x_n']$. La funzione HESS restituisce la <u>matrice hessiana</u> della funzione ϕ, definita come la matrice $\mathbf{H} = [h_{ij}] = [\partial^2\phi/\partial x_i \partial x_j]$, il gradiente della funzione rispetto alle n variabili, **grad** $f = [\, \partial\phi/\partial x_1, \partial\phi/\partial x_2, \ldots \partial\phi/\partial x_n]$, e l'elenco delle variabili $['x_1' \; 'x_2' \ldots 'x_n']$.

La funzione HESS è più facile da visualizzare in modalità RPN. Si consideri, ad esempio, la funzione $\phi(X,Y,Z) = X^2 + XY + XZ$, ϕ (alla quale) si applicherà la funzione HESS nell'esempio che segue. Le schermate mostrano lo stack RPN prima e dopo l'utilizzo della funzione HESS.





Se applicato a una funzione di due variabili, il gradiente di livello 2, posto uguale a zero, rappresenta le equazioni dei punti critici, ovvero $\partial\phi/\partial x_i = 0$, mentre la matrice di livello 3 rappresenta le derivate seconde. Pertanto i risultati della funzione HESS possono essere utilizzati per analizzare gli estremi delle funzioni di due variabili. Ad esempio, per la funzione $f(X,Y) = X^3-3X-Y^2+5$, procedere nel modo indicato di seguito in modalità RPN:

'X^3-3*X-Y^2+5' [ENTER] ['X','Y'] [ENTER]	Immettere la funzione e le variabili
HESS	Applicare la funzione HESS
SOLVE	Trovare i punti critici
[EVAL]	Decomporre il vettore
's1' [STO▶] 's2' [STO▶]	Memorizzare i punti critici

A questo punto le variabili s1 ed s2 contengono, rispettivamente, i vettori ['X=-1','Y=0] e ['X=1','Y=0']

'H' [STO▶]	Memorizzare la matrice hessiana
[VAR] [H] [s1] SUBST [↱] →NUM	Sostituire s1 con H

La matrice risultante **A** contiene a_{11} elementi $a_{11} = \partial^2\phi/\partial X^2 = -6.$, $a_{22} = \partial^2\phi/\partial X^2 = -2.$ e $a_{12} = a_{21} = \partial^2\phi/\partial X\partial Y = 0$. Il discriminante per questo punto critico s1(-1,0) è $\Delta = (\partial^2 f/\partial x^2)\cdot(\partial^2 f/\partial y^2)-[\partial^2 f/\partial x\partial y]^2 = (-6.)(-2.) = 12.0 > 0$. Poiché $\partial^2\phi/\partial X^2 < 0$, il punto s1 rappresenta un massimo relativo.

Quindi si sostituisce il secondo punto, s2, con H:

[VAR] [H] [s2] SUBST [↱] →NUM	Sostituire s2 con H

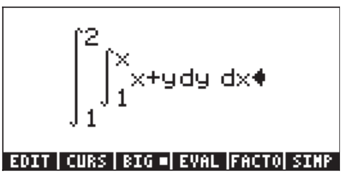
La matrice che ne risulta contiene gli elementi $a_{11} = \partial^2\phi/\partial X^2 =$ 6., $a_{22} = \partial^2\phi/\partial X^2 =$ -2. e $a_{12} = a_{21} = \partial^2\phi/\partial X\partial Y =$ 0. Il discriminante per questo punto critico s2(1,0) è $\Delta = (\partial^2 f/\partial x^2)\cdot(\partial^2 f/\partial y^2)-[\partial^2 f/\partial x\partial y]^2 = (6.)(-2.) = -12.0 < 0$, a indicare un punto di sella.

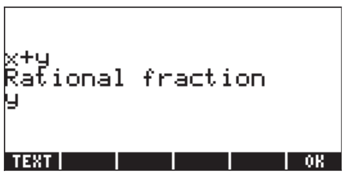
Integrali multipli

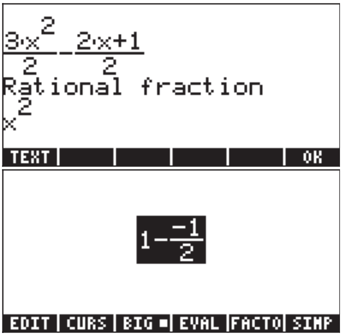
Un'interpretazione fisica di un integrale ordinario, $\int_a^b f(x)dx$, è l'area sotto la curva y = f(x) e le ascisse x = a e x = b. La generalizzazione a tre dimensioni di un integrale ordinario è un integrale doppio di una funzione f(x,y) su una regione R del piano x-y che rappresenta il volume di un corpo solido contenuto sotto la superficie f(x,y) al di sopra della regione R. La regione R può essere descritta come R = {a<x<b, f(x)<y<g(x)} oppure come R = {c<y<d, r(y)<x<s(y)}. Pertanto, l'integrale doppio può essere scritto come

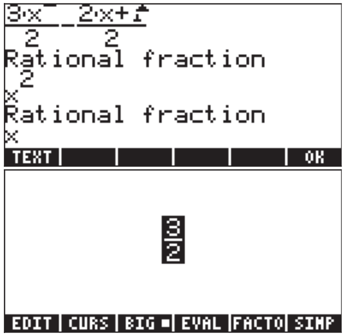
$$\iint_R \phi(x,y)dA = \int_a^b \int_{f(x)}^{g(x)} \phi(x,y)dydx = \int_c^d \int_{r(y)}^{s(y)} \phi(x,y)dydx$$

È molto semplice calcolare un integrale doppio con la calcolatrice. È possibile costruire un integrale doppio utilizzando l'Equation Writer, descritto nel Capitolo 2 e di cui è riportato un esempio di seguito. Tale integrale doppio viene calcolato direttamente nell'Equation Writer selezionando l'intera espressione e utilizzando la funzione EVAL. Il risultato è 3/2. Per visualizzare i passaggi risolutivi, selezionare l'opzione Step/Step nella schermata CAS MODES.









Matrice jacobiana della trasformazione di coordinate

Si consideri la trasformazione delle coordinate x = x(u,v) e y = y(u,v). La matrice jacobiana di questa trasformazione viene definita come

$$|J| = \det(J) = \det\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{pmatrix}.$$

Per calcolare un integrale utilizzando tale trasformazione, l'espressione da utilizzare è $\iint_R \phi(x,y)dydx = \iint_{R'} \phi[x(u,v),y(u,v)]\,|J|\,dudv$, dove R' è la regione R espressa in coordinate (u,v).

Integrale doppio espresso in coordinate polari

Per trasformare le coordinate polari in coordinate cartesiane si utilizzano x(r,θ) = r cos θ e y(r, θ) = r sin θ. Pertanto, la matrice jacobiana di questa trasformazione è

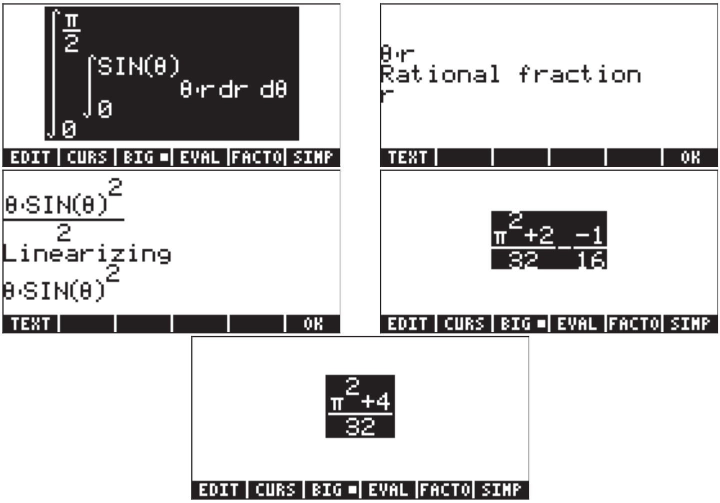
$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos(\theta) & -r\cdot\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & r\cdot\cos(\theta) \end{vmatrix} = r$$

Con questo risultato gli integrali espressi in coordinate polari sono scritti come

$$\iint_{R'} \phi(r,\theta)dA = \int_{\alpha}^{\beta}\int_{f(\theta)}^{g(\theta)} \phi(r,\theta)rdrd\theta$$

dove la regione R' in coordinate polari è R' = {α < θ < β, f(θ) < r < g(θ)}.

La calcolatrice consente di immettere gli integrali doppi in coordinate polari, accertandosi che la matrice jacobiana |J| = r sia inclusa nella funzione integranda. Di seguito sono riportati i passaggi per il calcolo di un integrale doppio in coordinate polari:



Capitolo 15
Applicazioni dell'analisi vettoriale

Nel presente Capitolo sono descritte alcune funzioni presenti nel menu CALC utilizzabili nell'analisi dei campi scalari e vettoriali. Il menu CALC è descritto approfonditamente nel Capitolo 13. In particolare, nel menu DERIV&INTEG si identificano diverse funzioni che si applicano all'analisi vettoriale, quali CURL, DIV, HESS e LAPL. Per svolgere gli esercizi inclusi nel presente Capitolo, è opportuno impostare la misura degli angoli in radianti.

Definizioni

Una funzione definita in una regione dello spazio, come, ad esempio, $\phi(x,y,z)$, è nota come campo scalare. Tra gli esempi vi sono la temperatura, la densità e la tensione vicina a una carica. Se la funzione è definita mediante un vettore, ovvero $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i}+g(x,y,z)\mathbf{j}+h(x,y,z)\mathbf{k}$, è denominata campo vettoriale.

Il seguente operatore, noto come operatore "del" o "nabla", è un operatore basato su vettori applicabile a una funzione scalare o vettoriale

$$\nabla[\ ] = i\cdot\frac{\partial}{\partial x}[\ ] + j\cdot\frac{\partial}{\partial y}[\ ] + k\cdot\frac{\partial}{\partial z}[\ ]$$

Se tale operatore viene applicato a una funzione scalare, consente di ottenere il gradiente della funzione, mentre, se viene applicato a una funzione vettoriale, consente di ottenere la divergenza e il rotore di tale funzione. La combinazione di gradiente e divergenza crea un altro operatore noto come operatore laplaciano di una funzione scalare. Tali operazioni sono illustrate di seguito.

Gradiente e derivata direzionale

Il gradiente di una funzione scalare $\phi(x,y,z)$ è una funzione vettoriale definita mediante

$$grad\phi = \nabla\phi = i\cdot\frac{\partial\phi}{\partial x} + j\cdot\frac{\partial\phi}{\partial y} + k\cdot\frac{\partial\phi}{\partial z}$$

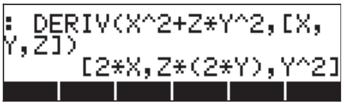
Il prodotto scalare del gradiente di una funzione con un dato vettore unitario rappresenta la derivata della funzione lungo quel particolare vettore. Tale derivata è detta derivata direzionale della funzione, $D_u\phi(x,y,z) = \mathbf{u}\bullet\nabla\phi$.

In qualunque punto particolare la derivata massima della funzione si verifica nella direzione del gradiente, ovvero lungo un vettore unitario **u** = $\nabla\phi/|\nabla\phi|$.

Il valore di tale derivata direzionale è uguale al modulo del gradiente in qualunque punto di $D_{max}\phi(x,y,z) = \nabla\phi \bullet \nabla\phi/|\nabla\phi| = |\nabla\phi|$

L'equazione $\phi(x,y,z) = 0$ rappresenta una superficie nello spazio. Ne risulta che il gradiente della funzione in un qualsiasi punto di questa superficie è normale alla superficie stessa. Pertanto, per trovare l'equazione di un piano tangente alla curva in quel punto, è possibile utilizzare una tecnica presentata nel Capitolo 9.

Il modo più semplice per ricavare il gradiente è utilizzare la funzione DERIV, disponibile nel menu CALC, ad esempio

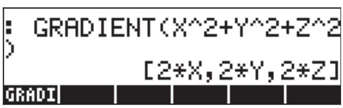


Programma per il calcolo del gradiente

Il programma che segue, memorizzabile nella variabile GRADIENT, utilizza la funzione DERIV per calcolare il gradiente di una funzione scalare di X,Y,Z. I calcoli per altre variabili di base non funzioneranno. Tuttavia, se si opera di frequenza nel sistema (X,Y,Z), questa funzione rende più semplici i calcoli:

<< X Y Z 3 →ARRY DERIV >>

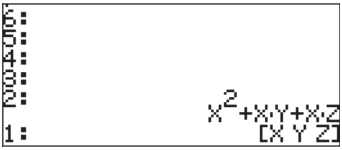
Immettere il programma in modalità RPN. Quando si passa alla modalità ALG, è possibile richiamare la funzione GRADIENT come indicato nell'esempio che segue:

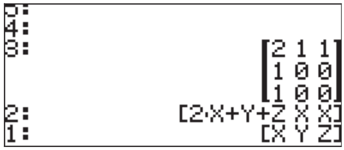


Utilizzo della funzione HESS per il calcolo del gradiente

La funzione HESS può essere utilizzata per ricavare il gradiente di una funzione come mostrato di seguito. Come indicato nel Capitolo 14, la funzione HESS utilizza come valore di input una funzione a n variabili indipendenti $\phi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e un vettore delle funzioni ['x_1' 'x_2'…'x_n']. La funzione HESS restituisce la matrice hessiana della funzione ϕ, definita come la matrice **H** = $[h_{ij}] = [\partial\phi/$

$\partial x_i \partial x_j$], il gradiente della funzione rispetto alle n variabili, **grad** f = [$\partial\phi/\partial x_1$, $\partial\phi/\partial x_2$, … $\partial\phi/\partial x_n$] e l'elenco delle variabili ['x_1' 'x_2'…'x_n']. Si consideri, ad esempio, la funzione $\phi(X,Y,Z) = X^2 + XY + XZ$. Si applicherà la funzione HESS, in modalità RPN, a questo campo scalare nell'esempio che segue:



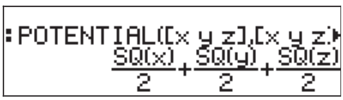


Pertanto, il gradiente è [2X+Y+Z, X, X]. In alternativa, è possibile utilizzare la funzione DERIV come segue: DERIV(X^2+X*Y+X*Z,[X,Y,Z]). Il risultato che si ottiene è lo stesso.

Potenziale di un gradiente

Dato il campo vettoriale **F**(x,y,z) = f(x,y,z)**i**+g(x,y,z)**j**+h(x,y,z)**k**, se esiste una funzione $\phi(x,y,z)$ tale che $f = \partial\phi/\partial x$, $g = \partial\phi/\partial y$ e $h = \partial\phi/\partial z$, allora $\phi(x,y,z)$ viene definita come la funzione potenziale per il campo vettoriale **F**. Ne consegue che **F** = grad $\phi = \nabla\phi$.

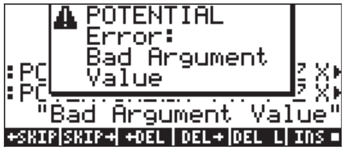
La calcolatrice dispone della funzione POTENTIAL, richiamabile mediante il tasto Catalog (CAT), che consente di calcolare la funzione potenziale di un campo vettoriale, se presente. Ad esempio, se **F**(x,y,z) = **xi** + y**j** + z**k**, l'uso della funzione POTENTIAL restituisce:



Poiché la funzione SQ(x) rappresenta x^2, questo risultato indica che la funzione potenziale per il campo vettoriale **F**(x,y,z) = x**i** + y**j** + z**k** è $\phi(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)/2$.

Tenere presente che le condizioni per l'esistenza di $\phi(x,y,z)$, $f = \partial\phi/\partial x$, $g = \partial\phi/\partial y$ e $h = \partial\phi/\partial z$ sono equivalenti alle condizioni $\partial f/\partial y = \partial g/\partial x$, $\partial f/\partial z = \partial h/\partial x$ e $\partial g/\partial z = \partial h/\partial y$. Tali condizioni consentono di determinare rapidamente se al campo vettoriale è associata una funzione potenziale. Se una delle condizioni $\partial f/\partial y = \partial g/\partial x$, $\partial f/\partial z = \partial h/\partial x$, $\partial g/\partial z = \partial h/\partial y$ non viene soddisfatta, la funzione potenziale $\phi(x,y,z)$ non esiste. In questo caso, la funzione POTENTIAL restituisce un messaggio di errore. Ad esempio, al campo vettoriale **F**(x,y,z) =

(x+y)**i** + (x-y+z)**j** + xz**k** non è associata alcuna funzione potenziale in quanto ∂f/∂z ≠ ∂h/∂x. In questo caso la calcolatrice restituisce il seguente messaggio:

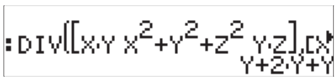


Divergenza

La divergenza di una funzione vettoriale **F**(x,y,z) = f(x,y,z)**i**+g(x,y,z)**j**+h(x,y,z)**k** è definita dalla seguente operazione tra il prodotto scalare dell'operatore del e la funzione:

$$divF = \nabla \bullet F = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}$$

La funzione DIV consente di calcolare la divergenza di un campo vettoriale. Ad esempio, per **F**(X,Y,Z) = [XY,X^2+Y^2+Z^2,YZ], la divergenza viene calcolata, in modalità ALG, come segue:

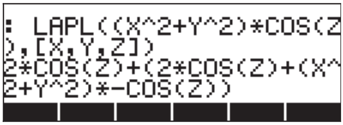


Operatore laplaciano

La divergenza del gradiente di una funzione scalare restituisce un operatore detto operatore laplaciano. L'operatore laplaciano di una funzione scalare φ(x,y,z) è quindi dato da

$$\nabla^2 \phi = \nabla \bullet \nabla \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

L'equazione differenziale parziale $\nabla^2\phi = 0$ è nota come equazione di Laplace. La funzione LAPL consente di calcolare l'operatore laplaciano di una funzione scalare. Ad esempio, per calcolare l'operatore laplaciano della funzione φ(X,Y,Z) = (X^2+Y^2)cos(Z) si utilizza la funzione:



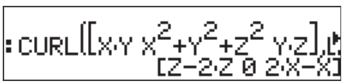
Rotore

Il rotore di un campo vettoriale **F**(x,y,z) = f(x,y,z)**i**+g(x,y,z)**j**+h(x,y,z)**k** è definito mediante la seguente operazione tra il prodotto vettoriale dell'operatore del e il campo vettoriale:

$$curl\mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x}[\ ] & \dfrac{\partial}{\partial y}[\ ] & \dfrac{\partial}{\partial z}[\ ] \\ f(x,y,z) & g(x,y,z) & h(x,y,z) \end{vmatrix}$$

$$= \mathbf{i}\left(\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial z}\right) + \mathbf{j}\left(\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \mathbf{k}\left(\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial z}\right)$$

Il rotore di un campo vettoriale può essere calcolato utilizzando la funzione CURL. Ad esempio, per la funzione **F**(X,Y,Z) = [XY,X^2+Y^2+Z^2,YZ], il rotore viene calcolato come segue:



Campi irrotazionali e funzione potenziale

In una precedente sezione del presente Capitolo è stata descritta la funzione POTENTIAL, che consente di calcolare la funzione potenziale φ(x,y,z) per un campo vettoriale, **F**(x,y,z) = f(x,y,z)**i**+ g(x,y,z)**j**+ h(x,y,z)**k**, in modo che **F** = grad φ = ∇φ. Sono state altresì descritte le condizioni di esistenza di φ: ∂f/∂y = ∂g/∂x, ∂f/∂z = ∂h/∂x e ∂g/∂z = ∂h/∂y. Queste condizioni sono equivalenti all'espressione vettoriale

curl **F** = ∇×**F** = 0.

Un campo vettoriale **F**(x,y,z) con rotore pari a zero prende il nome di campo <u>irrotazionale</u>. Si conclude quindi che per un campo irrotazionale **F**(x,y,z) esiste sempre una funzione potenziale φ(x,y,z).

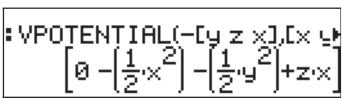
In un precedente esempio si è tentato di ottenere una funzione potenziale per il campo vettoriale **F**(x,y,z) = (x+y)**i** + (x-y+z)**j** + xz**k** e la funzione POTENTIAL ha restituito un messaggio di errore. Per verificare che il campo sia effettivamente un campo rotazionale (ovvero $\nabla\times$**F** $\neq$ 0), è possibile utilizzare la funzione CURL:

D'altra parte, il campo vettoriale **F**(x,y,z) = **xi** + y**j** + z**k** è senza dubbio irrotazionale, come si dimostra di seguito:

Potenziale vettore

Dato un campo vettoriale **F**(x,y,z) = f(x,y,z)**i**+g(x,y,z)**j**+h(x,y,z)**k**, se esiste una funzione vettoriale Φ(x,y,z) = ϕ(x,y,z)**i**+ψ(x,y,z)**j**+η(x,y,z)**k**, tale che **F** = rotore Φ = $\nabla\times$ Φ, allora la funzione Φ(x,y,z) viene definita come potenziale vettore di **F**(x,y,z).

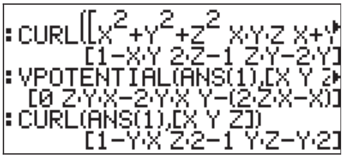
La calcolatrice presenta la funzione VPOTENTIAL, disponibile all'interno del Command Catalog (⮣ _CAT_), per calcolare il potenziale vettore, Φ(x,y,z), dato il campo vettoriale **F**(x,y,z) = f(x,y,z)**i**+g(x,y,z)**j**+h(x,y,z)**k**. Ad esempio, dato il campo vettoriale **F**(x,y,z) = -(y**i**+z**j**+x**k**), la funzione VPOTENTIAL restituisce



Ovvero Φ(x,y,z) = -x^2/2**j** + (-y^2/2+zx)**k**.

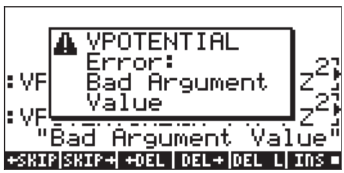
È opportuno ricordare che sono possibili più funzioni vettoriali potenziali Φ per un dato campo vettoriale **F**. Ad esempio, la schermata riportata di seguito mostra che il rotore della funzione vettoriale Φ_1 = [X^2+Y^2+Z^2,XYZ,X+Y+Z] è il vettore **F** = $\nabla\times$ Φ_2 = [1-XY,2Z-1,ZY-2Y]. L'applicazione della funzione VPOTENTIAL restituisce la funzione vettoriale potenziale Φ_2 = [0, ZYX-2YX, Y-

(2ZX-X)], che è diversa da Φ_1. L'ultimo comando della schermata mostra che in effetti **F** = $\nabla\times\ \Phi_2$. Pertanto, una funzione vettoriale potenziale non è determinata in modo univoco.

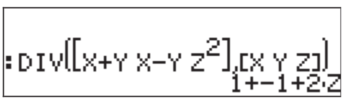


Le componenti del campo vettoriale dato, **F**(x,y,z) = f(x,y,z)**i**+g(x,y,z)**j** +h(x,y,z)**k**, e quelle della funzione vettoriale potenziale, Φ(x,y,z) = ϕ(x,y,z)**i**+ψ(x,y,z)**j**+η(x,y,z)**k**, sono correlate mediante $f = \partial\eta/\partial y - \partial\psi/\partial x$, $g = \partial\phi/\partial z - \partial\eta/\partial x$ e $h = \partial\psi/\partial x - \partial\phi/\partial y$.

Una condizione di esistenza della funzione Φ(x,y,z) è che div **F** = $\nabla\bullet$**F** = 0, ovvero $\partial f/\partial x + \partial g/\partial y + \partial f/\partial z = 0$. Pertanto, se questa condizione non viene soddisfatta, la funzione vettoriale potenziale Φ(x,y,z) non esiste. Ad esempio, se **F** = [X+Y,X-Y,Z^2], la funzione VPOTENTIAL restituisce un messaggio di errore. Infatti, la funzione F non soddisfa la condizione $\nabla\bullet$**F** = 0:



La condizione $\nabla\bullet$**F** $\neq 0$ viene verificata nella schermata che segue:



Capitolo 16
Equazioni differenziali

Nel presente Capitolo sono riportati degli esempi che illustrano come risolvere le equazioni differenziali ordinarie (ODE) utilizzando le funzioni della calcolatrice. Un'equazione differenziale è un'equazione che include derivate della variabile indipendente. Nella maggior parte dei casi si ricerca la funzione dipendente che soddisfa l'equazione differenziale.

Operazioni di base con le equazioni differenziali

In questa sezione vengono illustrate alcune operazioni per immettere, controllare e risolvere equazioni differenziali ordinarie con la calcolatrice.

Immissione di equazioni differenziali

Per risolvere le equazioni differenziali con la calcolatrice, è necessario immettere le derivate nell'equazione. Il modo più semplice per immettere un'equazione differenziale è utilizzare l'Equation Writer. Ad esempio, per immettere l'ODE:

(x-1)·(dy(x)/dx)^2 + 2·x·y(x) = e^x sin x, utilizzare i tasti:

[↱] EQW [↰] () [ALPHA] [↰] [X] [−] [1] [▶] [▶] [▶] [×] [↱] ∂ [ALPHA] [↰] [X]
[▶] [ALPHA] [↰] [Y] [↰] () [ALPHA] [↰] [X] [▶] [▶] [y^x] [2] [▶] [▶] [+] [2] [×]
[ALPHA] [↰] [X] [×] [ALPHA] [↰] [Y] [↰] () [ALPHA] [↰] [X] [▶] [▶] [▶] [▶]
[↱] = [↰] e^x [ALPHA] [↰] [X] [▶] [×] [SIN] [ALPHA] [↰] [X] [ENTER]

La derivata dy/dx è rappresentata mediante `∂x(y(x)) or by d1y(x)`. Ai fini della risoluzione o del calcolo, è necessario definire y(x) nell'espressione, ovvero la variabile dipendente deve includerne le variabili indipendenti in qualunque derivata dell'equazione.

È altresì possibile immettere un'equazione direttamente nello stack utilizzando il simbolo ∂ nelle derivate. Ad esempio, per immettere la seguente ODE che include derivate seconde, d^{2}u(x)/dx^2 + 3u(x)·(du(x)/dx) + u(x)^2 = 1/x, direttamente nella schermata, utilizzare i tasti:

['] [↱] ∂ [ALPHA] [↰] [X] [↰] () [↱] ∂ [ALPHA] [↰] [X] [↰] () [ALPHA] [↰] [U]
[↰] () [ALPHA] [↰] [X] [▶] [▶] [▶] [+] [3] [×] [ALPHA] [↰] [U] [↰] ()
[ALPHA] [↰] [X] [▶] [×] [↱] ∂ [ALPHA] [↰] [X] [↰] () [ALPHA] [↰] [U] [↰] ()
[ALPHA] [↰] [X] [▶] [▶] [+] [ALPHA] [↰] [U] [↰] () [ALPHA] [↰] [X] [▶] [y^x] [2]

[↱] = [1] [÷] [ALPHA] [↰] [X] [ENTER]

Il risultato è '`∂x(∂x(u(x)))+3*u(x)*∂x(u(x))+u^2=1/x`'. Questo formato viene visualizzato nella schermata se l'opzione ->Textbook non è selezionata nelle impostazioni del display (MODE). Premere il tasto ▼ per visualizzare l'equazione nell'Equation Writer.

Una notazione alternativa per le derivate immesse direttamente nello stack è utilizzare 'd1' a indicare la derivata per la prima variabile indipendente, 'd2' a indicare la derivata per la seconda variabile indipendente e così via. Una derivata seconda, come, ad esempio, d^2x/dt^2, dove $x = x(t)$, va scritta come 'd1d1x(t)', mentre $(dx/dt)^2$ va scritta come 'd1x(t)^2'. Pertanto, in base a questa notazione, la PDE $\partial^2y/\partial t^2 - g(x,y)\cdot(\partial^2y/\partial x^2)^2 = r(x,y)$ dovrebbe essere scritta come 'd2d2y(x,t)-g(x,y)*d1d1y(x,t)^2=r(x,y)'.

L'indicazione 'd' e del grado della variabile indipendente è la notazione da utilizzare di preferenza se nel calcolo sono presenti delle derivate. Ad esempio, l'utilizzo della funzione DERIV in modalità ALG, come mostrato in DERIV('x*f(x,t)+g(t,y) = h(x,y,t)',t), restituisce la seguente espressione: `'x*d2f(x,t)+d1g(t,y)=d3h(x,y,t)'`. Tradotta sulla carta, questa espressione rappresenta l'equazione differenziale parziale $x\cdot(\partial f/\partial t) + \partial g/\partial t = \partial h/\partial t$.

Dal momento che il grado della variabile t è diverso in f(x,t), g(t,y) e h(x,y,t), le derivate rispetto a t hanno indici diversi, come, ad esempio, d2f(x,t), d1g(t,y) e d3h(x,y,t). Tuttavia, tutte rappresentano derivate rispetto alla stessa variabile.

Le espressioni delle derivate che utilizzano una notazione basata sul grado della variabile non vengono tradotte nella notazione tipica della derivata all'interno dell'Equation Writer, come si può notare premendo il tasto ▼ mentre l'ultimo risultato è nel livello di stack 1. Tuttavia, la calcolatrice comprende entrambe le notazioni e opera di conseguenza in base alla notazione utilizzata.

Verifica delle soluzioni con la calcolatrice

Per verificare con la calcolatrice se una funzione soddisfa una certa equazione, utilizzare la funzione SUBST (vedere il Capitolo 5) per sostituire la soluzione della forma 'y = f(x)' o 'y = f(x,t)' e così via nell'equazione differenziale. Per verificare la soluzione, può essere necessario semplificare il risultato con la funzione EVAL. Ad esempio, per verificare che $u = A \sin \omega_o t$ risolva l'equazione $d^2u/dt^2 + \omega_o{}^2\cdot u = 0$, procedere in uno dei modi illustrati di seguito:

In modalità ALG:

SUBST('∂t(∂t(u(t)))+ ω0^2*u(t) = 0','u(t)=A*SIN (ω0*t)') ENTER

EVAL(ANS(1)) [ENTER]

In modalità RPN:

‘∂t(∂t(u(t)))+ ω0^2*u(t) = 0’ [ENTER] ‘u(t)=A*SIN (ω0*t)’ [ENTER]

SUBST EVAL

Il risultato sarà ‘0=0’.

In questo esempio è altresì possibile utilizzare ‘∂t(∂t(u(t))))+ ω0^2*u(t) = 0’ per immettere l'equazione differenziale.

Visualizzazione del campo di direzioni per le soluzioni

I grafici che rappresentano i campi di direzioni, descritti nel Capitolo 12, consentono di visualizzare le soluzioni di un'equazione differenziale della forma dy/dx = f(x,y). Un diagramma del campo di direzioni mostra un numero di segmenti tangenti alle curve che rappresentano le soluzioni, y = f(x). La pendenza dei segmenti in qualsiasi punto (x,y) è data da dy/dx = f(x,y), valutata in qualsiasi punto (x,y), rappresenta la pendenza della tangente nel punto (x,y).

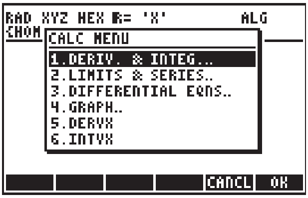
Esempio 1 -- Tracciare la soluzione dell'equazione differenziale y’ = f(x,y) = sin x cos y, utilizzando un grafico del campo di soluzioni. Per risolvere questo problema, seguire le istruzioni riportate nel Capitolo 12 per i grafici *slopefield*.

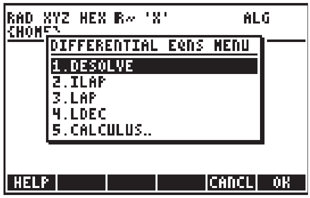
Per riprodurre il grafico del campo di soluzioni, è possibile tracciare a mano le linee tangenti ai segmenti mostrati nel grafico. Tali linee costituiscono le linee di y(x,y) = costante per la soluzione di y’ = f(x,y). Pertanto, i campi di direzioni sono utili strumenti per visualizzare equazioni particolarmente difficili da risolvere.

In conclusione, i campi di direzione costituiscono un ausilio grafico per tracciare le curve y = g(x) che corrispondono alle soluzioni dell'equazione differenziale dy/dx = f(x,y).

Menu CALC/DIFF

Il sottomenu DIFFERENTIAL EQNS del menu CALC ([←] CALC) dispone delle funzioni necessarie per risolvere le equazioni differenziali. Il menu è riportato in basso con il flag di sistema 117 impostato su CHOOSE boxes:





Queste funzioni sono descritte brevemente di seguito. Per una descrizione più approfondita, vedere le sezioni finali del presente Capitolo.

DESOLVE: Differential Equation SOLVEr (Risolutore delle equazioni differenziali);

ILAP: Inverse LAPlace transform (Trasformata inversa di LAPlace), $L^{-1}[F(s)] = f(t)$

LAP: LAPlace transform (Trasformata di LAPlace), $L[f(t)]=F(s)$

LDEC: Linear Differential Equation Command (Equazioni differenziali lineari).

Consente di risolvere equazioni differenziali lineari con coefficienti costanti.

Soluzione di equazioni lineari e non lineari

Un'equazione in cui la variabile dipendente e le relative derivate sono di 1° grado è definita <u>equazione differenziale lineare</u>. In caso contrario, l'equazione è detta <u>non lineare</u>. Esempi di equazioni differenziali lineari sono: $d^2x/dt^2 + \beta\cdot(dx/dt) + \omega_o\cdot x = A \sin \omega_f t$, e $\partial C/\partial t + u\cdot(\partial C/\partial x) = D\cdot(\partial^2 C/\partial x^2)$.

Un'equazione che a destra del segno di uguale (senza interessare la funzione o le sue derivate) è uguale a zero è detta equazione omogenea. In caso contrario, è detta non omogenea. La soluzione di un'equazione omogenea è detta soluzione generale, mentre la soluzione di un'equazione non omogenea è detta particolare.

Funzione LDEC

La calcolatrice dispone della funzione LDEC che consente di trovare la soluzione generale di un'equazione ODE lineare di qualsiasi ordine con coefficienti costanti, omogenea o non omogenea. Per utilizzare questa funzione è necessario immettere due dati di input:

- il lato destro dell'equazione ODE;
- l'equazione caratteristica dell'equazione ODE.

Entrambi questi dati di input devono essere immessi in termini di variabile indipendente predefinita del CAS della calcolatrice (in genere 'X'). Il risultato della funzione è la soluzione generale dell'equazione ODE. La funzione LDEC è disponibile nel menu CALC/DIFF. Gli esempi che seguono si riferiscono all'utilizzo della modalità RPN, anche se è piuttosto semplice tradurli nella modalità ALG.

Esempio 1 – Risolvere l'equazione omogenea ODE: $d^3y/dx^3-4\cdot(d^2y/dx^2)-11\cdot(dy/dx)+30\cdot y = 0$ immettendo `0` ENTER `'X^3-4*X^2-11*X+30'` ENTER `LDEC` EVAL. La soluzione sarà:

$$\frac{(120\cdot cC0+16\cdot cC1-8\cdot cC2)\cdot e^{3\cdot X}\cdot e^{2\cdot X}-\left[(30\cdot cC0-(5\cdot cC1+5\cdot cC2))\cdot e^{5\cdot X}\cdot e^{3\cdot X}-(30\cdot cC0-(21\cdot cC1-3\cdot cC2))\right]}{120\cdot e^{3\cdot X}}$$

dove cC0, cC1 e cC2 sono costanti di integrazione. Sebbene questo risultato possa sembrare piuttosto complicato, è possibile semplificarlo se

K1 = (10*cC0-(7+cC1-cC2))/40, K2 = -(6*cC0-(cC1+cC2))/24,

e

K3 = (15*cC0+(2*cC1-cC2))/15.

La soluzione risulta quindi

$$y = K_1\cdot e^{-3x} + K_2\cdot e^{5x} + K_3\cdot e^{2x}.$$

Il motivo per cui il risultato ottenuto utilizzando la funzione LDEC riporta una complicata combinazione di costanti è dovuto al fatto che, internamente, per ottenere la soluzione, la funzione LDEC utilizza le trasformate di Laplace (illustrate più avanti nel Capitolo), che trasformano la soluzione di un'ODE in una soluzione algebrica. La combinazione di costanti risulta dalla fattorizzazione dei termini esponenziali una volta calcolata la soluzione per la trasformata di Laplace.

Esempio 2 – Utilizzare la funzione LDEC per risolvere l'equazione ODE non omogenea:

$$d^3y/dx^3-4\cdot(d^2y/dx^2)-11\cdot(dy/dx)+30\cdot y = x^2.$$

Immettere:

`'X^2'` ENTER `'X^3-4*X^2-11*X+30'` ENTER `LDEC` EVAL

La soluzione, mostrata parzialmente nell'Equation Writer, sarà:

$$\frac{(27000\cdot cC0+3600\cdot cC1-(1800\cdot cC2+450))\cdot e^{3\cdot X}\cdot e^{2\cdot X}-\left[\left((6750\cdot cC0-(1125\cdot cC1+1125\cdot cC2+18))\cdot e^{5\cdot X}-\left(900\cdot X^2+660\cdot X+482\right)\right)\cdot e^{3\cdot X}-(6750\cdot cC0-(4725\cdot cC1-(675\cdot cC2-50)))\right]}{27000\cdot e^{3\cdot X}}$$

Se la combinazione di costanti che accompagna i termini esponenziali viene sostituita con valori più semplici, l'espressione può essere semplificata in $y = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x} + (450 \cdot x^2+330 \cdot x+241)/13500$.

I primi tre termini rappresentano la soluzione generale dell'equazione omogenea (vedere il precedente esempio 1). Se y_h rappresenta la soluzione all'equazione omogenea, ovvero $y_h = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x}$. È possibile verificare che i restanti termini della soluzione mostrata sopra, ovvero $y_p = (450 \cdot x^2+330 \cdot x+241)/13500$, costituiscono una soluzione particolare dell'ODE.

Nota: questo è un risultato generale per tutte le equazioni ODE lineari non omogenee, ovvero data la soluzione dell'equazione omogenea, $y_h(x)$, la soluzione dell'equazione non omogenea corrispondente, $y(x)$, può essere scritta come

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x),$$

dove $y_p(x)$ è una soluzione particolare dell'ODE.

Per verificare che $y_p = (450 \cdot x^2+330 \cdot x+241)/13500$ sia effettivamente una soluzione particolare dell'ODE, procedere come indicato di seguito:

```
'd1d1d1Y(X)-4*d1d1Y(X)-11*d1Y(X)+30*Y(X) = X^2' ENTER
'Y(X)=(450*X^2+330*X+241)/13500' ENTER
SUBST EVAL
```

Occorrerà attendere all'incirca dieci secondi per ottenere il risultato: 'X^2 = X^2'.

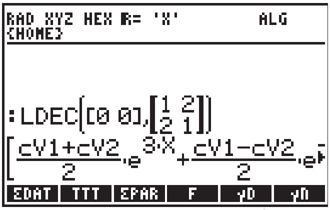
Esempio 3 - Risolvere un sistema di equazioni differenziali lineari con coefficienti costanti.

Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari:

$$x_1'(t) + 2x_2'(t) = 0,$$

$$2x_1'(t) + x_2'(t) = 0.$$

La corrispondente forma algebrica è: $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}'(t) = 0$, dove $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Per risolvere il sistema, utilizzare la funzione LDEC con gli argomenti [0,0] e la matrice A, come mostrato nella seguente schermata in la modalità ALG:



La soluzione è data come vettore contenente le funzioni $[x_1(t), x_2(t)]$. La pressione del tasto ▼ consente di attivare il Matrix Writer per visualizzare le due componenti del vettore. Per visualizzare i dettagli di ciascun componente, premere il tasto funzione EDIT. Verificare che i componenti siano:

Funzione DESOLVE

La calcolatrice dispone della funzione DESOLVE (Risoluzione di equazioni ordinarie) che consente di risolvere alcuni tipi di equazioni differenziali. Questa funzione richiede come dati di input l'equazione differenziale e la funzione non nota e restituisce la soluzione all'equazione, se disponibile. Come dato di input della funzione DESOLVE è altresì possibile utilizzare un vettore contenente l'equazione differenziale e le condizioni iniziali, piuttosto che solo un'equazione differenziale. La funzione DESOLVE è disponibile nel menu CALC/DIFF. Di seguito sono riportati alcuni esempi di utilizzo della funzione DESOLVE in modalità RPN.

<u>Esempio 1</u> – Risolvere l'ODE del primo ordine:

$$dy/dx + x^2 \cdot y(x) = 5.$$

Nella calcolatrice utilizzare:

`'d1y(x)+x^2*y(x)=5'` ENTER `'y(x)'` ENTER `DESOLVE`

La soluzione restituita è

{'y = (INT(5*EXP(xt^3/3),xt,x)+cC0)*1/EXP(x^3/3)}' }, ad esempio,

$$y(x) = \exp(-x^3/3) \cdot \left(\int 5 \cdot \exp(x^3/3) \cdot dx + cC_0 \right)$$

Variabile ODETYPE

Nelle etichette dei tasti FUNZIONE si noterà una nuova variabile denominata ODETY (ODETYPE). Tale variabile è prodotta dalla chiamata alla funzione DESOL e visualizza una stringa che mostra il tipo di equazione differenziale ordinaria (ODE) utilizzato come input per la funzione DESOLVE. Premere ODETY per visualizzare la stringa "`1st order linear`" (Lineare del primo ordine).

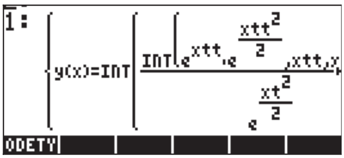
Esempio 2 -- Risolvere la ODE del secondo ordine:

$$d^2y/dx^2 + x\,(dy/dx) = \exp(x).$$

Nella calcolatrice inserire:

`'d1d1y(x)+x*d1y(x) = EXP(x)'` ENTER `'y(x)'` ENTER `DESOLVE`

Il risultato è un'espressione con due integrazioni implicite, ovvero,



Per questa particolare equazione, tuttavia, si nota che il termine di sinistra rappresenta d/dx(x dy/dx), perciò ora la ODE verrà scritta come:

$$d/dx(x\ dy/dx) = \exp x,$$

e

$$x\ dy/dx = \exp x + C.$$

Successivamente è possibile scrivere

$$dy/dx = (C + \exp x)/x = C/x + e^x/x.$$

Nella calcolatrice, si potrebbe cercare di integrare:

`'d1y(x) = (C + EXP(x))/x'` ENTER `'y(x)'` ENTER `DESOLVE`

Il risultato è { 'y(x) = INT((EXP(xt)+C)/xt,xt,x)+C0' }, ad esempio,

$$y(x) = \int \cdot \frac{e^x + C}{x} dx + C_0$$

Eseguendo l'integrazione a mano, è possibile giungere solo a:

$$y(x) = \int \cdot \frac{e^x}{x} dx + C \cdot \ln x + C_0$$

perché l'integrale di exp(x)/x non è disponibile in forma chiusa.

<u>Esempio 3</u> – Risoluzione dell'equazione con condizioni iniziali. Risolvere

$$d^2y/dt^2 + 5y = 2 \cos(t/2),$$

con condizioni iniziali

$$y(0) = 1.2,\ y'(0) = -0.5.$$

Nella calcolatrice inserire:

['d1d1y(t)+5*y(t) = 2*COS(t/2)' 'y(0) = 6/5' 'd1y(0) = -1/2'] ENTER

'y(t)' ENTER

DESOLVE

Si osservi che le condizioni inziali sono state cambiate nelle rispettive espressioni esatte, 'y(0) = 6/5', piuttosto che 'y(0)=1.2', e 'd1y(0) = -1/2', piuttosto che, 'd1y(0) = -0.5'. Il cambiamento in tali espressioni esatte facilita la soluzione.

Nota: per trasformare i valori decimali in espressioni frazionarie utilizzare la funzione →Q (vedere Capitolo 5).

La soluzione sarà:

Premere EVAL EVAL per semplificare il risultato ottenendo

'y(t) = -((19*√5*SIN(√5*t)-(148*COS(√5*t)+80*COS(t/2)))/190)'.

Premere VAR ODETY per visualizzare la stringa "`Linear w/ cst coeff`" (Lineare con coefficiente costante) per questo tipo di ODE.

Trasformate di Laplace

La trasformata di Laplace di una funzione f(t) restituisce una funzione F(s) nel dominio immagine che è possibile utilizzare per trovare la soluzione di una equazione differenziale lineare con f(t) tramite metodi algebrici. L'applicazione comporta tre fasi:

1. L'utilizzo della trasformata di Laplace converte un'equazione differenziale ordinaria lineare con f(t) in un'espressione algebrica.
2. L'incognita F(s) è risolta per il dominio immagine attraverso la manipolazione algebrica.
3. L'antitrasformata di Laplace è utilizzata per convertire la funzione immagine vista al punto 2 nella soluzione dell'equazione differenziale f(t).

Definizioni

La trasformata di Laplace della funzione f(t) è la funzione F(s) definita come

$$\mathrm{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)\cdot e^{-st}dt.$$

È possibile che la variabile immagine s sia, come generalmente accade, un numero complesso.

Molte applicazioni pratiche della trasformata di Laplace implicano una funzione originale f(t) dove t rappresenta il tempo, ad esempio, nei sistemi di controllo di circuiti elettrici o idraulici. Nella maggior parte dei casi l'utente si interessa alla risposta del sistema dopo il tempo t>0 e pertanto la definizione di trasformata di Laplace data sopra implica un'integrazione per valori di t maggiori di zero.
L' antitrasformata di Laplace mappa la funzione F(s) sulla funzione originale f(t) nel dominio del tempo, ad esempio $L^{-1}\{F(s)\} = f(t)$.

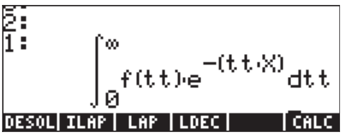
L'integrale di convoluzione o prodotto di convoluzione di due funzioni f(t) e g(t), dove g è traslato nel tempo, viene definito come

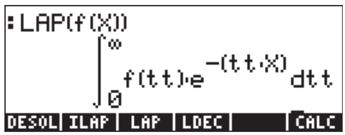
$$(f * g)(t) = \int_0^t f(u)\cdot g(t-u)\cdot du\ .$$

Le trasformate e le antitrasformate di Laplace nella calcolatrice

La calcolatrice dispone delle funzioni LAP e ILAP per calcolare rispettivamente la trasformata e l'antitrasformata di Laplace di una funzione f(VX), dove VX è la variabile indipendente predefinita del CAS, che l'utente dovrebbe impostare su 'X'. Pertanto la calcolatrice restituisce la trasformata o l'antitrasformata come funzione di X. Le funzioni LAP e ILAP sono disponibili nel menu CALC/DIFF. Gli esempi sono stati eseguiti in modalità RPN, ma la loro traduzione in modalità ALG è semplice. Per eseguire i presenti esempi, impostare la modalità CAS su Real e Exact.

Esempio 1 – È possibile ottenere la definizione di trasformata di Laplace utilizzzando: `'f(X)'` ENTER `LAP` in modalità RPN, oppure `LAP(f(X))` in modalità ALG. La calcolatrice restituisce il risultato (a sinistra in modalità RPN a destra in modalità ALG):





Confrontare tali espressioni con quelle illustrate in precedenza nella definizione di trasformata di Laplace, ad esempio,

$$\mathsf{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-st} dt,$$

e si noterà che X, la variabile predefinita del CAS, sostituisce in questa definizione la variabile s nello schermo dell'Equation Writer. Pertanto, utilizzando la funzione LAP si ottiene una funzione di X, ovvero la trasformata di Laplace di f(X).

Esempio 2 – Determinare la trasformata di Laplace di $f(t) = e^{2t}\cdot\sin(t)$. Utilizzare la seguente procedura:

'EXP(2*X)*SIN(X)' ENTER LAP La calcolatrice restituisce: 1/(SQ(X-2)+1). Premere EVAL per ottenere $1/(X^2\text{-}4X+5)$.

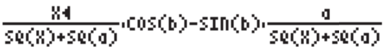
Portando tale risultato su carta è necessario scrivere

$$F(s) = \mathsf{L}\{e^{2t} \cdot \sin t\} = \frac{1}{s^2 - 4\cdot s + 5}$$

Esempio 3 –Determinare l'antitrasformata di Laplace di F(s) = sin(s). Utilizzare: 'SIN(X)' `ENTER` ILAP. La calcolatrice richiede alcuni secondi per restituire il risultato: 'ILAP(SIN(X))', significa che non vi è alcuna espressione in forma chiusa f(t), tale che f(t) L^{-1}\{sin(s)\}.

Esempio 4 – Determinare l'antitrasformata di Laplace di $F(s) = 1/s^3$. Utilizzare: '1/X^3' `ENTER` ILAP `EVAL`. La calcolatrice restituisce il risultato: 'X^2/2', che viene rappresentato come $L^{-1}\{1/s^3\} = t^2/2$.

Esempio 5 – Determinare la trasformata di Laplace della funzione f(t) = cos (a·t+b). Utilizzare: 'COS(a*X+b)' `ENTER` LAP. La calcolatrice restituisce il risultato:



Premere `EVAL` per ottenere $-(a \sin(b) - X \cos(b))/(X^2+a^2)$. La trasformata viene interpretata come segue: $L\{\cos(a\cdot t+b)\} = (s\cdot\cos b - a\cdot\sin b)/(s^2+a^2)$.

Teoremi relativi alle trasformate di Laplace

Per aiutare a determinare la trasformata di Laplace delle funzioni, è possibile utilizzare diversi teoremi, alcuni dei quali sono elencati di seguito. I teoremi presentati sono corredati da alcuni esempi applicativi.

- Teorema di derivazione per la derivata prima. Sia f_o la condizione iniziale di f(t), ovvero, $f(0) = f_o$, allora

$$L\{df/dt\} = s\cdot F(s) - f_o.$$

Esempio 1 – La velocità di una particella soggetta a un moto v(t) è definita come v(t) = dr/dt, dove r = r(t) è la posizione della particella. Siano $r_o = r(0)$ e R(s) =L\{r(t)\}, ne deriva che la trasformata della velocità può essere scritta come $V(s) = L\{v(t)\}=L\{dr/dt\}= s\cdot R(s)-r_o$.

- Teorema di derivazione per la derivata seconda. Siano $f_o = f(0)$, e $(df/dt)_o = df/dt|_{t=0}$, allora $L\{d^2f/dt^2\} = s^2\cdot F(s) - s\cdot f_o - (df/dt)_o$.

Esempio 2 – Come seguito all'esempio 1, l'accelerazione a(t) è definita come $a(t) = d^2r/dt^2$. Se la velocità iniziale è $v_o = v(0) = dr/dt|_{t=0}$, allora la trasformata di Laplace dell'accelerazione può essere scritta come:

$$A(s) = L\{a(t)\} = L\{d^2r/dt^2\}= s^2\cdot R(s) - s\cdot r_o - v_o.$$

- Teorema di derivazione per la derivata ennesima.
  Siano $f^{(k)}_o = d^kf/dx^k|_{t = 0}$, e $f_o = f(0)$, allora

$$L\{d^nf/dt^n\} = s^n\cdot F(s) - s^{n-1}\cdot f_o - \ldots - s\cdot f^{(n-2)}_o - f^{(n-1)}_o.$$

- Teorema di linearità. $L\{af(t)+bg(t)\} = a\cdot L\{f(t)\} + b\cdot L\{g(t)\}$.

- Teorema di derivazione per la funzione immagine. Sia $F(s) = L\{f(t)\}$, allora $d^nF/ds^n = L\{(-t)^n\cdot f(t)\}$.

Esempio 3 – Sia $f(t) = e^{-at}$, utilizzando la calcolatrice 'EXP(-a*X)' ENTER LAP, si ha '1/(X+a)' o $F(s) = 1/(s+a)$. La derivata terza di questa espressione può essere calcolata utilizzando:

'X' ENTER ↱ ∂ 'X' ENTER ↱ ∂ 'X' ENTER ↱ ∂ EVAL

Il risultato è

'-6/(X^4+4*a*X^3+6*a^2*X^2+4*a^3*X+a^4)', o

$$d^3F/ds^3 = -6/(s^4+4\cdot a\cdot s^3+6\cdot a^2\cdot s^2+4\cdot a^3\cdot s+a^4).$$

Si utilizzi ora '(-X)^3*EXP(-a*X)' ENTER LAP EVAL. Il risultato è esattamente lo stesso.

- Teorema di integrazione. Sia $F(s) = L\{f(t)\}$, allora

$$L\left\{\int_0^t f(u)du\right\}= \frac{1}{s}\cdot F(s).$$

- Teorema di convoluzione. Siano $F(s) = L\{f(t)\}$ e $G(s) = L\{g(t)\}$, allora

$$L\left\{\int_0^t f(u)g(t-u)du\right\}= L\{(f*g)(t)\} =$$

$$L\{f(t)\}\cdot L\{g(t)\} = F(s)\cdot G(s)$$

<u>Esempio 4</u> – utilizzando il teorema di convoluzione, la trasformata di Laplace di (f*g)(t), se f(t) = sin(t) e g(t) = exp(t). Per calcolare F(s) = L{f(t)} e G(s) = L{g(t)}, utilizzare: 'SIN(X)' `ENTER` LAP `EVAL`. Risultato,'1/(X^2+1)', ovvero, F(s) = 1/(s^2+1).
Inoltre, 'EXP(X)' `ENTER` LAP. Risultato, '1/(X-1)', ovvero, G(s) = 1/(s-1). Pertanto, L{(f*g)(t)} = F(s)·G(s) = 1/(s^2+1)·1/(s-1) = 1/((s-1)(s^2+1)) = 1/(s^3-s^2+s-1).

- <u>Teorema della traslazione per una traslazione verso destra</u>. Sia F(s) = L{f(t)}, allora

$$L\{f(t-a)\}=e^{-as}\cdot L\{f(t)\} = e^{-as}\cdot F(s).$$

- <u>Teorema della traslazione per una traslazione verso sinistra</u>. Sia F(s) = L{f(t)} e a >0, allora

$$L\{f(t+a)\} = e^{as}\cdot\left(F(s)-\int_0^a f(t)\cdot e^{-st}\cdot dt\right).$$

- <u>Teorema di similitudine</u>. Sia F(s) = L{f(t)} e a>0, allora L{f(a·t)} = (1/a)·F(s/a).
- <u>Teorema dello smorzamento</u>. Sia F(s) = L{f(t)}, allora L{e^{-bt}·f(t)} = F(s+b).
- <u>Teorema di divisione</u>. Sia F(s) = L{f(t)}, allora

$$L\left\{\frac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^\infty F(u)du.$$

- <u>Trasformata di Laplace di un funzione periodica di periodo T</u>:

$$L\{f(t)\} = \frac{1}{1-e^{-sT}}\cdot\int_0^T f(t)\cdot e^{-st}\cdot dt.$$

- <u>Teorema del limite per il valore iniziale</u>: Sia F(s) = L{f(t)}, allora

$$f_0 = \lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty}[s\cdot F(s)].$$

- <u>Teorema del limite per il valore finale</u>: Sia F(s) = L{f(t)}, allora

$$f_\infty = \lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0}[s \cdot F(s)].$$

Funzione delta di Dirac e funzione gradino di Heaviside

Nell'analisi dei sistemi di controllo è consuetudine utilizzare un tipo di funzione che rappresenta certi eventi fisici come ad esempio l'improvvisa attivazione di un interruttore (funzione gradino di Heaviside, H(t)) oppure un picco istantaneo in un ingresso del sistema (funzione delta di Dirac δ(t)). Tali funzioni appartengono ad una classe di funzioni note come funzioni generalizzate o simboliche [vedere Friedman, B., 1956, Principles and Techniques of Applied Mathematics, Dover Publications Inc., New York (ristampa del 1990)].

La definizione formale della funzione delta di Dirac, δ(x), è δ(x) = 0, per x ≠0, e

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1.0.$$

Inoltre, se f(x) è una funzione continua, allora $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-x_0)dx = f(x_0).$

Un'interpretazione dell'integrale mostrato sopra è, parafrasando Friedman (1990), è che la funzione δ estrae il valore della funzione f(x) con $x = x_0$. La funzione delta di Dirac è generalmente rappresentata da una freccia verso l'alto al punto $x = x_0$ indicante che la funzione ha un valore diverso da zero solo per quel particolare valore di x_0.

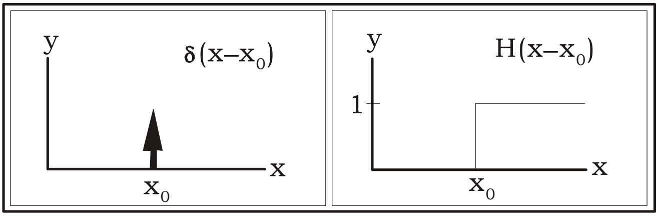
La funzione gradino di Heaviside, H(x), è definita come

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Inoltre, per una funzione continua f(x),

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)H(x-x_0)dx = \int_{x_0}^{\infty} f(x)dx.$$

La funzione delta di Dirac e la funzione gradino di Heaviside sono legate dalla relazione dH/dx = δ(x). Le due funzioni sono illustrate nella figura sottostante.



È possibile dimostrare che $L\{H(t)\} = 1/s$,

dal che segue $L\{U_o \cdot H(t)\} = U_o/s$,

dove U_o è una costante. Lo stesso vale per, $L^{-1}\{1/s\}=H(t)$,

e $L^{-1}\{ U_o /s\}= U_o \cdot H(t)$.

Inoltre, utilizzando il teorema della traslazione per eseguire una traslazione verso destra, $L\{f(t-a)\}=e^{-as} \cdot L\{f(t)\} = e^{-as} \cdot F(s)$, è possibile scrivere $L\{H(t-k)\} = e^{-ks} \cdot L\{H(t)\} = e^{-ks} \cdot (1/s) = (1/s) \cdot e^{-ks}$.

Un altro importante risultato, noto come <u>secondo teorema della traslazione per la traslazione a destra</u>, è che $L^{-1}\{e^{-as} \cdot F(s)\}=f(t-a) \cdot H(t-a)$, con $F(s) = L\{f(t)\}$.

Nella calcolatrice ci si riferisce alla funzione gradino di Heaviside H(t) semplicemente come '1'. Per controllare la trasformata nella calcolatrice, utilizzare: 1 ENTER LAP. Il risultato sarà '1/X', ad esempio, $L\{1\} = 1/s$. Allo stesso modo, 'U0' ENTER LAP , restituisce il risultato 'U0/X', ad esempio, $L\{U_0\} = U_0/s$.

Nella calcolatrice è possibile ottenere la funzione delta di Dirac utilizzando: 1 ENTER ILAP

Il risultato sarà `'Delta(X)'`.

Il risultato è puramente simbolico poiché non è possibile trovare un valore numerico per, ad esempio, `'Delta(5)'`.

È possibile definire tale risultato come la trasformata di Laplace per la funzione delta di Dirac, poiché da $L^{-1}\{1.0\}= \delta(t)$, segue che $L\{\delta(t)\} = 1.0$

Inoltre, utilizzando il teorema della traslazione per eseguire una traslazione verso destra, $L\{f(t-a)\}=e^{-as} \cdot L\{f(t)\} = e^{-as} \cdot F(s)$, è possibile scrivere $L\{\delta(t-k)\} = e^{-ks} \cdot L\{\delta(t)\} = e^{-ks} \cdot 1.0 = e^{-ks}$.

Applicazioni della trasformata di Laplace per la soluzione di equazioni differenziali ordinarie (ODE) lineari

All'inizio della sezione relativa alle trasformate di Laplace si è stabilita la possibilità di utilizzarle per convertire una ODE lineare nel dominio tempo in un'equazione algebrica nel dominio immagine. L'equazione che ne risulta è quindi risolta per una funzione F(s) tramite metodi algebrici e la soluzione della ODE si trova utilizzando l'antitrasformata di Laplace su F(s).

I teoremi sulle derivate di una funzione, ad esempio,

$$L\{df/dt\} = s\cdot F(s) - f_o,$$

$$L\{d^2f/dt^2\} = s^2\cdot F(s) - s\cdot f_o - (df/dt)_o,$$

e, in generale,

$$L\{d^nf/dt^n\} = s^n\cdot F(s) - s^{n-1}\cdot f_o - \ldots - s\cdot f^{(n-2)}{}_o - f^{(n-1)}{}_o,$$

sono particolarmente utili per trasformare una ODE in un'equazione algebrica.

<u>Esempio</u> 1 – Per risolvere l'equazione del primo ordine,

$$dh/dt + k\cdot h(t) = a\cdot e^{-t},$$

utilizzando la trasformata di Laplace, è possibile scrivere:

$$L\{dh/dt + k\cdot h(t)\} = L\{a\cdot e^{-t}\},$$

$$L\{dh/dt\} + k\cdot L\{h(t)\} = a\cdot L\{e^{-t}\}.$$

Nota: 'EXP(-X)' `ENTER` LAP , restituisce '1/(X+1)', ovvero $L\{e^{-t}\}=1/(s+1)$.

Con $H(s) = L\{h(t)\}$,e $L\{dh/dt\} = s\cdot H(s) - h_o$, nella quale $h_o = h(0)$, l'equazione trasformata diventa $s\cdot H(s)-h_o+k\cdot H(s) = a/(s+1)$.

Utilizzare la calcolatrice per risolvere per H(s), inserendo:

'X*H-h0+k*H=a/(X+1)' `ENTER` 'H' ISOL

Il risultato sarà 'H=((X+1)*h0+a)/(X^2+(k+1)*X+k)'.

Per trovare la soluzione della ODE, h(t), è necessario utilizzare l'antitrasformata di Laplace, come segue:

OBJ→ ◄ ◄ Isola il termine di destra dell'ultima espressione
ILAP EVAL Ricava l'antitrasformata di Laplace

Il risultato è $\frac{a\cdot e^{k\cdot X}+((k-1)\cdot ho-a)\cdot e^{X}}{(k-1)\cdot e^{X}\cdot e^{k\cdot X}}$. Sostituendo X con t nella presente espressione e semplificando si ottiene $h(t) = a/(k-1)\cdot e^{-t} +((k-1)\cdot h_o-a)/(k-1)\cdot e^{-kt}$.

Verificare ora la soluzione della ODE in caso di utilizzo della funzione LDEC:

'a*EXP(-X)' ENTER 'X+k' ENTER LDEC EVAL

Il risultato sarà: $\frac{a\cdot e^{k\cdot X}+((k-1)\cdot cC0-a)\cdot e^{X}}{(k-1)\cdot e^{X}\cdot e^{k\cdot X}}$, ovvero,

$$h(t) = a/(k-1)\cdot e^{-t} +((k-1)\cdot cC_o-a)/(k-1)\cdot e^{-kt}.$$

Perciò, cC0 nel risultato ricavato con LDEC rappresenta la condizione iniziale h(0).

Nota: utilizzando la funzione LDEC per risolvere una ODE lineare di ordine n in f(X) il risultato sarà restituito in termini di n costanti cC0, cC1, cC2, …, cC(n-1), che rappresentano le condizioni iniziali f(0), f'(0), f"(0), …, $f^{(n-1)}$ (0).

Esempio 2 – Utilizzare la trasformata di Laplace per risolvere l'equazione lineare del secondo ordine,

$$d^2y/dt^2+2y = \sin 3t.$$

Utilizzando la trasformata di Laplace, è possibile scrivere:

$$L\{d^2y/dt^2+2y\} = L\{\sin 3t\},$$

$$L\{d^2y/dt^2\} + 2\cdot L\{y(t)\} = L\{\sin 3t\}.$$

Nota: 'SIN(3*X)' ENTER LAP EVAL restituisce '3/(X^2+9)', ovvero
$L\{\sin 3t\}=3/(s^2+9)$.

Con $Y(s) = L\{y(t)\}$, e $L\{d^2y/dt^2\} = s^2 \cdot Y(s) - s \cdot y_o - y_1$, nella quale $y_o = h(0)$ e $y_1 = h'(0)$, l'equazione si trasforma in

$$s^2 \cdot Y(s) - s \cdot y_o - y_1 + 2 \cdot Y(s) = 3/(s^2+9).$$

Utilizzare la calcolatrice per risolvere per Y(s), scrivendo:

'X^2*Y-X*y0-y1+2*Y=3/(X^2+9)' ENTER 'Y' ISOL

Il risultato sarà

'Y=((X^2+9)*y1+(y0*X^3+9*y0*X+3))/(X^4+11*X^2+18)'.

Per trovare la soluzione della ODE, y(t), è necessario utilizzare l'antitrasformata di Laplace, come segue:

OBJ→ ◄ ◄ Isola il termine di destra dell'ultima espressione
ILAP EVAL Ricava l'antitrasformata di Laplace

Il risultato sarà

$$\frac{(7\cdot\sqrt{2}\cdot y1+3\cdot\sqrt{2})\cdot\mathrm{SIN}(\sqrt{2}\cdot X)+14\cdot y0\cdot\mathrm{COS}(\sqrt{2}\cdot X)-2\cdot\mathrm{SIN}(3\cdot X)}{14}$$

ovvero

$$y(t) = -(1/7) \sin 3x + y_o \cos \sqrt{2}x + (\sqrt{2}\,(7y_1+3)/14) \sin \sqrt{2}x.$$

Verificare ora come sarebbe la soluzione della ODE in caso di utilizzo della funzione LDEC:

'SIN(3*X)' ENTER 'X^2+2' ENTER LDEC EVAL

Il risultato sarà:

$$\frac{(7\cdot\sqrt{2}\cdot cC1+3\cdot\sqrt{2})\cdot\mathrm{SIN}(\sqrt{2}\cdot X)+14\cdot cC0\cdot\mathrm{COS}(\sqrt{2}\cdot X)-2\cdot\mathrm{SIN}(3\cdot X)}{14}$$

ovvero la stessa mostrata in precedenza con cC0 = y0 e cC1 = y1.

Nota: utilizzando i due esempi qui illustrati, è possibile confermare ciò che si è indicato in precedenza ovvero che la funzione ILAP utilizza le trasformate e le antitrasformate di Laplace per risolvere le equazioni differenziali ordinarie dato il termine destro dell'equazione e l'equazione caratteristica della ODE omogenea corrispondente.

Esempio 3 – Considerare l'equazione

$$d^2y/dt^2+y = \delta(t-3),$$

nella quale $\delta(t)$ è la funzione delta di Dirac.

Utilizzando la trasformata di Laplace, è possibile scrivere:

$$L\{d^2y/dt^2+y\} = L\{\delta(t-3)\},$$

$$L\{d^2y/dt^2\} + L\{y(t)\} = L\{\delta(t-3)\}.$$

Con `'Delta(X-3)'` ENTER LAP, la calcolatrice restituisce EXP(-3*X), ovvero $L\{\delta(t-3)\} = e^{-3s}$. Con $Y(s) = L\{y(t)\}$, e $L\{d^2y/dt^2\} = s^2\cdot Y(s) - s\cdot y_o - y_1$, dove $y_o = h(0)$ e $y_1 = h'(0)$, l'equazione si trasforma in $s^2\cdot Y(s) - s\cdot y_o - y_1 + Y(s) = e^{-3s}$. Utilizzare la calcolatrice per risolvere per Y(s), scrivendo:

'X^2*Y-X*y0-y1+Y=EXP(-3*X)' ENTER 'Y' ISOL

Il risultato sarà 'Y=(X*y0+(y1+EXP(-(3*X))))/(X^2+1)'.

Per trovare la soluzione della ODE, Y(t), è necessario utilizzare l'antitrasformata di Laplace, come segue:

OBJ→ ◄ ◄	Isola il termine di destra dell'ultima espressione
ILAP EVAL	Ricava l'antitrasformata di Laplace

Il risultato sarà 'y1*SIN(X)+y0*COS(X)+SIN(X-3)*Heaviside(X-3)'.

Note:

[1]. È possibile ricavare l'antitrasformata di Laplace dell'espressione '(X*y0+(y1+EXP(-(3*X))))/(X^2+1)' in maniera alternativa separando l'espressione in diverse parti, ad esempio,

'y0*X/(X^2+1) + y1/(X^2+1) + EXP(-3*X)/(X^2+1)',

e utilizzare il teorema di linearità dell'antitrasformata di Laplace

$$L^{-1}\{a\cdot F(s)+b\cdot G(s)\} = a\cdot L^{-1}\{F(s)\} + b\cdot L^{-1}\{G(s)\},$$

per scrivere

$$L^{-1}\{y_o\cdot s/(s^2+1)+y_1/(s^2+1)) + e^{-3s}/(s^2+1)) \} =$$

$$y_o\cdot L^{-1}\{s/(s^2+1)\}+ y_1\cdot L^{-1}\{1/(s^2+1)\}+ L^{-1}\{e^{-3s}/(s^2+1))\},$$

Quindi utilizzare la calcolatrice per ottenere:

'X/(X^2+1)' `ENTER` ILAP che restituisce, 'COS(X)', ovvero $L^{-1}\{s/(s^2+1)\}= \cos t$.

'1/(X^2+1)' `ENTER` ILAP che restituisce, 'SIN(X)', ovvero $L^{-1}\{1/(s^2+1)\}= \sin t$.

'EXP(-3*X)/(X^2+1)' `ENTER` ILAP che restituisce, SIN(X-3)*Heaviside(X-3)'.

[2]. È possibile calcolare l'ultimo risultato ovvero l'antitrasformata di Laplace dell'espressione '(EXP(-3*X)/(X^2+1))', utilizzando il secondo teorema della traslazione per una traslazione a destra

$$L^{-1}\{e^{-as}\cdot F(s)\}=f(t-a)\cdot H(t-a),$$

se si trova l'antitrasformata di Laplace di $1/(s^2+1)$. Con la calcolatrice, provare la sequenza '1/(X^2+1)' `ENTER` ILAP. Il risultato è 'SIN(X)'. Perciò, si ottiene $L^{-1}\{e^{-3s}/(s^2+1)\}\} = \sin(t-3)\cdot H(t-3)$,

Verificare ora come sarebbe la soluzione della ODE in caso di utilizzo della funzione LDEC:

'Delta(X-3)' `ENTER` 'X^2+1' `ENTER` LDEC `EVAL`

Il risultato sarà:

‘SIN(X-3)*Heaviside(X-3) + cC1*SIN(X) + cC0*COS(X)’.

Si osserva che la variabile X in questa espressione rappresenta la variabile t nella ODE originale. Pertanto, si potrebbe scrivere la soluzione su carta nel seguente modo:

$$y(t) = Co \cdot \cos t + C_1 \cdot \sin t + \sin(t-3) \cdot H(t-3)$$

Confrontando questo risultato con il precedente per y(t), si conclude che $cC_o = y_o$, $cC_1 = y_1$.

Definizione e uso della funzione gradino di Heaviside con la calcolatrice

L’esempio precedente ha illustrato l’utilizzo della funzione delta di Dirac come dato in ingresso di un sistema, ovvero il termine di destra della ODE che descrive il sistema. Nel presente esempio, si utilizzerà la funzione gradino di Heaviside, H(t). È possibile definire tale funzione nella calcolatrice come:

‘H(X) = IFTE(X>0, 1, 0)’ ENTER ← DEF

Tale definizione creerà la variabile H nei tasti FUNZIONE della calcolatrice.
Esempio 1 – Per visualizzare graficamente H(t-2), utilizzare una funzione di plottaggio (vedere Capitolo 12):

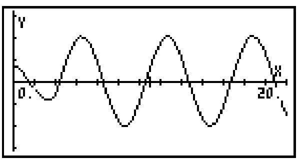
- Premere ← 2D/3D , simultaneamente in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP (Impostazione grafico).
- Cambiare `TYPE` in `FUNCTION` se necessario
- Cambiare EQ in ‘H(X-2)’.
- Assicurarsi che `Indep` sia impostato su ‘X’.
- Premere NXT OK per ritornare al normale display della calcolatrice.
- Premere ← WIN simultaneamente per accedere alla finestra PLOT della calcolatrice.
- Modificare l’intervallo H-VIEW da 0 a 20, e l’intervallo V-VIEW da -2 a 2.
- Premere ERASE DRAW per tracciare la funzione.

La calcolatrice non consente l'utilizzo della funzione H(X) con le funzioni LDEC, LAP o ILAP. È necessario utilizzare i risultati principali forniti in precedenza lavorando con la funzione gradino di Heaviside, ovvero $L\{H(t)\} = 1/s$, $L^{-1}\{1/s\}=H(t)$, $L\{H(t-k)\}=e^{-ks}\cdot L\{H(t)\} = e^{-ks}\cdot(1/s) = \cdot(1/s)\cdot e^{-ks}$ e $L^{-1}\{e^{-as}\cdot F(s)\}=f(t-a)\cdot H(t-a)$.

Esempio 2 – La funzione $H(t-t_o)$, se moltiplicata per una funzione f(t), ad esempio $H(t-t_o)f(t)$, attiva la funzione f(t) a $t = t_o$. Ad esempio, la soluzione ottenuta nell'Esempio 3 era $y(t) = y_o \cos t + y_1 \sin t + \sin(t-3)\cdot H(t-3)$. Si supponga di utilizzare $y_o = 0.5$, e $y_1 = -0.25$ come condizioni iniziali. Si plotti la funzione per studiarne l'aspetto:

- Premere ← 2D/3D , simultaneamente se in modalità RPN, per accedere alla finestra PLOT SETUP.
- Cambiare `TYPE` in `FUNCTION` se necessario
- Cambiare EQ in '0.5*COS(X)-0.25*SIN(X)+SIN(X-3)*H(X-3)'.
- Assicurarsi che `Indep` sia impostato su 'X'.
- valore di H-VIEW: 0 20, valore di V-VIEW: -3 2.
- Premere ERASE DRAW per tracciare la funzione.
- Premere EDIT NXT LABEL per visualizzare il grafico.

Il grafico così ottenuto avrà il seguente aspetto:



Si osservi che inizialmente il segnale ha un'ampiezza relativamente ridotta, ma improvvisamente, in corrispondenza di t=3, si trasforma in un segnale oscillatorio di ampiezza maggiore. Ciò che fa la differenza tra il comportamento del segnale prima e dopo il punto t=3 è l'attivazione della particolare soluzione $y_p(t) = \sin(t-3)\cdot H(t-3)$. Il comportamento del segnale prima del punto t = 3 rappresenta il contributo della soluzione omogenea $y_h(t) = y_o \cos t + y_1 \sin t$.

La soluzione di un'equazione con un segnale di attivazione dato da una funzione gradino di Heaviside è illustrata di seguito.

<u>Esempio 3</u> – Determinare la soluzione dell'equazione, $d^2y/dt^2+y = H(t-3)$,

nella quale H(t) è la funzione gradino di Heaviside. Utilizzando la trasformata di Laplace, è possibile scrivere: $L\{d^2y/dt^2+y\} = L\{H(t-3)\}$, $L\{d^2y/dt^2\} + L\{y(t)\} = L\{H(t-3)\}$. L'ultimo termine dell'espressione è: $L\{H(t-3)\} = (1/s)\cdot e^{-3s}$. Con $Y(s) = L\{y(t)\}$, e $L\{d^2y/dt^2\} = s^2\cdot Y(s) - s\cdot y_o - y_1$, dove $y_o = h(0)$ e $y_1 = h'(0)$, l'equazione si trasforma in

$s^2\cdot Y(s) - s\cdot y_o - y_1 + Y(s) = (1/s)\cdot e^{-3s}$. Se necessario, modificare le impostazioni del CAS in selezionando la modalità Exact. Utilizzare la calcolatrice per risolvere per Y(s), scrivendo:

'X^2*Y-X*y0-y1+Y=(1/X)*EXP(-3*X)' [ENTER] 'Y' ISOL

Il risultato sarà 'Y=(X^2*y0+X*y1+EXP(-3*X))/(X^3+X)'.

Per trovare la soluzione della ODE, y(t), è necessario utilizzare l'antitrasformata di Laplace, come segue:

OBJ→ [◄] [◄]	Isola il termine di destra dell'ultima espressione
ILAP	Ricava l'antitrasformata di Laplace

Il risultato sarà 'y1*SIN(X-1)+y0*COS(X-1)-(COS(X-3)-1)*Heaviside(X-3)'.

Successivamente, è possibile scrivere come soluzione: $y(t) = y_o \cos t + y_1 \sin t + H(t-3)\cdot(1+\sin(t-3))$.

Verificare ora come sarebbe la soluzione della ODE in caso di utilizzo della funzione LDEC:

'H(X-3)' [ENTER] [ENTER] 'X^2+1' [ENTER] LDEC

Il risultato sarà:

$$\mathrm{SIN(X)}\cdot\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{IFTE(ttt-3>0,1,0)}}{e^{X\cdot ttt}}\,dttt \;+cC1\cdot\mathrm{SIN(X)}+cC0\cdot\mathrm{COS(X)}$$

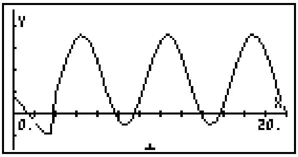
Si osserva che la variabile X nella presente espressione rappresenta la variabile t nella ODE originale e che la variabile *ttt* in questa espressione è una variabile di comodo o dummy. Pertanto, si potrebbe scrivere la soluzione su carta nel seguente modo:

$$y(t) = Co\cdot\cos t + C_1\cdot\sin t + \sin t\cdot\int_0^{\infty} H(u-3)\cdot e^{-ut}\cdot du.$$

Esempio 4 – Plottare la soluzione relativa all'esempio 3 utilizzando gli stessi valori di y_o e y_1 utilizzati nel grafico dell'esempio 1. Si tracci ora la funzione

$$y(t) = 0.5 \cos t - 0.25 \sin t + (1+\sin(t-3))\cdot H(t-3).$$

Nell'intervallo 0 < t < 20, cambiando l'intervallo verticale (-1,3), il grafico dovrebbe essere rappresentato come segue:



Si trova ancora una nuova componente di moto attivata a t=3, ovvero la particolare soluzione $y_p(t) = [1+\sin(t-3)]\cdot H(t-3)$, che cambia la natura della soluzione per t>3.

È possibile combinare la funzione gradino di Heaviside con una funzione costante e con funzioni lineari per generare onde quadre, triangolari e a dente di sega, come illustrato di seguito:

- Onda quadra di ampiezza U_o nell'intervallo a < t < b:

$$f(t) = Uo[H(t-a)-H(t-b)].$$

- Onda triangolare di valore massimo Uo, crescente da a < t < b, decrescente da b < t < c:

$$f(t) = U_o\cdot ((t-a)/(b-a)\cdot[H(t-a)-H(t-b)]+(1-(t-b)/(b-c))[H(t-b)-H(t-c)]).$$

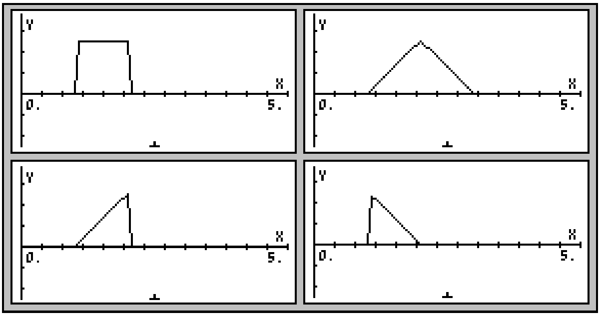
- Onda a dente di sega che aumenta fino ad un valore massimo di Uo per a < t < b, con repentina caduta a zero in corrispondenza di t = b:

$$f(t) = U_o\cdot (t-a)/(b-a)\cdot[H(t-a)-H(t-b)].$$

- Onda a dente di sega con incremento repentino fino ad un massimo di Uo in t = a, decremento lineare fino a zero per a < t < b:

$$f(t) = U_o \cdot [1-(t-a)/(b-1)] \cdot [H(t-a)-H(t-b)].$$

Nella figura in basso sono illustrati esempi di grafici generati da tali funzioni, per Uo = 1, a = 2, b = 3, c = 4, con intervallo orizzontale = (0,5) e intervallo verticale = (-1, 1.5):



Serie di Fourier

Le serie di Fourier utilizzano generalmente le funzioni seno e coseno per sviluppare le funzioni periodiche. Una funzione f(x) è detta <u>*periodica*</u>, con periodo T, se f(x+T) = f(t). Ad esempio, poiché sin(x+2π) = sin x, e cos(x+2π) = cos x, le funzioni *sin (seno)* e *cos (coseno)* sono funzioni periodiche 2π. Se due funzioni f(x) e g(x) sono periodiche con periodo T, anche la loro combinazione lineare h(x) = a·f(x) + b·g(x), è periodica con periodo T. È possibile sviluppare una funzione f(t) T-periodica in una serie di funzioni seno e coseno detta serie di Fourier, data da

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cdot \cos\frac{2n\pi}{T}t + b_n \cdot \sin\frac{2n\pi}{T}t\right)$$

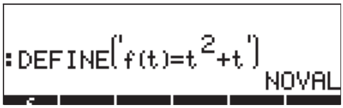
ove i coefficienti a_n e b_n sono dati da

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot dt, \quad a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot \cos\frac{2n\pi}{T}t\cdot dt,$$

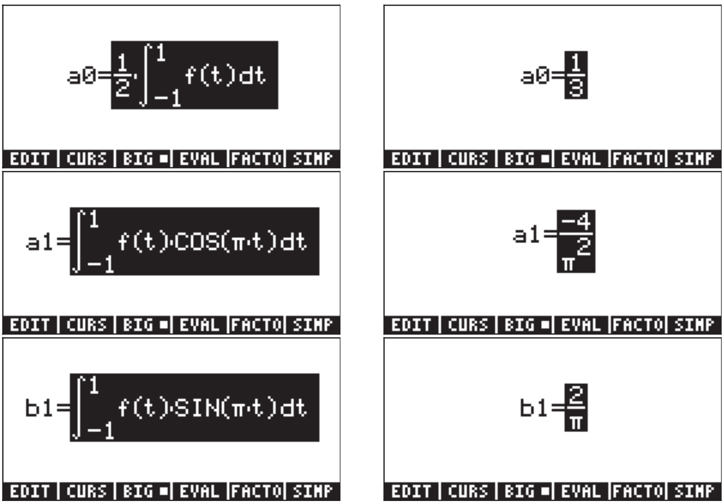
$$b_n = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot \sin\frac{2n\pi}{T}t\cdot dt.$$

I seguenti esercizi sono svolti in modalità ALG, con l'impostazione del CAS su Exact (Per generare un grafico, il CAS ritornerà su Approx. Assicurarsi di ritornare su Exact dopo aver generato il grafico). Si supponga, ad esempio, che la funzione $f(t) = t^2+t$ sia periodica con periodo $T = 2$. Per determinare i coefficienti a_0, a_1, e b_1 per le serie di Fourier corrispondenti, procedere come segue:

Per prima cosa, si definisca la funzione $f(t) = t^2+t$:



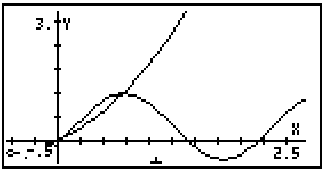
Successivamente, si utilizzerà l'Equation Writer per calcolare i coefficienti:



Pertanto, i primi tre termini della funzione sono:

$$f(t) \approx 1/3 - (4/\pi^2)\cdot\cos(\pi\cdot t)+(2/\pi)\cdot\sin(\pi\cdot t).$$

Un confronto grafico della funzione originale in sviluppo di Fourier utilizzando tali tre termini mostra che l'interpolazione è accettabile per $t < 1$ o valori ad esso prossimi. Si era tuttavia posto $T/2 = 1$. Pertanto l'interpolazione è valida solamente nell'intervallo $-1 < t < 1$.



Funzione di FOURIER

Un metodo alternativo per risolvere una serie di Fourier prevede l'utilizzo dei numeri complessi:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot \exp(\frac{2in\pi t}{T}),$$

in cui

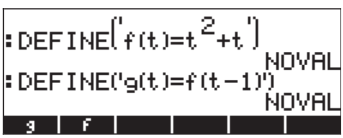
$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t) \cdot \exp(\frac{2 \cdot i \cdot n \cdot \pi}{T} \cdot t) \cdot dt, \quad n = -\infty,...,-2,-1,0,1,2,...\infty.$$

La funzione di FOURIER restituisce il coefficiente c_n della forma complessa delle serie di Fourier, dati la funzione f(t) e il valore di n. Prima di utilizzare la funzione di FOURIER, è necessario memorizzare il valore del periodo (T) di una funzione periodica T nella variabile CAS PERIOD (PERIODO CAS). La funzione FOURIER è accessibile dal sottomenu DERIV del menu CALC (← CALC).

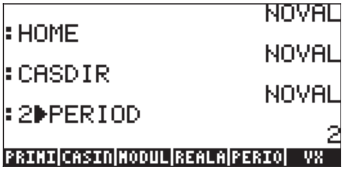
Serie di Fourier per funzione quadratica

Determinare i coefficienti c_0, c_1 e c_2 per la funzione $f(t) = t^2+t$, con periodo T = 2. (Nota: l'integrale utilizzato dalla funzione di FOURIER viene calcolato nell'intervallo [0,T], mentre quello definito in precedenza è stato calcolato nell'intervallo [-T/2,T/2]; per questo motivo è necessario spostare la funzione sull'asse t, sottraendo T/2 da t, ovvero utilizzando $g(t) = f(t-1) = (t-1)^2+(t-1)$.)

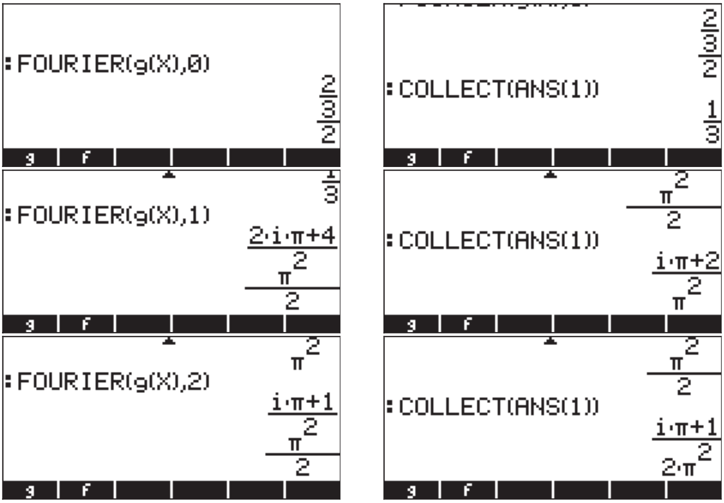
Impostare la calcolatrice in modalità ALG e definire, in primo luogo, le funzioni f(t) e g(t):



Poi accedere alla sottodirectory CASDIR all'interno di HOME per cambiare il valore della variabile PERIOD (Periodo), ad esempio ← (tenere premuto) UPDIR ENTER VAR CASDI ENTER 2 STO▶ PERIO ENTER



Ritornare alla sottodirectory in cui si sono definite le funzioni f e g e calcolare i coefficienti. Quando richiesto, le modifiche possono essere confermate in modalità Complex (Complessa):

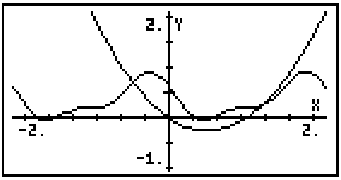


Pertanto, $c_0 = 1/3$, $c_1 = (\pi\cdot i+2)/\pi^2$, $c_2 = (\pi\cdot i+1)/(2\pi^2)$.

La serie di Fourier con tre elementi sarà scritta come segue

$$g(t) \approx \mathrm{Re}[(1/3) + (\pi\cdot i+2)/\pi^2\cdot\exp(i\cdot\pi\cdot t)+ (\pi\cdot i+1)/(2\pi^2)\cdot\exp(2\cdot i\cdot\pi\cdot t)].$$

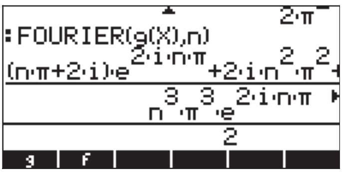
Di seguito è rappresentato il grafico della funzione traslata g(t) e dell'interpolazione della serie di Fourier:

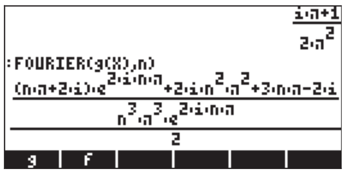


Sebbene non sia valido quanto quello dell'esempio precedente, l'interpolazione resta pur sempre accettabile anche per 0<t<2.

Espressione generale per c_n

La funzione di FOURIER può fornire un'espressione generale per il coefficiente c_n dello sviluppo in serie di Fourier in forma complessa. Se, ad esempio, si utilizza la stessa funzione g(t) di cui sopra, il termine generale c_n è dato dalle seguenti formule (nelle illustrazioni sono raffigurate le schermate con caratteri normali e piccoli):





Dopo la semplificazione del risultato precedente, l'espressione generale diventa:

$$c_n = \frac{(n\pi + 2i)\cdot e^{2in\pi} + 2i^2 n^2 \pi^2 + 3n\pi - 2i}{2n^3\pi^3 \cdot e^{2in\pi}}$$

Tale espressione può essere ulteriormente semplificata applicando la formula di Eulero per i numeri complessi, ovvero $e^{2in\pi}$ = cos(2nπ) + i·sin(2nπ) = 1 + i·0 = 1, since cos(2nπ) = 1, e sin(2nπ) = 0 fper l'intero n.

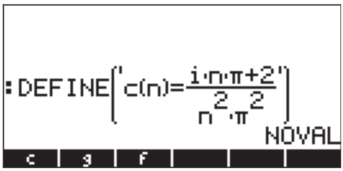
Con la calcolatrice l'espressione può essere semplificata nell'Equation Writer (⮣ EQW), sostituendo $e^{2in\pi}$ = 1. La figura mostra l'espressione dopo la semplificazione:

Il risultato sarà $c_n = (i \cdot n \cdot \pi+2)/(n^2 \cdot \pi^2)$.

Costruzione della serie di Fourier in forma complessa

Dopo avere determinato l'espressione generale per c_n, è possibile costruire una serie finita di Fourier in forma complessa utilizzando la funzione sommatoria (Σ) della calcolatrice, come segue:

- Definire, in primo luogo, una funzione c(n) che rappresenti il termine generale c_n nella serie di Fourier complessa.



- Successivamente, definire la serie finita di Fourier in forma complessa, F(X,k), dove X è la variabile indipendente e k determina il numero di termini da utilizzare. Idealmente la serie finita di Fourier in forma complessa potrebbe essere scritta come segue

$$F(X,k) = \sum_{n=-k}^{k} c(n) \cdot \exp(\frac{2 \cdot i \cdot \pi \cdot n}{T} \cdot X)$$

Tuttavia, poiché la funzione c(n) non è definita per n = 0, è più opportuno riformulare l'espressione come segue

$$F(X,k,c0) = c0 +$$

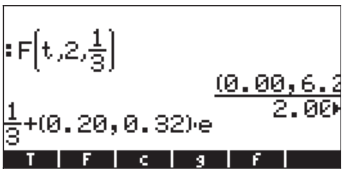
$$\sum_{n=1}^{k} [c(n) \cdot \exp(\frac{2 \cdot i \cdot \pi \cdot n}{T} \cdot X) + c(-n) \cdot \exp(-\frac{2 \cdot i \cdot \pi \cdot n}{T} \cdot X)],$$

Oppure, sulla riga di immissione dati della calcolatrice:

DEFINE('F(X,k,c0) = c0+Σ(n=1,k,c(n)*EXP(2*i*π*n*X/T)+
c(-n)*EXP(-(2*i*π*n*X/T))'),

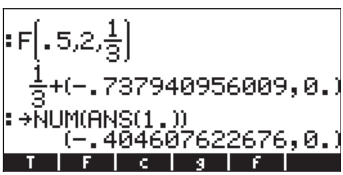
dove T è il periodo T = 2. Le schermate successive mostrano la definizione della funzione F e la memorizzazione di T = 2:

La funzione F può essere utilizzata per generare l'espressione per la serie di Fourier complessa per un valore finito di k. Ad esempio, per k = 2, c_0 = 1/3 e utilizzando t come variabile indipendente, è possibile valutare F(t,2,1/3) per ottenere:



Tale risultato mostra solo il primo termine (c0) e parte del primo termine esponenziale delle serie. Il formato di visualizzazione decimale può essere modificato e impostato su Fix (Fisso) a due decimali per poter visualizzare alcuni dei coefficienti dello sviluppo e dell'esponente. Come previsto, i coefficienti sono numeri complessi.

La funzione F così definita consente di ottenere i valori della serie finita di Fourier. Ad esempio, con le modalità CAS impostate su Exact (Esatta), Step-by-step (Passo per passo) e Complex, è possibile calcolare un singolo valore delle serie, come F(0.5,2,1/3), utilizzando:



Se necessario, la modifica può essere confermata nella modalità `Approx`. Il risultato è il valore –0.40467…. Il valore reale della funzione g(0.5) is g(0.5) = -0.25. I calcoli successivi mostrano in che misura la serie di Fourier si avvicina a tale valore, con il progressivo aumentare del numero di componenti della serie, determinato da k:

F (0.5, 1, 1/3) = (-0.303286439037,0.)

F (0.5, 2, 1/3) = (-0.404607622676,0.)

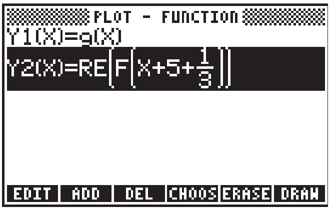
F (0.5, 3, 1/3) = (-0.192401031886,0.)

F (0.5, 4, 1/3) = (-0.167070735979,0.)

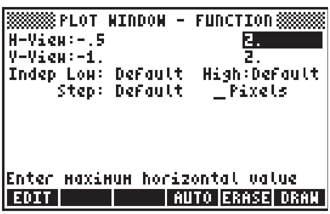
F (0.5, 5, 1/3) = (-0.294394690453,0.)

F (0.5, 6, 1/3) = (-0.305652599743,0.)

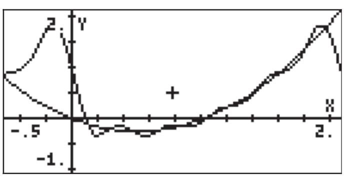
Per confrontare i risultati della serie con quelli della funzione originale, caricare le funzioni nel modulo di input PLOT - FUNCTION (Grafico - funzione) (← Y= simultaneamente se è attiva la modalità RPN):



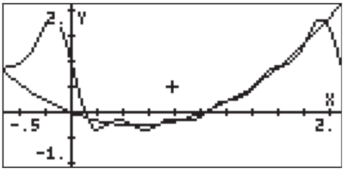
Modificare i limiti della Plot Window (Finestra del grafico) (← WIN) come segue:



Premere il tasto funzione ERASE DRAW per generare il grafico:



Si noti che la serie con 5 termini si discosta ben poco dal grafico della funzione nell'intervallo da 0 a 2 (ovvero nel periodo T = 2). Nel grafico della serie si osserva anche una periodicità facilmente visibile se si sviluppa la scala delle ascisse del grafico su (-0.5,4):



Serie di Fourier per un'onda triangolare

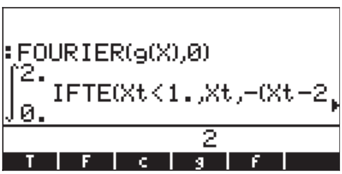
Si consideri la funzione

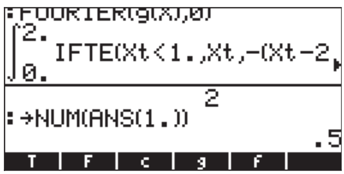
$$g(x) = \begin{cases} x, & if\ 0 < x < 1 \\ 2 - x, & if\ 1 < x < 2 \end{cases}$$

che si suppone periodica con periodo T = 2. Nella calcolatrice, tale funzione può essere definita in modalità ALG dall'espressione

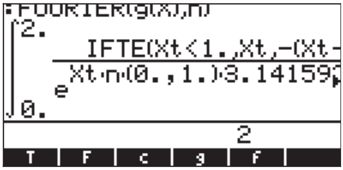
DEFINE('g(X) = IFTE(X<1,X,2-X)')

Se questo esempio è stato cominciato dopo avere terminato l'esempio 1, nella variabile PERIOD del CAS è già memorizzato il valore 2. In caso di incertezze, controllare il valore delle variabile e, se necessario, registrarvi il valore 2. Il coefficiente c_0 per la serie di Fourier viene calcolato come segue:





La calcolatrice richiede di attivare la modalità Approx a causa dell'integrazione della funzione IFTE() inclusa nella funzione integranda. Quando si conferma l'attivazione della modalità Approx viene restituito c_0 = 0.5. A questo punto, per ottenere un'espressione generica per il coefficiente c_n utilizzare:



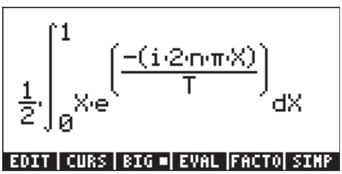
La calcolatrice restituisce un integrale che non può essere valutato numericamente in quanto dipende dal parametro n. Il coefficiente può essere, comunque, calcolato digitandone la definizione nella calcolatrice, come segue:

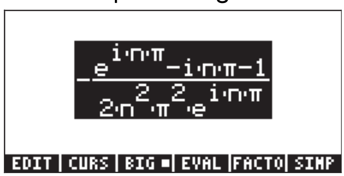
$$\frac{1}{2}\cdot\int_0^1 X\cdot EXP\left(-\frac{i\cdot 2\cdot n\cdot\pi\cdot X}{T}\right)\cdot dX +$$

$$\frac{1}{2}\cdot\int_1^2 (2-X)\cdot EXP\left(-\frac{i\cdot 2\cdot n\cdot\pi\cdot X}{T}\right)\cdot dX$$

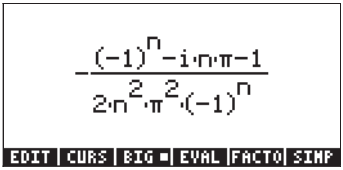
in cui T = 2 è il periodo. Il valore di T può essere memorizzato utilizzando:

Digitare nell'Equation Writer il primo integrale riportato in alto, selezionare l'intera espressione e utilizzare EVAL per ottenere quanto segue:

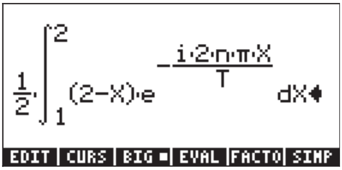


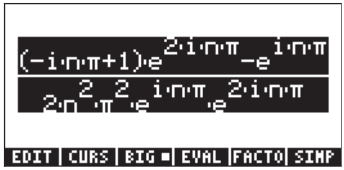


Richiamare $e^{in\pi}$ = $\cos(n\pi) + i\cdot\sin(n\pi) = (-1)^n$. Eseguire la sostituzione sul risultato in alto per ottenere:

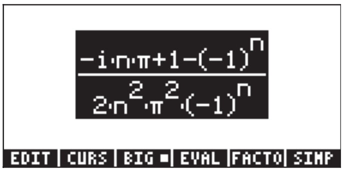


Premere ENTER ENTER per copiare il risultato sullo schermo. Poi riattivare l'Equation Writer per calcolare il secondo integrale che definisce il coefficiente c_n, ovvero:

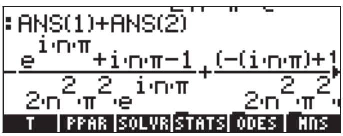




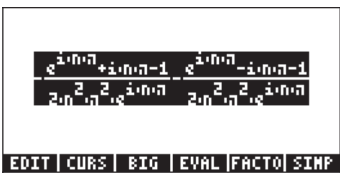
Procedere di nuovo a sostituire $e^{in\pi} = (-1)^n$, utilizzando $e^{2in\pi} = 1$ si ottiene:

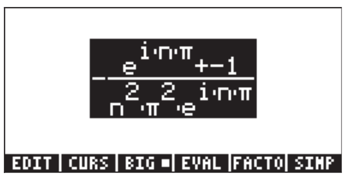


Premere ENTER ENTER per copiare questo secondo risultato sullo schermo. Ora aggiungere ANS(1) e ANS(2) per avere l'espressione completa per c_n:



Premere ▼ per inserire tale risultato nell'Equation Writer e semplificarlo (SIMP) per ottenere:



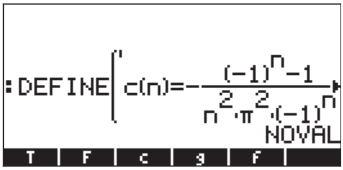


Ancora una volta, sostituire $e^{in\pi} = (-1)^n$ per ottenere

Questo risultato viene utilizzato per definire la funzione c(n), come segue:

DEFINE('c(n) = - (((-1)^n-1)/(n^2*π^2*(-1)^n)')

ovvero,

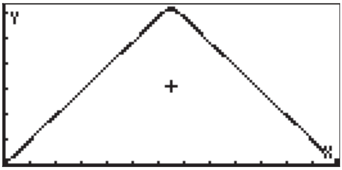


Definire quindi la funzione F(X,k,c0) per calcolare la serie di Fourier (se l'esempio 1 è stato completato, questa funzione è già in memoria):

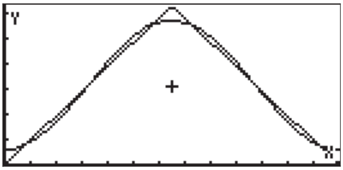
DEFINE('F(X,k,c0) = c0+Σ(n=1,k,c(n)*EXP(2*i*π*n*X/T)+
c(-n)*EXP(-(2*i*π*n*X/T))'),

Per confrontare la funzione originale e la serie di Fourier è possibile generare il grafico simultaneo di entrambe le funzioni. I dettagli sono simili a quelli dell'esempio 1, con la differenza che in questo caso si utilizza un intervallo da 0 a 2 sull'ascissa e un intervallo da 0 a 1 sull'ordinata. Modificare le equazioni per ottenere il grafico, come segue:

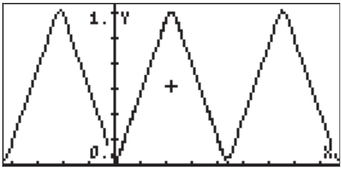
Viene generato il grafico successivo per k = 5 (il numero di elementi nella serie è 2k+1, in questo caso 11):



Dal grafico è estremamente difficile distinguere la funzione originale dall'approssimazione della serie di Fourier. Se si utilizza k = 2, oppure 5 termini nella serie, l'interpolazione non è altrettanto soddisfacente:



La serie di Fourier può essere utilizzata per generare un'onda triangolare periodica (oppure un'onda a dente di sega) modificando l'intervallo dell'ascissa, ad esempio da -2 a 4. Il grafico seguente utilizza k = 5:



Serie di Fourier per un'onda quadra

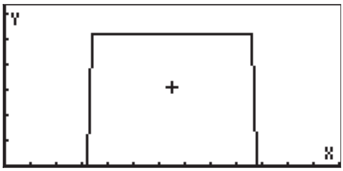
Per generare un'onda quadra, è possibile utilizzare la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} 0, & if\ 0 < x < 1 \\ 1, & if\ 1 < x < 3 \\ 0, & if\ 3 < x < 4 \end{cases}$$

In questo caso il periodo T è pari a 4. Ricordare di modificare il valore della variabile T su 4 (utilizzare: 4 STO▸ T ENTER). La funzione g(X) può essere definita nella calcolatrice utilizzando

DEFINE('g(X) = IFTE((X>1) E (X<3),1,0)')

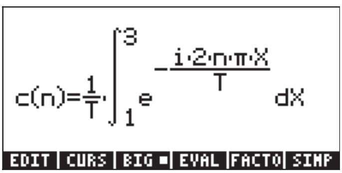
La funzione viene rappresentata come segue (ascissa da 0 a 4, ordinata da 0 a 1.2):

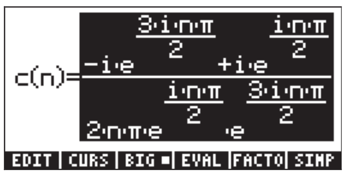


Applicando una procedura simile a quella della forma triangolare adottata nell'esempio 2, si ottiene

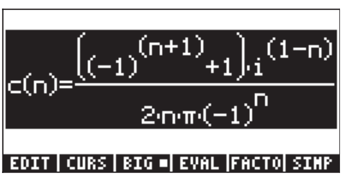
$$c_0 = \frac{1}{T} \cdot \left(\int_1^3 1 \cdot dX \right) = 0.5 \, ,$$

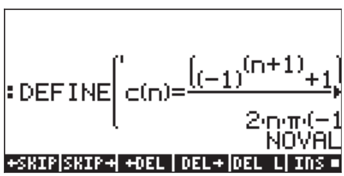
e



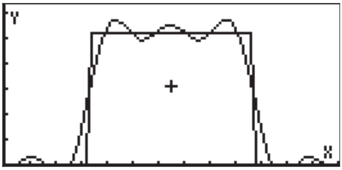


L'espressione può essere semplificata utilizzando $e^{in\pi/2} = i^n$ ed $e^{3in\pi/2} = (-i)^n$ per ottenere:

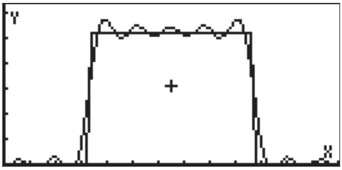




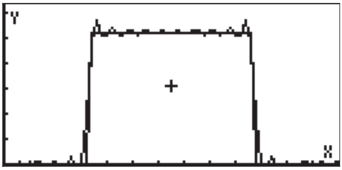
La semplificazione della parte destra di c(n), in alto, può essere calcolata facilmente a mano. Poi, inserire di nuovo l'espressione per c(n) come mostrato nella figura in alto a sinistra, per definire la funzione c(n). La serie di Fourier viene calcolata con F(X,k,c0), come nei precedenti esempi 1 e 2, con c0 = 0.5. Ad esempio, per k = 5, ovvero con 11 componenti, l'approssimazione è quella mostrata di seguito:



Si può ottenere un'approssimazione migliore utilizzando k = 10, ovvero:



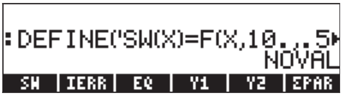
Per k = 20, l'interpolazione è ancora migliore, ma si allungano i tempi di generazione del grafico:



Applicazioni della serie di Fourier in equazioni differenziali

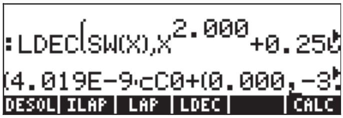
Si supponga che l'onda quadra periodica definita nell'esempio precedente venga utilizzata per eccitare una massa sospesa non ammortizzata la cui equazione omogenea è: $d^2y/dX^2 + 0.25y = 0$.

La forza di eccitazione può essere generata in base a un'approssimazione per k =10 fornita dalla serie di Fourier, utilizzando SW(X) = F(X,10,0.5):

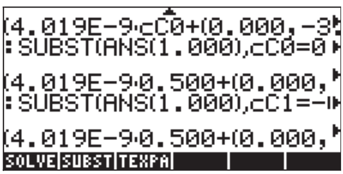


Questo risultato può essere usato come primo valore da inserire per la funzione LDEC applicata per ottenere la soluzione al sistema $d^2y/dX^2 + 0.25y = SW(X)$, è l'abbreviazione di funzione Square Wave (Onda quadra) di X. Il secondo valore da inserire sarà l'equazione caratteristica corrispondente all'ODE omogenea mostrato sopra, ovvero 'X^2+0.25' .

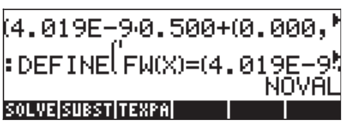
Con questi due dati, la funzione LDEC restituisce il seguente risultato (formato decimale modificato in Fix con tre decimali).



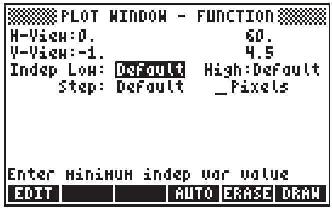
Premere ▼ per vedere l'espressione intera nell'Equation Writer. Se si osserva l'equazione nell'Equation Writer si notano due costanti di integrazione, cC0 e cC1. Questi valori verrebbero calcolati sulla base delle condizioni iniziali. Si supponga di utilizzare i valori cC0 = 0.5 e cC1 = -0.5 che, nella soluzione precedente, possono essere sostituiti utilizzando la funzione SUBST (vedere il Capitolo 5). Per questo caso, utilizzare SUBST(ANS(1),cC0=0.5) ENTER, seguito da SUBST(ANS(1),cC1=-0.5) ENTER. Ritornando alla visualizzazione normale della calcolatrice, è possibile utilizzare:



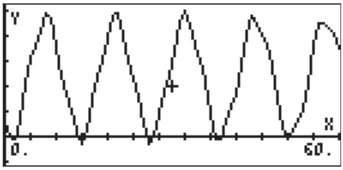
L'ultimo risultato può essere definito come funzione, FW(X), come segue (tagliare e incollare l'ultimo risultato nel comando):



È ora possibile rappresentare graficamente la parte reale della funzione. Modificare la modalità decimale su Standard e procedere come segue:



La soluzione è mostrata di seguito:



Trasformate di Fourier

Prima di introdurre il concetto di trasformate di Fourier, si discuterà la definizione generale di una trasformata integrale. In generale una trasformata integrale è una trasformazione che mette in relazione una funzione f(t) con una nuova funzione F(s), mediante un'operazione di integrazione della forma $F(s) = \int_a^b \kappa(s,t) \cdot f(t) \cdot dt.$ La funzione K(s,t) è nota come nucleo della trasformazione.

Il ricorso a una trasformata integrale consente di risolvere una funzione entro un dato spettro di componenti. Per capire il concetto di spettro, si consideri la serie di Fourier

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos \omega_n x + b_n \cdot \sin \omega_n x \right),$$

che rappresenta una funzione periodica con periodo T. Questa serie di Fourier può essere riscritta come segue $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(\varpi_n x + \phi_n),$ dove

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right),$$

per n =1,2, …

Le ampiezze A_n vengono definite come spettro della funzione e rappresentano una misura del modulo della di f(x) con frequenza $f_n = n/T$. La frequenza fondamentale, della serie di Fourier è $f_0 = 1/T$ e tutte le altre frequenze sono conseguentemente multiple di quella di base, ovvero $f_n = n \cdot f_0$. Si può, inoltre, definire una frequenza angolare $\omega_n = 2n\pi/T = 2\pi \cdot f_n = 2\pi \cdot n \cdot f_0 = n \cdot \omega_0$, dove ω_0 è la frequenza angolare fondamentale della serie di Fourier.

Applicando la notazione della frequenza angolare, lo sviluppo in serie di Fourier può essere trascritto come segue

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(\omega_n x + \phi_n).$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos \omega_n x + b_n \cdot \sin \omega_n x\right)$$

Un grafico dei valori A_n vs. ω_n è la rappresentazione tipica di uno spettro discreto per una funzione. Lo spettro discreto mostra che la funzione possiede delle componenti a frequenze angolari ω_n multipli interi della frequenza angolare fondamentale ω_0.

Si supponga di dover sviluppare una funzione non periodica per estrarre le componenti seno e coseno. Una funzione non periodica può essere considerata una funzione con periodo che tende a infinito. Per un valore molto grande di T, la frequenza angolare fondamentale $\omega_0 = 2\pi/T$ diventa, pertanto, un valore estremamente piccolo, ad esempio $\Delta\omega$. Inoltre le frequenze angolari corrispondenti a $\omega_n = n \cdot \omega_0 = n \cdot \Delta\omega$, $(n = 1, 2, \ldots, \infty)$ assumono valori sempre più prossimi uno all'altro, suggerendo così la necessità di uno spettro continuo di valori.

La funzione non periodica può essere, pertanto, scritta come segue

$$f(x) = \int_0^{\infty} [C(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot x) + S(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot x)] d\omega,$$

dove

$$C(\omega) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \cos(\omega \cdot x) \cdot dx,$$

e

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \sin(\omega \cdot x) \cdot dx.$$

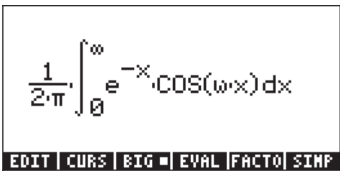
Lo spettro continuo è dato dalla formula

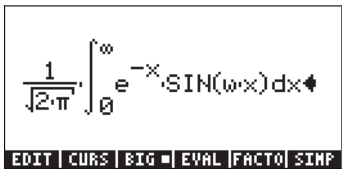
$$A(\omega) = \sqrt{[C(\omega)]^2 + [S(\omega)]^2}$$

Le funzioni C(ω), S(ω), e A(ω) sono funzioni continue di una variabile ω che diventa la variabile utilizzata per le trasformate di Fourier definite di seguito.

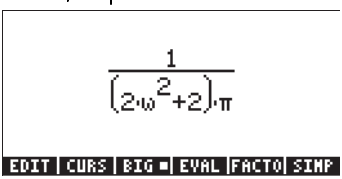
<u>Esempio 1</u> – Determinare i coefficienti C(ω), S(ω) e lo spettro continuo A(ω) per la funzione f(x) = exp(-x), per x > 0 ed f(x) = 0, x < 0.

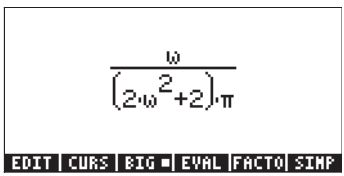
Nella calcolatrice, impostare e valutare i seguenti integrali per calcolare rispettivamente C(ω) e S(ω). Le modalità del CAS sono impostate su Exact e Real (Reale).



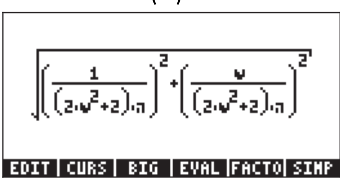


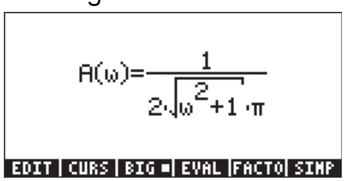
I risultati sono, rispettivamente:



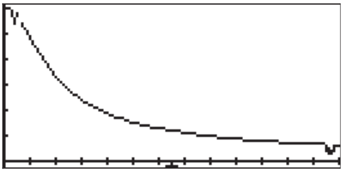


Lo spettro continuo A(ω) viene calcolato come segue:





Utilizzare la funzione DEFINE (⬅ DEF) per definire questa espressione come funzione. Poi rappresentare graficamente lo spettro continuo, nell'intervallo 0 < ω < 10, come segue:



Definizione delle trasformate di Fourier

È possibile definire diversi tipi di trasformate di Fourier. Di seguito sono riportate le definizioni delle trasformate di Fourier propriamente dette, delle trasformate di seni e coseni e delle antitrasformate utilizzate nel presente Capitolo.

Trasformata di Fourier del seno

$$\mathrm{F}s\{f(t)\} = F(\omega) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty f(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot dt$$

Antitrasformata del seno

$$\mathrm{F}_s^{-1}\{F(\omega)\} = f(t) = \int_0^\infty F(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot dt$$

Trasformata di Fourier del coseno

$$\mathrm{F}c\{f(t)\} = F(\omega) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty f(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt$$

Antitrasformata del coseno

$$\mathrm{F}_c^{-1}\{F(\omega)\} = f(t) = \int_0^\infty F(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt$$

Trasformata di Fourier (propriamente detta)

$$\mathrm{F}\{f(t)\} = F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt$$

Antitrasformata di Fourier (propriamente detta)

$$\mathrm{F}^{-1}\{F(\omega)\} = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt$$

Esempio 1 – Determinare la trasformata di Fourier della funzione f(t) = exp(- t) per t >0 e f(t) = 0, per t<0.

Lo spettro continuo F(ω) viene calcolato con l'integrale:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty e^{-(1+i\omega)t}dt = \lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\varepsilon e^{-(1+i\omega)t}dt$$

$$= \lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1-\exp(-(1+i\omega)t)}{1+i\omega}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{1}{1+i\omega}.$$

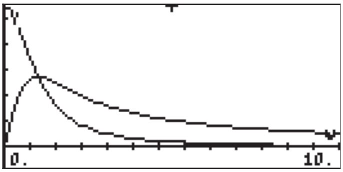
Tale risultato può essere razionalizzato moltiplicando numeratore e denominatore per il coniugato del denominatore, ovvero 1-iω. Il risultato sarà:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{1+i\omega} = \frac{1}{2\pi}\cdot\left(\frac{1}{1+i\omega}\right)\cdot\left(\frac{1-i\omega}{1-i\omega}\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{1+\omega^2} - i\cdot\frac{\omega}{1+\omega^2}\right)$$

che è una funzione complessa.

Il valore assoluto della parte reale e immaginaria della funzione può essere rappresentato graficamente come segue



Note:
Il valore assoluto della trasformata di Fourier |F(ω)| è lo spettro di frequenza della funzione originale f(t). Nel caso dell'esempio in alto, $|F(\omega)| = 1/[2\pi(1+\omega^2)]^{1/2}$. Il grafico di |F(ω)| vs. ω è stato illustrato in precedenza.

Alcune funzioni, ad esempio i valori costanti, sin x, exp(x), x^2 ecc. non ammettono la trasformata di Fourier. Le funzioni che tendono a zero in tempi sufficientemente rapidi per x che tende a infinito ammettono le trasformate di Fourier.

Proprietà della trasformata di Fourier

Linearità: date le costanti a e b e le funzioni f e g, ne deriva che F{a·f + b·g} = a F{f }+ b F{g}.

Trasformazione delle derivate parziali. Si ponga u = u(x,t). Se la trasformata di Fourier trasforma la variabile x, ne deriva che

$$F\{\partial u/\partial x\} = i\omega\, F\{u\},\quad F\{\partial^2 u/\partial x^2\} = -\omega^2\, F\{u\},$$
$$F\{\partial u/\partial t\} = \partial F\{u\}/\partial t,\ F\{\partial^2 u/\partial t^2\} = \partial^2 F\{u\}/\partial t^2$$

Convoluzione: per le applicazioni della trasformata di Fourier, il funzionamento della convoluzione è definito nel seguente modo

$$(f * g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int f(x-\xi)\cdot g(\xi)\cdot d\xi.$$

Per la convoluzione è valida la seguente proprietà:

$$F\{f*g\} = F\{f\}\cdot F\{g\}.$$

Trasformata di Fourier veloce (FFT)

La trasformata di Fourier veloce è un algoritmo informatico con il quale è possibile calcolare in modo molto efficiente una trasformata discreta di Fourier (DFT). Questo algoritmo trova numerose applicazioni nell'analisi dei diversi tipi di segnali che dipendono dal tempo, dalle misurazioni della turbolenza ai segnali di comunicazione.

La trasformata discreta di Fourier di una sequenza di dati {xj}, j = 0, 1, 2, …, n-1, è una nuova sequenza finita $\{X_k\}$, definita come

$$X_k = \frac{1}{n}\sum_{j=0}^{n-1} x_j \cdot \exp(-i\cdot 2\pi kj/n), \qquad k = 0,1,2,\ldots,n-1$$

Il calcolo diretto della sequenza X_k fornisce i prodotti n^2 che comporterebbero calcoli molto laboriosi per il computer o la calcolatrice soprattutto per valori di n elevati. La trasformata di Fourier veloce riduce il numero di operazioni nell'ordine di $n\cdot\log_2{}^n$. Ad esempio, per n = 100, l'FFT richiede circa 664 operazioni, mentre il calcolo diretto ne richiederebbe circa 10,000. Pertanto, il numero di operazioni che utilizzano l'FFT viene ridotto da un fattore di 10000/664 ≈ 15.

L'FFT si applica alla sequenza $\{x_j\}$, suddividendola in diverse sequenze di numeri più brevi. Le DFT delle sequenze più brevi vengono calcolate e quindi combinate insieme in modo estremamente efficiente. Per i dettagli sull'algoritmo fare riferimento, ad esempio, al Capitolo 12 in Newland, D.E., 1993, "An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis - Third Edition," Longman Scientific and Technical, New York.

L'unico requisito per l'applicazione dell'FFT è che il numero n sia di una potenza di 2, quindi., selezionare i dati in modo che contengano 2, 4, 8, 16, 32, 62, ecc., punti.

Esempi di applicazione della FFT

Le applicazioni della FFT in genere implicano dati discretizzati da un segnale dipendente dal tempo. È possibile inserire i dati nella calcolatrice, da un computer o un data logger, per l'elaborazione. In alternativa, è possibile generare i dati programmando una funzione e aggiungendo a quest'ultima dei numeri casuali.

Esempio 1 – Definire la funzione f(x) = 2 sin (3x) + 5 cos(5x) + 0.5*RAND, dove RAND è il generatore di numeri casuali ed uniformi fornito dalla calcolatrice. Generare 128 punti di dati utilizzando i valori di x nell'intervallo (0,12.8). Memorizzare questi valori in un array ed eseguire un'FFT sull'array.

Per prima cosa, si definire la funzione f(x) come programma in modalità RPN:

<< → x '2*SIN(3*x) + 5*COS(5*x)' EVAL RAND 5 * + →NUM >>

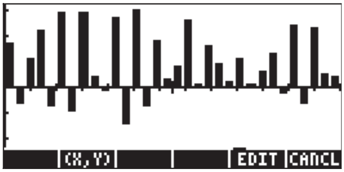
e memorizzare tale programma nella variabile f Successivamente, digitare il seguente programma per generare i valori di dati 2^m tra a e b. Il programma prenderà i valori di m, a e b:

<< → m a b << '2^m' EVAL → n << '(b-a)/(n+1)' EVAL → Dx << 1 n FOR j 'a+(j-1)*Dx' EVAL f NEXT n →ARRY >> >> >> >>

Memorizzare il programma con il nome GDATA (Generate DATA, Genera DATI). Eseguire quindi il programma per i valori, m = 5, a = 0, b = 100. In modalità RPN, utilizzare:

5 SPC 0 SPC 1 0 0 GDATA

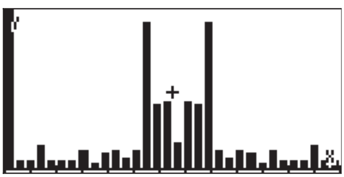
La figura mostrata di seguito rappresenta un diagramma a scatola dei dati ottenuti. Per generare il grafico, copiare prima l'array appena creato, quindi trasformarlo in un vettore colonna utilizzando: OBJ→ 1 + →ARRY (le funzioni OBJ → e → ARRY sono disponibili nel Command Catalog, ↱ CAT). Memorizzare l'array nella variabile ΣDAT utilizzando la funzione STOΣ (disponibile anche in ↱ CAT). Selezionare Bar (Barra) nel menu TYPE (Tipo) per i grafici, impostare la finestra di visualizzazione in H-VIEW: 0 32, V-VIEW: -10 10 e la larghezza di barra su 1. Premere CANCL ON per tornare al display normale della calcolatrice.



Per eseguire l'FFT sull'array nel livello stack 1, utilizzare la funzione FFT disponibile nel menu MTH/FFT sull'array ΣDAT: FFT FFT. L'FFT restituisce un array di numeri complessi che rappresentano gli array dei coefficienti X_k della DFT. Il modulo dei coefficienti X_k rappresenta uno spettro di frequenza dei dati originali. Per ottenere il modulo dei coefficienti, è possibile trasformare l'array in un elenco e quindi applicare la funzione ABS a tale elenco. Questo si ottiene utilizzando: OBJ→ EVAL ◄ →LIST ↰ ABS

Infine, è possibile convertire di nuovo l'elenco in un vettore colonna da memorizzare in ΣDAT, nel seguente modo: OBJ→ 1 ENTER 2 →LIST →ARRY STOΣ

Per tracciare il grafico dello spettro, seguire le istruzioni fornite in precedenza. La scala verticale deve essere modificata da –1 a 80. Lo spettro di frequenze è il seguente:



Lo spettro mostra due grandi componenti per le due frequenze (si tratta delle componenti sinusoidali, sin (3x) e cos(5x)) e diversi componenti più piccoli per altre frequenze.

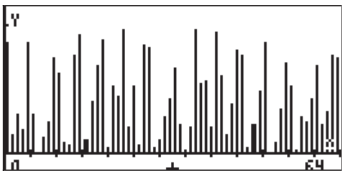
Esempio 2 – Per produrre il segnale dato uno spettro, aggiungere al programma GDATA un valore assoluto, nel seguente modo:

<< → m a b << '2^m' EVAL → n << '(b-a)/(n+1)' EVAL → Dx << 1 n FOR j 'a+(j-1)*Dx' EVAL f ABS NEXT n →ARRY >> >> >> >>

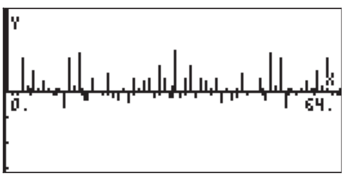
Memorizzare questa versione del programma in GSPEC (Generate SPECtrum) (Genera gamma). Eseguire quindi il programma con m = 6, a = 0, b = 100. In modalità RPN, utilizzare:

6 SPC 0 SPC 1 0 0

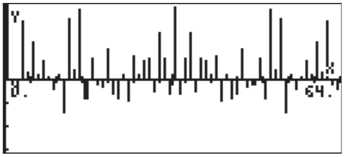
Una volta finito, premere ENTER, per conservare una copia aggiuntiva dell'array dello spettro. Convertire questo vettore riga in un vettore colonna e memorizzarlo in ΣDAT. Seguendo la procedura per la generazione di un diagramma a barre, lo spettro generato per questo esempio viene visualizzata nel seguente modo. In questo caso, la scala orizzontale va da 0 a 64, mentre quella verticale da –1 a 10:



Per riprodurre il segnale di cui viene mostrato lo spettro, utilizzare la funzione IFFT. Dal momento che è stata conservata una copia dello spettro nello stack (un vettore riga), basta cercare la funzione IFFT nel menu MTH/FFT o attraverso il Command Catalog, ↱ CAT . In alternativa, è possibile digitare anche il nome della funzione, ovvero, premere ALPHA ALPHA I F F T ENTER . Il segnale viene mostrato come un array (vettore riga) con numeri complessi. Solo la parte reale degli elementi è utile. Per estrarre la parte reale dei numeri complessi, utilizzare la funzione RE dal menu CMPLX (vedere il Capitolo 4), ovvero digitare ALPHA ALPHA R E ENTER . Il risultato è un altro vettore riga. Convertirlo in un vettore colonna, memorizzarlo in ΣDATe tracciare un diagramma a barre per mostrare il segnale. Il segnale per questo esempio viene mostrato in basso, utilizzando una scala orizzontale da 0 a 64 e una verticale da –1 a 1:



Fatta eccezione per i grossi picchi di grandi dimensioni in corrispondenza di t = 0, il segnale è estremamente disturbato. Una scala verticale più piccola (da -0.5 a 0.5) mostra il segnale nel seguente modo:



Soluzione di equazioni differenziali specifiche del secondo ordine

In questa sezione vengono introdotte e risolte le equazioni differenziali specifiche e ordinarie le cui soluzioni sono definite in termini di funzioni classiche, ad esempio, le funzioni di Bessel, i polinomi di Hermite, ecc. Gli esempi sono presentati in modalità RPN.

L'equazione di Cauchy o di Eulero

Un'equazione della forma $x^2 \cdot (d^2y/dx^2) + a \cdot x \cdot (dy/dx) + b \cdot y = 0$, dove a e b sono costanti reali, è nota come equazione di Cauchy o di Eulero. L'equazione di Cauchy ammette una soluzione ponendo $y(x) = x^n$.
Digitare l'equazione nel seguente modo:
'x^2*d1d1y(x)+a*x*d1y(x)+b*y(x)=0' ENTER
Successivamente, digitare e sostituire la soluzione consigliata: 'y(x) = x^n' ENTER
SUBST

Il risultato sarà: 'x^2*(n*(x^(n-1-1)*(n-1)))+a*x*(n*x^(n-1))+b*x^n =0, che può essere semplificato in 'n*(n-1)*x^n+a*n*x^n+b*x^n = 0'. La divisione per x^n ha come prodotto un'equazione algebrica ausiliaria: 'n*(n-1)+a*n+b = 0', o.

$$n^2 + (a-1) \cdot n + b = 0 .$$

- Se l'equazione ha due diverse radici, ad esempio n_1 ed n_2, la soluzione generale di questa equazione è $y(x) = K_1 \cdot x^{n_1} + K_2 \cdot x^{n_2}$.
- Se $b = (1-a)^2/4$, l'equazione ha una doppia radice $n_1 = n_2 = n = (1-a)/2$ e la soluzione è $y(x) = (K_1 + K_2 \cdot \ln x)x^n$.

Equazione di Legendre

Un'equazione della forma $(1-x^2) \cdot (d^2y/dx^2) - 2 \cdot x \cdot (dy/dx) + n \cdot (n+1) \cdot y = 0$, dove n è un numero reale, è nota come equazione differenziale di Legendre. La soluzione per questa equazione è nota come funzione di Legendre. Quando n è un numero intero non negativo, le soluzioni sono chiamate polinomi di Legendre. Il polinomio di Legendre di grado n è dato da

$$P_n(x) = \sum_{m=0}^{M} (-1)^m \cdot \frac{(2n-2m)!}{2^n \cdot m! \cdot (n-m)! \cdot (n-2m)!} \cdot x^{n-2m}$$

$$= \frac{(2n)!}{2^n \cdot (n!)^2} \cdot x^n - \frac{(2n-2)!}{2^n \cdot 1! \cdot (n-1)!(n-2)!} \cdot x^{n-2} + \ldots - ..$$

dove M = n/2 o (n-1)/2, a seconda di quale sia un numero intero.

I polinomi di Legendre sono pre-programmati nella calcolatrice e possono essere richiamati con la funzione LEGENDRE con il grado del polinomio, n. La funzione LEGENDRE è disponibile nel Command Catalog (↱ CAT) o attraverso il menu ARITHMETIC/POLYNOMIAL (Aritmetica/polinomi) (vedere il Capitolo 5). In modalità RPN, è possibile ottenere i primi sei polinomi di Legendre nel seguente modo:

0 LEGENDRE, risultato: 1, vale a dire $P_0(x) = 1.0$.

1 LEGENDRE, risultato: 'X', vale a dire $P_1(x) = x$.

2 LEGENDRE, risultato: '(3*X^2-1)/2', vale a dire $P_2(x) = (3x^2-1)/2$.

3 LEGENDRE, risultato: '(5*X^3-3*X)/2', vale a dire $P_3(x) =(5x^3-3x)/2$.

4 LEGENDRE, risultato: '(35*X^4-30*X^2+3)/8', vale a dire

$P_4(x) =(35x^4-30x^2+3)/8$.

5 LEGENDRE, risultato: '(63*X^5-70*X^3+15*X)/8', vale a dire

$P_5(x) =(63x^5-70x^3+15x)/8$.

L'ODE $(1-x^2)\cdot(d^2y/dx^2)-2\cdot x\cdot (dy/dx)+[n\cdot (n+1)-m^2/(1-x^2)] \cdot y = 0$, ha come soluzione la funzione $y(x) = P_n{}^m(x)= (1-x^2)^{m/2}\cdot(d^mPn/dx^m)$. Questa funzione è nota come <u>funzione di Legendre associata</u>.

Equazione di Bessel

L'equazione differenziale ordinaria $x^2\cdot(d^2y/dx^2) + x\cdot(dy/dx)+ (x^2-\nu^2)\cdot y = 0$, dove il parametro ν è un numero reale non negativo, è nota come equazione differenziale di Bessel. Le soluzioni all'equazione di Bessel sono date in termini di <u>funzioni di Bessel del primo tipo di ordine ν:</u>

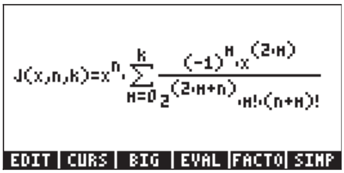
$$J_\nu(x) = x^\nu \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cdot x^{2m}}{2^{2m+\nu} \cdot m! \cdot \Gamma(\nu+m+1)},$$

dove ν è un numero intero e la funzione Gamma $\Gamma(\alpha)$ è definita nel Capitolo 3.

Se ν = n, un numero intero, le <u>funzioni di Bessel del primo tipo per n = numero intero</u> sono definite da

$$J_n(x) = x^n \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cdot x^{2m}}{2^{2m+n} \cdot m! \cdot (n+m)!}.$$

Indipendentemente dall'utilizzo di ν (numero non intero) o n (numero intero) nella calcolatrice, è possibile definire le funzioni di Bessel del primo tipo utilizzando la seguente serie finita:



Si può quindi controllare l'ordine della funzione, n e il numero di elementi nella serie, k. Una volta immessa questa funzione, è possibile utilizzare la funzione DEFINE (Definisci) per definire la funzione J(x,n,k). In questo modo si crea la variabile [J] nei tasti funzione. Ad esempio, per valutare $J_3(0.1)$ utilizzando 5 termini nella serie, calcolare J(0.1,3,5), ad esempio, in modalità RPN: [.] [1] [SPC] [3] [SPC] [5] [J] Il risultato è 2.08203157E-5.

Per ottenere un'espressione per $J_0(x)$ con, ad esempio, 5 termini nella serie, utilizzare J(x,0,5). Il risultato sarà

'1-0.25*x^2+0.015625*x^4-4.3403777E-4*x^6+6.782168E-6*x^8-6.78168*x^10'.

Per i valori non interi positivi ν, la soluzione all'equazione di Bessel è data da

$$y(x) = K_1 \cdot J_\nu(x) + K_2 \cdot J_{-\nu}(x).$$

Per i valori interi positivi, le funzioni Jn(x) e J-n(x) sono linearmente dipendenti, siccome

$$J_n(x) = (-1)^n \cdot J_{-n}(x),$$

pertanto, non è possibile utilizzarle per ottenere una funzione generale all'equazione. Vengono invece introdotte le <u>funzioni Bessel del secondo tipo</u> definite come

$$Y_\nu(x) = [J_\nu(x) \cos \nu\pi - J_{-\nu}(x)]/\sin \nu\pi,$$

per ν non intero e per un numero intero n, con n > 0, da

$$Y_n(x) = \frac{2}{\pi} \cdot J_n(x) \cdot (\ln\frac{x}{2} + \gamma) + \frac{x^n}{\pi} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot (h_m + h_{m+n})}{2^{2m+n} \cdot m! \cdot (m+n)!} \cdot x^{2m}$$

$$-\frac{x^{-n}}{\pi} \cdot \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(n-m-1)!}{2^{2m-n} \cdot m!} \cdot x^{2m}$$

dove γ è la costante di Eulero, definita da

$$\gamma = \lim_{r\to\infty}[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{r} - \ln r] \approx 0.57721566490\ldots,$$

e h_m rappresenta la serie armonica

$$h_m = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{m}$$

Per il caso n = 0, la funzione di Bessel del secondo tipo è definita come

$$Y_0(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \left[J_0(x) \cdot (\ln\frac{x}{2} + \gamma) + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot h_m}{2^{2m} \cdot (m!)^2} \cdot x^{2m} \right].$$

Con queste funzioni, una soluzione generale dell'equazione di Bessel per tutti i valori di ν è data da $y(x) = K_1 \cdot J_\nu(x) + K_2 \cdot Y_\nu(x)$.

In alcuni casi, è necessario fornire soluzioni complesse alle equazioni di Bessel definendo le funzioni di Bessel del terzo tipo di ordine ν come

$$H_n^{(1)}(x) = J_\nu(x) + i \cdot Y_\nu(x), \text{ e } H_n^{(2)}(x) = J_\nu(x) - i \cdot Y_\nu(x),$$

Queste funzioni sono note anche come prima e seconda funzione di Hankel di ordine ν.

In alcune applicazioni, si dovranno inoltre utilizzare le cosiddette funzioni di Bessel modificate del primo tipo di ordine ν definite come $I_\nu(x) = i^{-\nu} \cdot J_\nu(i \cdot x)$, dove i è l'unità immaginaria. Queste funzioni sono le soluzioni dell'equazione differenziale $x^2 \cdot (d^2y/dx^2) + x \cdot (dy/dx) - (x^2+\nu^2) \cdot y = 0$.

Le funzioni di Bessel modificate del secondo tipo,

$$K_\nu(x) = (\pi/2)\cdot[I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)]/\sin \nu\pi,$$

sono anche soluzioni per questa ODE.

È possibile scrivere funzioni che rappresentano le funzioni di Bessel nella calcolatrice in modo simile a quello utilizzato per definire le funzioni di Bessel del primo tipo, ricordando però che nella calcolatrice la serie infinita deve essere convertita in serie finita.

Polinomi di Chebyshev o Tchebycheff

Le funzioni $T_n(x) = \cos(n\cdot\cos^{-1} x)$ e $U_n(x) = \sin[(n+1) \cos^{-1} x]/(1-x^2)^{1/2}$, n = 0, 1, … sono denominate polinomi di Chebyshev o Tchebycheff rispettivamente del primo e del secondo tipo. I polinomi Tn(x) sono soluzioni dell'equazione differenziale $(1-x^2)\cdot(d^2y/dx^2) - x\cdot (dy/dx) + n^2\cdot y = 0$.

Nella calcolatrice la funzione TCHEBYCHEFF genera il polinomio di Chebyshev o di Tchebycheff del primo tipo di ordine n, dato un valore di n > 0. Se il numero intero n è negativo (n < 0), la funzione TCHEBYCHEFF genera un polinomio Tchebycheff del secondo tipo di grado n la cui definizione è

$$U_n(x) = \sin(n\cdot\arccos(x))/\sin(\arccos(x)).$$

È possibile accedere alla funzione TCHEBYCHEFF attraverso il Command Catalog (⮫ _CAT_).

I primi quattro polinomi di Chebyshev o di Tchebycheff del primo e secondo tipo si ottengono nel seguente modo:

0 TCHEBYCHEFF, risultato: 1,	vale a dire,	$T_0(x) = 1.0$.
-0 TCHEBYCHEFF, risultato: 1,	vale a dire,	$U_0(x) = 1.0$.
1 TCHEBYCHEFF, risultato: 'X',	vale a dire,	$T_1(x) = x$.
-1 TCHEBYCHEFF, risultato: 1,	vale a dire,	$U_1(x) =1.0$.
2 TCHEBYCHEFF, risultato: '2*X^2-1,	vale a dire,	$T_2(x) =2x^2-1$.
-2 TCHEBYCHEFF, risultato: '2*X',	vale a dire,	$U_2(x) =2x$.
3 TCHEBYCHEFF, risultato: '4*X^3-3*X',	vale a dire,	$T_3(x) = 4x^3-3x$.
-3 TCHEBYCHEFF, risultato: '4*X^2-1',	vale a dire,	$U_3(x) = 4x^2-1$.

Equazione di Laguerre

L'equazione di Laguerre è una ODE lineare di secondo ordine, della forma $x\cdot(d^2y/dx^2) +(1-x)\cdot(dy/dx) + n\cdot y = 0$. I polinomi di Laguerre, definiti come

$$L_0(x) = 1, \quad L_n(x) = \frac{e^x}{n!}\cdot\frac{d^n(x^n\cdot e^{-x})}{dx^n}, n = 1,2,...$$

,

sono le soluzioni dell'equazione di Laguerre. I polinomi di Laguerre possono inoltre essere calcolati con:

$$L_n(x) = \sum_{m=0}^{n}\frac{(-1)^m}{m!}\cdot\binom{n}{m}\cdot x^m.$$

$$= 1 - n\cdot x + \frac{n(n-1)}{4}\cdot x^2 - ... + ... + \frac{(-1)^n}{n!}\cdot x^n$$

Il termine

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = C(n,m)$$

è il coefficiente m-esimo di espansione binomiale $(x+y)^n$. Rappresenta inoltre il numero di combinazioni di n elementi presi m per volta. Questa funzione è disponibile nella calcolatrice come funzione COMB nel menu MTH/PROB (vedere inoltre il Capitolo 17).

È inoltre possibile definire la seguente funzione per calcolare i polinomi di Laguerre:

$$L(x,n)=\sum_{m=0}^{n}\frac{(-1)^m}{m!}\cdot COMB(n,m)\cdot x^m$$

Una volta inserita l'equazione nell'Equation Writer , utilizzare la funzione DEFINE (Definisci) per creare la funzione L(x,n) nella variabile L .

Per generare i primi quattro polinomi di Laguerre utilizzare, L(x,0), L(x,1), L(x,2), L(x,3). I risultati sono:

$L_0(x) =$.

$L_1(x) =$ 1-x.

$L_2(x) = 1\text{-}2x + 0.5x^2$

$L_3(x) = 1\text{-}3x+1.5x^2\text{-}0.16666\ldots x^3$.

Equazione di Weber e polinomi di Hermite

L'equazione di Weber è definita come $d^2y/dx^2+(n+1/2\text{-}x^2/4)y = 0$, per n = 0, 1, 2, … Una speciale soluzione per questa equazione è data dalla funzione , $y(x) = \exp(\text{-}x^2/4)H^*(x/\sqrt{2})$, dove la funzione $H^*(x)$ è il polinomio di Hermite:

$$H_0{}^* = 1, \quad H_n{}^*(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2}), \quad n = 1,2,..$$

Nella calcolatrice, la funzione HERMITE, è disponibile dal menu ARITHMETIC/ POLYNOMIAL (Aritmetica/polinomiale). La funzione HERMITE utilizza per argomento un numero intero, n e restituisce il polinomio di Hermite di grado n-esimo. Ad esempio, i primi quattro polinomi di Hermite si ottengono utilizzando:

0 HERMITE, risultato: 1,	vale a dire, $H_0{}^* = 1$.
1 HERMITE, risultato: '2*X',	vale a dire, $H_1{}^* = 2x$.
2 HERMITE, risultato: '4*X^2-2',	vale a dire, $H_2{}^* = 4x^2\text{-}2$.
3 HERMITE, risultato: '8*X^3-12*X',	vale a dire, $H_3{}^* = 8x^3\text{-}12x$.

Soluzioni numeriche e grafiche per le ODE

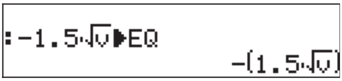
Le equazioni differenziali che non possono essere risolte analiticamente possono essere risolte numericamente o graficamente come illustrato di seguito.

Soluzione numerica per ODE del primo ordine

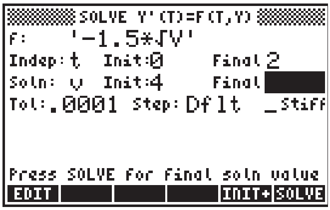
Grazie all'utilizzo del risolutore numerico (↱ NUM.SLV), è possibile accedere a un modulo di input che consente di risolvere le equazioni differenziali del primo ordine e lineari. L'utilizzo di questa funzione è mostrato con il seguente esempio. Il metodo utilizzato nella soluzione è un algoritmo di Runge-Kutta di quarto ordine preprogrammato nella calcolatrice.

Esempio 1 -- Si supponga di voler risolvere l'equazione differenziale, dv/dt = -1.5 $v^{1/2}$, con v = 4 per t = 0. Si chiede di cercare v per t = 2.

Per prima cosa, creare l'espressione che definisce la derivata e memorizzarla nella variabile EQ. La figura a sinistra mostra il comando in modalità ALG, mentre la figura a destra mostra lo stack RPN prima di premere STO▶.



Entrare quindi nell'ambiente NUMERICAL SOLVER (Risolutore numerico) e selezionare il risolutore dell'equazione differenziale: ↱ NUM.SLV ▼ OK .
Inserire i seguenti parametri:



Per risolvere, premere: SOLVE (attendere) EDIT. Il risultato è 0.2499 ≈ 0.25.
Premere OK.

Soluzione presentata come una tabella di valori
Si supponga di voler produrre una tabella di valori di v, per t = 0.00, 0.25, …, 2.00, si procederà nel seguente modo:

Per prima cosa, preparare una tabella per scrivere i risultati. Scrivere nella tabella i risultati passo per passo:

t	v
0.00	0.00
0.25	
…	…
2.00	

Successivamente, all'interno dell'ambiente SOLVE, modificare il valore finale della variabile indipendente in 0.25, utilizzare:

▲ .25 OK ▶ ▶ SOLVE (attendere) EDIT

(Calcolare v in corrispondenza di t = 0.25, v = 3.285 ….)

OK INIT+ ▲ . 5 OK ▶ ▶ SOLVE (attendere) EDIT

(Il valore iniziale di t cambia in 0.25 e il valore finale di t cambia in 0.5, calcolare v(0.5) = 2.640…)

OK INIT+ ▲ .75 OK ► ► SOLVE (attendere) EDIT

(Il valore iniziale di t cambia in 0.5 e il valore finale di t cambia in 0.75, calcolare v(0.75) = 2.066…)

OK INIT+ ▲ 1 OK ► ► SOLVE (attendere) EDIT

(Il valore iniziale di t cambia in 0.75 e il valore finale di t cambia in 1, calcolare v(1) = 1.562…)
Ripetere per t = 1.25, 1.50, 1.75, 2.00. Premere OK dopo aver visualizzato l'ultimo risultato in EDIT. Per tornare al display normale della calcolatrice, premere ON o NXT OK. Le diverse soluzioni verranno visualizzate nello stack, con l'ultimo risultato nel livello 1.

I risultati finali sono i seguenti (arrotondati alla terza cifra decimale):

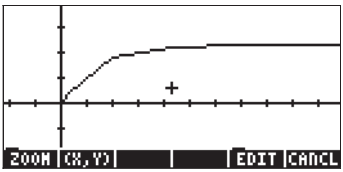
t	v
0.00	4.000
0.25	3.285
0.50	2.640
0.75	2.066
1.00	1.562
1.25	1.129
1.50	0.766
1.75	0.473
2.00	0.250

Soluzione grafica dell'ODE del primo ordine

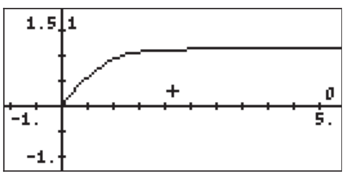
Se non è possibile ottenere una soluzione in forma chiusa per l'integrale, è sempre possibile tracciare l'integrale selezionando `Diff Eq` nel campo `TYPE` dell'ambiente PLOT, come segue: Si supponga di volere rappresentare in forma grafica la posizione x(t) per una funzione della velocità v(t) = exp($-t^2$), con x = 0 in t = 0. È noto che non esiste un'espressione in forma chiusa per l'integrale, tuttavia, è anche noto cha la definizione di v(t) è dx/dt = exp($-t^2$).

La calcolatrice consente di tracciare la soluzione delle equazioni differenziali della forma Y'(T) = F(T,Y). In questo caso, siano Y = x e T = t, pertanto, F(T,Y) = f(t, x) = exp($-t^2$). Si rappresenti graficamente la soluzione, x(t), per t = da 0 a 5, utilizzando la seguente sequenza di tasti:

- Premere ← 2D/3D , simultaneamente se in modalità RPN, per accedere all'ambiente PLOT
- Evidenziare il campo che precede `TYPE`, utilizzando i tasti ▲▼. Premere quindi CHOOS ed evidenziare `Diff Eq`, utilizzando i tasti ▲▼. Premere OK.
- Impostare il campo F: to 'EXP(- t^2)'
- Assicurarsi che i seguenti parametri siano impostati su: `H-VAR: 0, V-VAR: 1`
- Impostare la variabile indipendente su t.
- Accettare le modifiche a PLOT SETUP (Configurazione grafico): NXT OK
- ← WIN (simultaneamente, se in modalità RPN). Per entrare nell'ambiente PLOT WINDOW
- Configurare la finestra di visualizzazione orizzontale e verticale con le seguenti impostazioni: `H-VIEW: -1 5; V-VIEW: -1 1.5`
- Utilizzare inoltre i seguenti valori per i restanti parametri: Init: 0, Final: 5, Step: Default, Tol: 0.0001, Init-Soln: 0
- Per tracciare il grafico utilizzare: ERASE DRAW



Mentre è in corso la generazione del grafico, si osserverà che la curva ottenuta non è molto liscia. Ciò è dovuto al fatto che il plotter utilizza un incremento temporale leggermente troppo ampio per ottenere un grafico liscio. Per rifinire il grafico e rendere la curva più regolare, utilizzare un incremento di 0.1. Premere CANCL e impostare il valore di *Step* : su 0.1, quindi utilizzare nuovamente ERASE DRAW per rigenerare il grafico. Sarà necessario più tempo per tracciare il grafico, ma la forma ottenuta è decisamente migliore. Provare quanto segue: EDIT NXT LABEL MENU per vedere le etichette degli assi e l'intervallo.



Si noti che le etichette degli assi sono mostrate come 0 (orizzontale, per t) e 1 (verticale, per x). Queste sono le definizioni per gli assi riportate nella finestra PLOT SETUP (← 2D/3D) ovvero, H-VAR: 0, e V-VAR: 1. Per vedere la soluzione grafica nel dettaglio, procedere come segue:

NXT NXT PICT Per tornare al menu e all'ambiente PICT.

(X,Y) Per determinare le coordinate di qualsiasi punto sul grafico.

Utilizzare i tasti ◄ ► per spostare il cursore nell'area del grafico. Nella parte inferiore della schermata sono visibili i valori delle coordinate del cursore come (X,Y) ossia, la calcolatrice utilizza X e Y come nomi predefiniti rispettivamente per l'asse orizzontale e verticale. Premere NXT CANCL tper tornare al menu e all'ambiente PLOT WINDOW. Infine, premere ON per tornare alla visualizzazione normale.

Soluzione numerica dell'ODE del secondo ordine

L'integrazione dell'ODE del secondo ordine può essere determinata definendo la soluzione come vettore. Come esempio, si supponga che una massa sospesa sia sottoposta a una forza di smorzamento proporzionale alla sua velocità, in modo che l'equazione differenziale risultante sia:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -18.75 \cdot x - 1.962 \cdot \frac{dx}{dt}$$

oppure, x'' = - 18.75 x - 1.962 x',

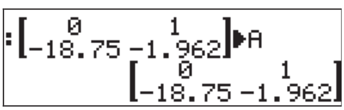
in base alle condizioni iniziali, v = x' = 6, x = 0, in corrispondenza di t = 0. Si desidera calcolare x, x' in t = 2.

Riscrivere la ODE come segue: **w**' = **Aw**, dove **w** = [x x']^T, e **A** sono le matrici 2 x 2 mostrate di seguito.

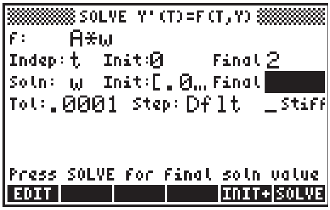
$$\begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -18.75 & -1.962 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}$$

Le condizioni iniziali sono ora scritte come **w** = [0 6]^T, per t = 0. (Nota: il simbolo [ ]^T si riferisce alla trasposta del vettore o matrice).

Per risolvere questo problema, occorre innanzitutto creare e salvare la matrice **A**, ad esempio In modalità ALG:



Attivare quindi il Differential Equation Solver (Risolutore delle equazioni differenziali); utilizzando: ↱ NUM.SLV ▼ OK . Per risolvere l'equazione differenziale con tempo iniziale t = 0 e tempo finale t = 2, il modulo di input del risolutore delle equazioni differenziali visualizzerà quanto segue (notare che il valore di Init: per Soln: è un vettore [0, 6]):



Premere SOLVE (attendere) EDIT per risolvere per w(t=2). La soluzione ottenuta è [.16716… -.6271…], che corrisponde a x(2) = 0.16716 e x'(2) = v(2) = -0.6271. Premere CANCL per tornare all'ambiente SOLVE.

Soluzione presentata sotto forma di tabella di valori

Nell'esempio precedente l'interesse principale era dato dal determinare i valori della posizione e della velocità per un tempo dato t. Si desidera ora creare una tabella di valori di x e x', per t = 0.00, 0.25, …, 2.00; a tale scopo, procedere come segue: Predisporre innanzitutto una tabella per inserire i propri risultati:

t	x	x'
0.00	0.00	6.00
0.25		
…	…	…
2.00		

Successivamente, all'interno dell'ambiente SOLVE, impostare il valore finale della variabile indipendente su 0.25, utilizzando:

▲ .25 OK ► ► SOLVE (attendere) EDIT

(Risolve per w in t = 0.25, w = [0.968 1.368].)

OK INIT+ ▲ . 5 OK ► ► SOLVE (attendere) EDIT
(Il valore iniziale di t cambia in 0.25 e il valore finale di t cambia in 0.5, calcolare nuovamente w(0.5) = [0.748 -2.616])

OK INIT+ ▲ .75 OK ► ► SOLVE (attendere) EDIT
(Il valore iniziale di t cambia in 0.5 e il valore finale di t cambia in 0.75, calcolare nuovamente w(0.75) = [0.0147 -2.859])

OK INIT+ ▲ 1 OK ► ► SOLVE (attendere) EDIT

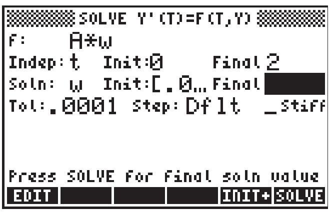
(Il valore iniziale di t cambia in 0.75 e il valore finale di t cambia in 1, calcolare nuovamente w(1) = [-0.469 -0.607])
Ripetere per t = 1.25, 1.50, 1.75, 2.00. Premere OK dopo aver visualizzato l'ultimo risultato in EDIT. Per tornare al display normale della calcolatrice, premere ON o NXT OK. Le diverse soluzioni verranno visualizzate nello stack, con l'ultimo risultato nel livello 1.

I risultati finali sono i seguenti:

t	x	x'		t	x	x'
0.00	0.000	6.000		1.25	-0.354	1.281
0.25	0.968	1.368		1.50	0.141	1.362
0.50	0.748	-2.616		1.75	0.227	0.268
0.75	-0.015	-2.859		2.00	0.167	-0.627
1.00	-0.469	-0.607				

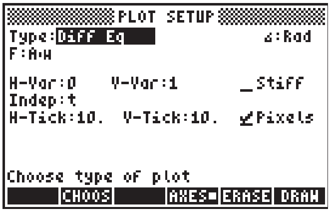
Soluzione grafica per una ODE del secondo ordine

Per iniziare, aprire il risolutore numerico delle equazioni differenziali, ↱ NUM.SLV ▽ OK . Verrà visualizzata la seguente schermata SOLVE:



Si noti che la condizione iniziale per la soluzione (Soln: w Init:[0., …] comprende il vettore [0, 6]. Premere NXT OK.

Premere ↰ 2D/3D , simultaneamente se in modalità RPN, per accedere all'ambiente PLOT. Evidenziare il campo che precede `TYPE`, utilizzando i tasti △▽. Premere quindi CHOOS ed evidenziare `Diff Eq`, utilizzando i tasti △▽. Premere OK. Modificare il resto della schermata PLOT SETUP in modo da ottenere:

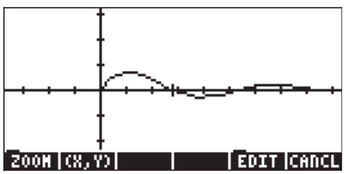


Si noti che l'opzione V-Var: è impostata su 1, a indicare che il primo elemento della soluzione vettoriale, ossia, x', deve essere tracciato rispetto alla variabile indipendente t.

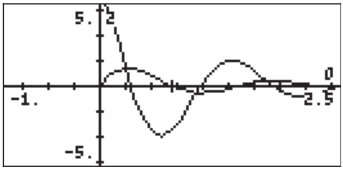
AAccettare le modifiche a PLOT SETUP premendo NXT OK.

Premere ← WIN (simultaneamente, se in modalità RPN) per entrare nell'ambiente PLOT WINDOW. Modificare questo modulo di input nel seguente modo:

Per tracciare il grafico x' vs. t utilizzare: ERASE DRAW . Il grafico di x' vs. t avrà il seguente aspetto:



Per tracciare la secondo curva, è necessario utilizzare nuovamente il modulo di input PLOT SETUP. Per aprire tale modulo dal grafico mostrato in alto, utilizzare: CANCL NXT OK ← 2D/3D (simultaneamente, se in modalità RPN). Impostare il valore del campo V-Var: su 2 e premere DRAW (non premere ERASE o si perderà il grafico precedentemente creato). Utilizzare: EDIT NXT LABEL MENU per vedere le etichette degli assi e l'intervallo. Si noti che l'etichetta dell'asse x è il numero 0 (indicante la variabile indipendente), mentre l'etichetta dell'asse y è il numero 2 (indicante la seconda variabile, ovvero, l'ultima variabile tracciata). Il grafico combinato avrà il seguente aspetto:



Premere NXT NXT EDIT CANCL ON per ritornare al display normale della calcolatrice.

Soluzione numerica dell'ODE del primo ordine di tipo stiff

Data l'ODE: dy/dt = -100y+100t+101, in base alle condizioni iniziali y(0) = 1.

Soluzione in modalità Exact

Questa equazione può essere scritta come dy/dt + 100 y = 100 t + 101 e risolta utilizzando un fattore integrante, IF(t) = exp(100t), come segue (modalità RPN, con il CAS impostato sulla modalità Exact):

‘(100*t+101)*EXP(100*t)’ ENTER ‘t’ ENTER RISCH

Il risultato è ‘(t+1)*EXP(100*t)’.

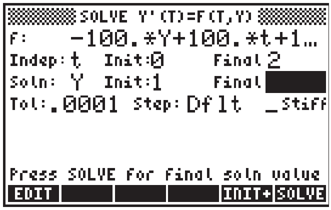
Successivamente, si aggiunge una costante di integrazione utilizzando: ‘C’ ENTER +

Infine, si divide per FI(x), utilizzando: ‘EXP(100*t)’ ENTER ÷.

Il risultato è: ‘((t+1)*EXP(100*t)+C)/EXP(100*t)’, ovvero $y(t) = 1+ t +C\cdot e^{100t}$. Usando la condizione iniziale y(0) = 1, si ottiene $1 = 1 + 0 + C\cdot e^{0}$ o C = 0, essendo la soluzione particolare y(t) = 1+t.

Soluzione numerica

Se si tenta una soluzione numerica dell'equazione originale dy/dt = -100y+100t+101, utilizzando il risolutore numerico della calcolatrice, si nota che la calcolatrice impiega più tempo a produrre una souzione rispetto all'esempio precedente con l'equazione del primo ordine. Per verificare questa affermazione, impostare il risolutore numerico di equazioni differenziali (→ NUM.SLV ▼ OK) su:

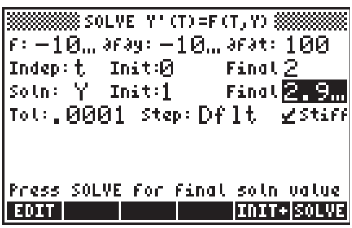


In questo caso si sta cercando il valore di y(2), dato y(0) = 1. Con il campo `Soln: Final` evidenziato, premere SOLVE. È possibile verificare che per ottenere una soluzione sono necessari circa 6 secondi, mentre con l'equazione del primo ordine, la soluzione era quasi immediata. Premere ON per cancellare il calcolo.

Questo è un esempio di <u>un'equazione differenziale ordinaria stiff</u>. Un'ODE di tipo stiff è un'equazione la cui soluzione generale contiene componenti che variano a velocità molto diverse, a parità di incremento della variabile indipendente. In questo caso particolare, la soluzione generale, y(t) = 1+ t +C·e^{100t}, contiene le componenti 't' e 'C·e^{100t}', cha variano a velocità molto diverse, ad eccezione dei casi in cui C=0 o C≈0 (ovvero, per C = 1, t =0.1, C·e^{100t} =22026).

Il risolutore numerico di equazioni differenziali della calcolatrice consente di ottenere soluzioni di ODE stiff selezionando l'opzione `_Stiff` nella schermata `SOLVE Y'(T) = F(T,Y)`. Con questa opzione selezionata, è necessario inserire i valori di ∂f/∂y e ∂f/∂t. Per il caso in questione, ∂f/∂y = -100 e ∂f/∂t = 100.

Inserire tali valori nei campi corrispondenti della schermata `SOLVE Y'(T) = F(T,Y)`:



Una volta terminato, spostare il cursore nel campo `Soln:Final` e premere SOLVE. Questa volta si ottiene la soluzione in circa 1 secondo. Premere EDIT per visualizzare la soluzione: 2.9999999999, ossia, 3.0.

Nota: l'opzione `Stiff` è disponibile anche per soluzioni grafiche di equazioni differenziali.

Soluzione numerica delle ODE con il menu SOLVE/DIFF

Il menu funzione SOLVE è richiamato mediante l'opzione 74 MENU in modalità RPN. Questo menu è illustrato nel dettaglio nel Capitolo 6. Uno dei sottomenu, DIFF, contiene le funzioni utilizzabili per la soluzione numerica di equazioni differenziali ordinarie, utili ai fini della programmazione. Queste funzioni sono descritte di seguito utilizzando la modalità RPN, con il flag di sistema 117 impostato su SOFT menu (Menu FUNZIONE). (Vedere la nota a pagina 16-75).

Le funzioni fornite dal menu SOLVE/DIFF sono le seguenti:

Funzione RKF

Questa funzione è usata per il calcolo della soluzione di un problema del valore iniziale, per un'equazione differenziale del primo ordine mediante il metodo Runge-Kutta-Fehlberg del 4° 5° ordine. Si supponga che l'equazione differenziale da risolvere sia data da dy/dx = f(x,y), con y = 0 in x = 0 e che si utilizzino i criteri di convergenza å per la soluzione. È inoltre possibile definire un incremento della variabile indipendente, Δx, da usarsi con la funzione. Per eseguire tale funzione è necessario predisporre lo stack come segue:

3: {'x', 'y', 'f(x,y)'}
2: { ε Δx }
1: x_{final}

Il valore nel primo livello dello stack corrisponde al valore della variabile indipendente per la quale si vuole calcolare la soluzione, ovvero, si desidera trovare $y_{final} = f_s(x_{final})$, dove $f_s(x)$ rappresenta la soluzione dell'equazione differenziale. Il secondo livello dello stack può contenere solo il valore di ε e l'incremento Δx verrà considerato come un piccolo valore predefinito. Dopo aver eseguito la funzione RKF, lo stack visualizzerà le righe:

2: {'x', 'y', 'f(x,y)'}
1: ε

Il valore della soluzione, y_{final}, sarà disponibile nella variabile . Questa funzione è adatta alla programmazione, in quanto lascia le caratteristiche dell'equazione differenziale e la tolleranza nello stack pronte per una nuova soluzione. Si noti che la soluzione utilizza le condizioni iniziali x = 0 per y = 0. Se le soluzioni iniziali effettive sono x = x_{Init} per y = y_{init}, è sempre possibile sommare questi valori alla soluzione fornita da RKF, ricordando la seguente relazione:

Soluzione RKF		Soluzione effettiva	
x	y	x	y
0	0	x_{init}	y_{init}
x_{final}	y_{final}	$x_{init} + x_{final}$	$y_{init} + y_{final}$

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione RKF per l'equazione differenziale dy/dx = x+y, ε = 0.001, Δx = 0.1.

Dopo l'applicazione della funzione RKF, la variabile contiene il valore 4.3880...

Funzione RRK

Questa funzione è simile alla funzione RKF, ad eccezione del fatto che RRK (metodi Rosenbrock e Runge-Kutta) richiede che l'elenco nel livello di stack 3 contenga i nomi delle variabili indipendente e dipendente, la funzione che definisce l'equazione differenziale e le espressioni delle derivate prima e seconda dell'espressione. Pertanto, lo stack di input per questa funzione sarà il seguente:

3: {'x', 'y', 'f(x,y)' '∂f/∂x' '∂f/∂y' }

2: { ε Δx }

1: x_{final}

Il valore nel primo livello dello stack è il valore della variabile indipendente per la quale si vuole calcolare la soluzione, ovvero, si desidera trovare $y_{final} = f_s(x_{final})$, dove $f_s(x)$ rappresenta la soluzione dell'equazione differenziale. Il secondo livello di stack può contenere solo il valore di ε e l'incremento Δx sarà preso come un piccolo valore predefinito. Dopo aver eseguito la funzione RKF, lo stack visualizzerà le righe:

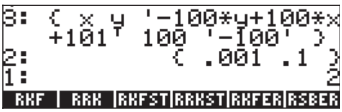
2:    {'x', 'y', 'f(x,y)' '∂f/∂x' '∂f/vy' }

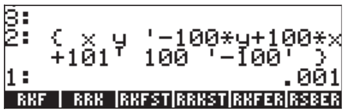
1:                                    { ε Δx }

Il valore della soluzione, y_{finale}, sarà disponibile nella variabile y.

Questa funzione può essere usata per risolvere equazioni differenziali di tipo "stiff".

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione RRK:





Il valore memorizzato nella variabile y è 3.00000000004.

Funzione RKFSTEP

Questa funzione utilizza un elenco simile a quello della funzione RKF, nonché la tolleranza per la soluzione e un possibile incremento Δx e restituisce lo stesso elenco, seguito dalla tolleranza e da una stima dell'incremento successivo della variabile indipendente. La funzione restituisce l'elenco di partenza, la tolleranza e l'incremento successivo della variabile indipendente che soddisfa tale tolleranza. Pertanto, lo stack ottenuto sarà il seguente:

3:    {'x', 'y', 'f(x,y)'}

2:    ε

1:    Δx

Dopo aver eseguito questa funzione, lo stack conterrà le righe:

3:    {'x', 'y', 'f(x,y)'}

2:    ε

1:    $(\Delta x)_{next}$

Pertanto, questa funzione è usata per determinare la dimensione corretta dell'incremento temporale per soddisfare la tolleranza richiesta.

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione RKFSTEP:

Questi risultati indicano che $(\Delta x)_{next}$ = 0.34049…

Funzione RRKSTEP

Questa funzione utilizza un elenco simile a quello della funzione RRK, nonché la tolleranza per la soluzione, un possibile incremento Δx e un numero (LAST) che indica l'ultimo metodo utilizzato per la soluzione (1, se è stata usata RKF o 2, se è stata usata RRK). La funzione RRKSTEP restituisce lo stesso elenco di partenza, seguito dalla tolleranza, da una stima dell'incremento successivo della variabile indipendente e dal metodo corrente (CURRENT) utilizzato per calcolare l'incremento successivo. Pertanto, lo stack ottenuto sarà il seguente:

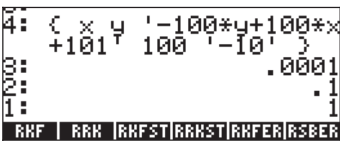
4:	{'x', 'y', 'f(x,y)'}
3:	ε
2:	Δx
1:	LAST

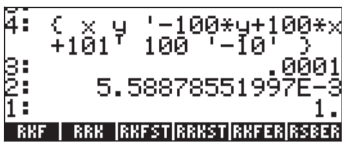
Dopo aver eseguito questa funzione, lo stack conterrà le righe:

4:	{'x', 'y', 'f(x,y)'}
3:	ε
2:	$(\Delta x)_{next}$
1:	CURRENT

Questa funzione è usata per determinare la dimensione appropriata di un incremento temporale $(\Delta x)_{next}$ che soddisfi la tolleranza richiesta e il metodo usato per ottenere tale risultato (CURRENT).

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione RRKSTEP:





Questi risultati indicano che $(\Delta x)_{next}$ = 0.00558… e che deve essere usato il metodo RKF (CURRENT = 1).

Funzione RKFERR

Questa funzione restituisce la stima dell'errore assoluto per un dato incremento nella soluzione di un problema, come indicato per la funzione RKF. Lo stack di partenza sarà il seguente:

2: {'x', 'y', 'f(x,y)'}

1: Δx

Dopo aver eseguito questa funzione, lo stack conterrà le righe:

4: {'x', 'y', 'f(x,y)'}

3: ε

2: Δy

1: error

Questa funzione è usata per determinare l'incremento nella soluzione Δy, nonché l'errore assoluto (Error).

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione RKFERR:

Questo risultato mostra che Δy = 0.827… e error = -1.89…10^{-6}.

Funzione RSBERR

Questa funzione è simile a RKERR ma utilizza gli elementi elencati per la funzione RRK. Pertanto, lo stack di input per questa funzione sarà il seguente:

2: {'x', 'y', 'f(x,y)' '∂f/∂x' '∂f/vy' }

1: Δx

Dopo aver eseguito la funzione, lo stack visualizzerà le seguenti righe:

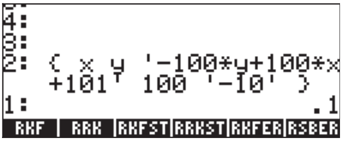
4: {'x', 'y', 'f(x,y)' '∂f/∂x' '∂f/vy' }:

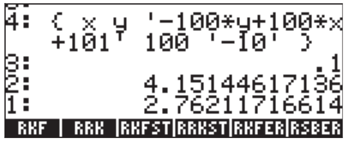
3: ε

2: Δy

1: error

Le seguenti schermate mostrano lo stack in modalità RPN prima e dopo l'applicazione della funzione RSBERR:





Questo risultato indica che Δy = 4.1514… ed error = 2.762..., per Dx = 0.1. Verificare che, se Dx è ridotto a 0.01, Δy = -0.00307… ed error = 0.000547.

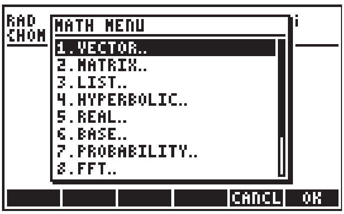
Nota: quando si eseguono i comandi nel menu DIFF, i valori di x e y saranno determinati e memorizzati nelle variabili della calcolatrice. I risultati forniti dalle funzioni in questa sezione dipendono dai valori correnti di x e y. Alcuni dei risultati illustrati, successivamente, possono essere diversi da quelli ottenuti nella vostra calcolatrice.

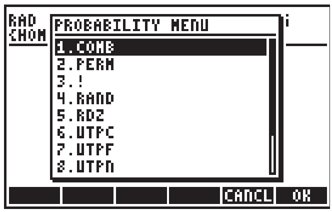
Capitolo 17
Applicazioni di probabilità

In questo Capitolo vengono forniti esempi di applicazioni delle funzioni della calcolatrice alle distribuzioni di probabilità.

Sottomenu MATEMATICHE/PROBABILITÀ.. parte 1

Il sottomenu OPZIONI MATEMATICHE/PROBABILITÀ.. è accessibile premendo la sequenza di tasti ← MTH . Con il flag di sistema 117 impostato sui CHOOSE BOXES (Riquadri di SELEZIONE), viene fornito il seguente elenco di opzioni matematiche (MTH) (vedere la figura sul lato sinistro qui di seguito). Selezionando l'opzione PROBABILITY.. (opzione 7), vengono visualizzate le seguenti funzioni (vedere la figura sul lato destro qui di seguito):





In questa sezione vengono discusse le funzioni COMB (Combinazione), PERM (Permutazione), ! (Fattoriale), RAND (Numero Casuale) e RDZ (Ridefinire Seme).

Fattoriali, combinazioni e permutazioni

Il fattoriale di un numero intero n si definisce: n! = n·(n-1)·(n-2)…3·2·1. Per definizione, 0! = 1. I fattoriali sono utilizzati nel calcolo del numero di permutazioni e combinazioni di oggetti. Ad esempio, il numero di permutazioni di r oggetti da un insieme di n oggetti distinti è

$$ {}_nP_r = n(n-1)(n-1)...(n-r+1) = n!/(n-r)! $$

Inoltre, il numero di combinazioni di n oggetti, presi r oggetti per volta è

$$ \binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

Per semplificare la notazione, utilizzare P(n,r) per le permutazioni, e C(n,r) per le combinazioni. È possibile calcolare le combinazioni, le permutazioni, e i fattoriali con le funzioni COMB, PERM, e ! dal sottomenu MATEMATICHE/ PROBABILITÀ.. Il funzionamento di queste funzioni è descritto di seguito:

- Combinazioni di n oggetti presi r oggetti per volta
- Permutazioni di n oggetti presi r oggetti per volta
- Il fattoriale di un numero intero positivo. Per un numero non intero, x! restituisce $\Gamma(x+1)$, dove $\Gamma(x)$ è la funzione Gamma (vedere Capitolo 3). Il simbolo fattoriale (!) può essere inserito anche come combinazione di tasti ALPHA ↱ 2.

Di seguito vengono mostrati esempi di applicazioni di queste funzioni:

```
:COMB(10.,6.)
                 210.
:PERM(10.,6.)
              151200.
:12.!
           479001600.
```

Numeri casuali

La calcolatrice è dotata di un generatore di numeri casuali che restituisce un numero reale casuale tra 0 e 1, uniformemente distribuito. Il generatore è in grado di produrre sequenze di numeri casuali. In ogni caso, dopo un certo numero di sequenze (un numero davvero molto alto), queste tendono a ripetersi. Per questo motivo, il generatore di numeri casuali si definisce più propriamente un generatore di numeri pseudocasuali. Per generare un numero casuale con la calcolatrice, utilizzare la funzione RAND dal sottomenu MATEMATICHE/PROBABILITÀ. LA seguente schermata mostra una serie di numeri casuali generati utilizzando la funzione RAND. I numeri nella figura a sinistra sono stati generati utilizzando la funzione RAND senza fornire un argomento. Se si inserisce un elenco di argomenti nella funzione RAND, si ottiene la serie di numeri e un ulteriore numero casuale ad essa allegato, come illustrato nella figura a destra.

```
:RAND
        .529199358633
:RAND
    4.35821814444E-2
:RAND
        .294922982088
```

```
        .294922982088
:RAND(5.)
  {5. 4.10896424448E-2}
:RAND(2.,5.)
  {2. 5. .786870433805}
:RAND(1.,2.,3.)
{1. 2. 3. 4.07030798137▸
```

I generatori di numeri casuali, in generale, operano prendendo un valore, definito "seme" del generatore e applicando sullo stesso alcuni algoritmi matematici che generano un nuovo numero pseudocasuale. Se si desidera generare una sequenza di numeri e poter ripetere in seguito la stessa sequenza, è possibile cambiare il "seme" del generatore utilizzando la funzione RDZ(n), dove n è il "seme" scelto prima di generare la sequenza. I generatori di numeri casuali operano iniziando con un numero "seme" che viene trasformato nel primo numero casuale della serie. Il numero corrente quindi serve come "seme" per il numero successivo e così via. Ridefinendo il "seme" della sequenza con lo stesso numero utilizzato in precedenza, è possibile riprodurre la stessa sequenza ripetutamente. Ad esempio, provare quanto segue:

RDZ(0.25) ENTER	Utilizzare 0.25 come "seme."
RAND() ENTER	Primo numero casuale = 0.75285…
RAND() ENTER	Secondo numero casuale = 0.51109…
RAND() ENTER	Terzo numero casuale = 0.085429….
Riavviare la sequenza:	
RDZ(0.25) ENTER	Utilizzare 0.25 come "seme."
RAND() ENTER	Primo numero casuale = 0.75285…
RAND() ENTER	Secondo numero casuale = 0.51109…
RAND() ENTER	Terzo numero casuale = 0.085429….

Per generare una sequenza di numeri casuali utilizzare la funzione SEQ (Sequenza). Ad esempio, per generare una lista di 5 numeri casuali è possibile utilizzare in modalità ALG: `SEQ(RAND(),j,1,5,1)`. In modalità RPN, utilizzare il seguente programma:

« → n « 1 n FOR j RND NEXT n →LIST » »

Memorizzarla in RLST (Elenco casuale), e utilizzare VAR 5 RLST per generare un elenco di 5 numeri casuali.

La funzione RNDM(n,m) può essere utilizzata per generare una matrice di n righe e m colonne i cui elementi sono numeri interi casuali compresi tra -1 e 1 (vedere Capitolo 10).

Distribuzioni di probabilità discrete

Una variabile casuale si definisce discreta quando può assumere solo un numero finito di valori. Ad esempio, il numero di giorni di pioggia in una data località può essere considerato una variabile casuale discreta perché tali dati sono considerati solo numeri interi. Se X rappresenta una variabile casuale discreta, la sua funzione di massa di probabilità (pmf) è rappresentata da f(x) = P[X=x], cioè la probabilità che la variabile casuale X assuma il valore x.

La funzione di distribuzione di massa deve soddisfare le condizioni che

f(x) >0, for all x,

e

$$\sum_{all\ x} f(x) = 1.0$$

Una funzione di distribuzione cumulativa (cdf) si definisce come

$$F(x) = P[X \leq x] = \sum_{k \leq x} f(k)$$

Di seguito, verranno definite una serie di funzioni per calcolare le distribuzioni di probabilità discrete. È consigliabile la creazione di una sottodirectory, ad esempio, HOME\STATS\DFUN (FUNzioni Discrete) dove saranno definite la funzione di massa di probabilità e la funzione di distribuzione cumulativa per la distribuzione binomiale e per la distribuzione di Poisson.

Distribuzione binomiale

La funzione di massa di probabilità della distribuzione binomiale è data da

$$f(n,p,x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}, \quad x = 0,1,2,...,n$$

dove $(^n{}_x)$ = C(n,x) è la combinazione di n elementi presi x elementi per volta. I valori n e p sono i parametri di distribuzione. Il valore n rappresenta il numero di ripetizioni di un esperimento o un'osservazione che possono avere uno o due risultati, ad es. successo e fallimento. Se la variabile casuale X rappresenta il numero di successi in n ripetizioni, allora p rappresenta la probabilità di ottenere un successo in qualsiasi ripetizione data. La funzione di distribuzione cumulativa per la distribuzione binomiale è data da

$$F(n,p,x)=\sum_{k=0}^{x} f(n,p,x), \quad x=0,1,2,...,n$$

Distribuzione di Poisson

La funzione di massa di probabilità della distribuzione di Poisson è data da

$$f(\lambda,x)=\frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^{x}}{x!}, \quad x=0,1,2,...,\infty$$

In questa espressione, se la variabile casuale X rappresenta il numero di occorrenze di un evento o di osservazioni per unità di tempo, di lunghezza, di area, di volume, ecc., allora il parametro l rappresenta il numero medio di occorrenze per unità di tempo, lunghezza, area, volume, ecc. La funzione di distribuzione cumulativa per la distribuzione di Poisson è data da

$$F(\lambda,x)=\sum_{k=0}^{x} f(\lambda,x), \quad x=0,1,2,...,\infty$$

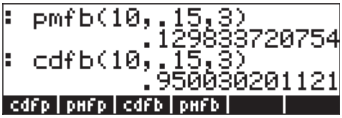
Utilizzare quindi la funzione DEFINE (← DEF) (Definisci) per definire le seguenti funzioni di massa di probabilità (pmf) e le funzioni di distribuzione cumulativa (cdf):

```
DEFINE(pmfb(n,p,x) = COMB(n,x)*p^x*(1-p)^(n-x))
DEFINE(cdfb(n,p,x) = Σ(k=0,x,pmfb(n,p,k)))
DEFINE(pmfp(λ,x) = EXP(-λ)*λ^x/x!)
DEFINE(cdfp(λ,x) = Σ(k=0,x,pmfp(λ,x)))
```

I nomi della funzioni stanno per:

- pmfb: funzione di massa di probabilità per la distribuzione binomiale
- cdfb: funzione di distribuzione cumulativa per la distribuzione binomiale
- pmfp: funzione di massa di probabilità per la distribuzione di Poisson
- cdfp: funzione di distribuzione cumulativa per la distribuzione di Poisson

Di seguito sono riportati gli esempi di calcolo che utilizzano queste funzioni:



Distribuzioni di probabilità continue

La distribuzione di probabilità per una variabile casuale continua, X, è caratterizzata da una funzione f(x) nota come la funzione di densità di probabilità (pdf). La funzione pdf presenta le seguenti proprietà: f(x) > 0, per tutte le x e

$$P[X < x] = F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)d\xi.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

Le probabilità sono calcolate utilizzando la funzione di distribuzione cumulativa (cdf), F(x), definita da $P[X < x] = F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)d\xi$, dove P[X<x] indica "la probabilità che la variabile casuale X sia inferiore al valore x".

In questa sezione verranno descritte diverse distribuzioni di probabilità continue comprese le distribuzioni gamma, esponenziale, beta e di Weibull. Queste distribuzioni sono descritte in tutti i manuali di statistica. Alcune di queste distribuzioni utilizzano la funzione Gamma definita precedentemente, che viene calcolata dalla calcolatrice utilizzando la funzione fattoriale come Γ(x) = (x-1)!, per qualsiasi numero reale x.

Distribuzione gamma

La funzione di distribuzione di probabilità (pdf) per la distribuzione gamma è data da

$$f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot \exp(-\frac{x}{\beta}), for \quad x > 0, \alpha > 0, \beta > 0;$$

La funzione di distribuzione (cumulativa) corrispondente (cdf) sarebbe data da un integrale che non ha una soluzione in forma chiusa.

Distribuzione esponenziale

La distribuzione esponenziale è la distribuzione gamma con a = 1. La funzione pdf è data da

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \cdot \exp(-\frac{x}{\beta}), for \quad x > 0, \beta > 0,$$

mentre quella cdf è data da F(x) = 1 - exp(-x/β), per x>0, β>0.

Distribuzione beta

La pdf per la distribuzione gamma è data da

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot (1-x)^{\beta-1}, for \quad 0 < x < 1, \alpha > 0, \beta > 0$$

Come nel caso della distribuzione gamma, la cdf corrispondente per la distribuzione beta è data anche da un integrale che non ha alcuna soluzione in forma chiusa.

Distribuzione di Weibull

La pdf per la distribuzione di Weibull è data da

$$f(x) = \alpha \cdot \beta \cdot x^{\beta-1} \cdot \exp(-\alpha \cdot x^{\beta}), \quad for\ x > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

Mentre la cdf corrispondente è data da

$$F(x) = 1 - \exp(-\alpha \cdot x^{\beta}), \quad for\ x > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

Funzioni per distribuzioni continue

Per definire un gruppo di funzioni corrispondenti alle distribuzioni gamma, esponenziale, beta e di Weibull, creare per prima cosa una sottodirectory denominata CFUN (Continuous FUNctions) e definire le seguenti funzioni (passare alla modalità Approx):

Pdf gamma: `'gpdf(x) = x^(α-1)*EXP(-x/β)/(β^α*GAMMA(α))'`

Cdf gamma: `'gcdf(x) = ∫(0,x,gpdf(t),t)'`

Pdf Beta:

`' βpdf(x)= GAMMA(α+β)*x^(α-1)*(1-x)^(β-1)/(GAMMA(α)*GAMMA(β))'`

Cdf Beta: `'βcdf(x) = ∫(0,x, βpdf(t),t)'`

Pdf esponenziale: 'epdf(x) = EXP(-x/β)/β'

Cdf esponenziale: 'ecdf(x) = 1 - EXP(-x/β)'

Pdf Weibull: 'Wpdf(x) = α*β*x^(β-1)*EXP(-α*x^β)'

Cdf Weibull: 'Wcdf(x) = 1 - EXP(-α*x^β)'

Utilizzare la funzione DEFINE per definire tutte queste funzioni. Inserire quindi i valori di α e β, ad esempio, 1 STO▶ ALPHA ↱ A ENTER 2 STO▶ ALPHA ↱ B ENTER

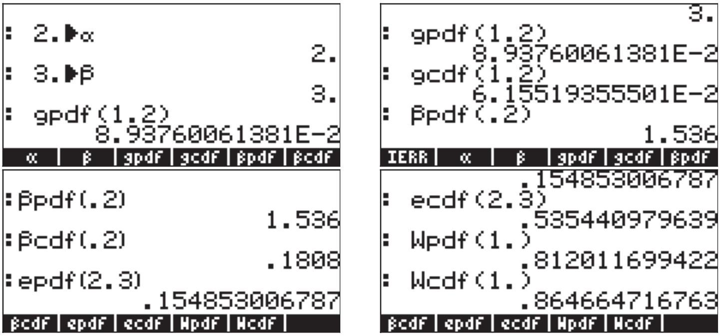
In fine, per la cdf delle cdf Gamma e Beta, è necessario modificare le definizioni di programma per aggiungere →NUM ai programmi prodotti dalla funzione DEFINE. Ad esempio, la cdf Gamma, ovvero la funzione gcdf deve essere modificata nel seguente modo: « → x '→NUM(∫ (0,x,gpdf(t),t))' » e memorizzata di nuovo in gcdf. Ripetere la procedura per βcdf. Utilizzare la modalità RPN per eseguire queste modifiche.

Diversamente dalle funzioni discrete definite precedentemente, le funzioni continue definite in questa sezione non includono i relativi parametri (α e/o β) nelle definizioni. Quindi, non è necessario inserirle nel display per calcolare le funzioni. Tuttavia, questi parametri devono essere definiti precedentemente memorizzando i valori corrispondenti nelle variabili α e β. Una volta che tutte le funzioni e i valori α e β sono stati memorizzati, è possibile ordinare le etichette del menu utilizzando la funzione ORDER. L'attivazione della funzione sarà la seguente:

ORDER({'α','β','gpdf','gcdf','βpdf','βcdf','epdf','ecdf','Wpdf','Wcdf'})

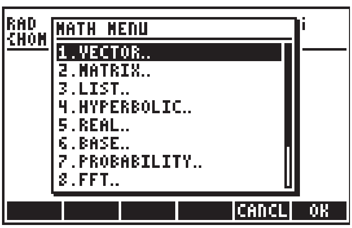
Seguendo questo comando le etichette di menu verranno visualizzate nel seguente modo (Premere NXT per passare al secondo elenco. Premere NXT ancora una volta per passare al primo elenco):

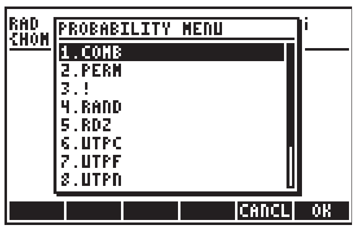
Alcuni esempi di applicazione di queste funzioni, per i valori di α = 2, β = 3, sono mostrati di seguito. Notare la variabile IERR che viene visualizzata nella seconda schermata. Questo è il risultato di un'integrazione numerica per la funzione gcdf.



Distribuzioni continue per inferenza statistica

In questa sezione verranno presentate le quattro distribuzioni di probabilità continue che sono comunemente utilizzate per problemi relativi all'inferenza statistica. Queste distribuzioni sono la distribuzione normale, la distribuzione di Student, la distribuzione del Chi-quadrato (χ^2) e la distribuzione F. Le funzioni fornite dalla calcolatrice per valutare le probabilità di queste distribuzioni sono contenute nel menu MATEMATICHE/PROBABILITÀ introdotto precedentemente in questo capitolo. Le funzioni sono NDIST, UTPN, UTPT, UTPC e UTPF. L'applicazione viene descritta nelle seguenti sezioni. Per vedere queste funzioni, attivare il menu MTH: ⬅ MTH e selezionare l'opzione PROBABILITY (Probabilità):





Pdf della distribuzione normale

L'espressione della pdf per la distribuzione normale è:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}],$$

dove μ è la media e σ^2 è la varianza della distribuzione. Per calcolare il valore di $f(\mu,\sigma^2,x)$ per la distribuzione normale, utilizzare la funzione NDIST con i seguenti argomenti: la media, μ, la varianza, σ^2 e il valore x, ovvero NDIST(μ,σ^2,x). Ad esempio, verificare la distribuzione normale, f(1.0,0.5,2.0) = 0.20755374.

Cdf della distribuzione normale

La calcolatrice ha una funzione UTPN che calcola la distribuzione normale con coda superiore, ovvero, UTPN(x) = P(X>x) = 1 - P(X<x). Per ottenere il valore distribuzione normale con coda superiore UTPN è necessario inserire i seguenti valori: la media, μ; la varianza, σ^2; e il valore x, ad esempio, UTPN((μ,σ^2,x)

Ad esempio, verificare una distribuzione normale, con μ = 1.0, σ^2 = 0.5, UTPN(0.75) = 0.638163. Utilizzare UTPN(1.0,0.5,0.75) = 0.638163.

Diversi calcoli di probabilità per le distribuzioni normali [X is N(μ,σ^2)] possono essere definiti utilizzando la funzione UTPN, come segue:

- P(X<a) = 1 - UTPN(μ, σ^2,a)
- P(a<X<b) = P(X<b) - P(X<a) = 1 - UTPN(μ, σ^2,b) - (1 - UTPN(μ, σ^2,a)) = UTPN(μ, σ^2,a) - UTPN(μ, σ^2,b)
- P(X>c) = UTPN(μ, σ^2,c)

Esempi: utilizzando μ = 1.5, e σ^2 = 0.5, trovare:

P(X<1.0) = 1 - P(X>1.0) = 1 - UTPN(1.5, 0.5, 1.0) = 0.239750.

P(X>2.0) = UTPN(1.5, 0.5, 2.0) = 0.239750.

P(1.0<X<2.0) = F(1.0) - F(2.0) = UTPN(1.5,0.5,1.0) - UTPN(1.5,0.5,2.0) = 0.7602499 - 0.2397500 = 0.524998.

Distribuzione t di Student

La distribuzione t di Student o semplicemente distribuzione t-, presenta un parametro ν, conosciuto come il grado di libertà della distribuzione. La funzione di distribuzione di probabilità (pdf) è data da

$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2}) \cdot \sqrt{\pi\nu}} \cdot (1 + \frac{t^2}{\nu})^{-\frac{\nu+1}{2}}, -\infty < t < \infty$$

dove $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$ è la funzione GAMMA definita nel Capitolo 3.

La calcolatrice fornisce per i valori della funzione di distribuzione (cumulativa) con coda superiore per la distribuzione t, la funzione UTPT, noti il parametro ν e il valore t, ovvero, UTPT(ν,t). La definizione di questa funzione è, quindi,

$$UTPT(\nu, t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - \int_{-\infty}^{t} f(t)dt = 1 - P(T \le t)$$

Ad esempio, UTPT(5,2.5) = 2.7245…E-2. Gli altri calcoli di probabilità per la distribuzione t possono essere definiti utilizzando la funzione UTPT, come segue:

- P(T<a) = 1 - UTPT(ν,a)
- P(a<T<b) = P(T<b) - P(T<a) = 1 - UTPT(ν,b) - (1 - UTPT(ν,a)) = UTPT(ν,a) - UTPT(ν,b)
- P(T>c) = UTPT(ν,c)

Esempi: con ν = 12, determinare:

P(T<0.5) = 1-UTPT(12,0.5) = 0.68694..

P(-0.5<T<0.5) = UTPT(12,-0.5)-UTPT(12,0.5) = 0.3738…

P(T> -1.2) = UTPT(12,-1.2) = 0.8733…

Distribuzione di Chi-quadrato

La distribuzione Chi-quadrato (χ^2) ha un parametro ν, conosciuto come il grado di libertà. La funzione di distribuzione di probabilità (pdf) è data da

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \cdot \Gamma(\frac{\nu}{2})} \cdot x^{\frac{\nu}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}}, \nu > 0, x > 0$$

La calcolatrice fornisce i valori della funzione di distribuzione (cumulativa) con coda superiore per la distribuzione χ^2- utilizzando [UTPC], noti il valore di x e il parametro ν. La definizione di questa funzione è, quindi,

$$UTPC(\nu, x) = \int_t^{\infty} f(x)dx = 1 - \int_{-\infty}^{t} f(x)dx = 1 - P(X \le x)$$

Per utilizzare questa funzione, sono necessari i gradi di libertà, ν, e il valore della variabile di chi-quadrato, x, ovvero, UTPC(ν,x). Ad esempio, UTPC(5, 2.5) = 0.776495…

Diversi calcoli di probabilità per la distribuzione Chi-quadrato possono essere definiti utilizzando la funzione UTPC, come segue:

- P(X<a) = 1 - UTPC(ν,a)
- P(a<X<b) = P(X<b) - P(X<a) = 1 - UTPC(ν,b) - (1 - UTPC(ν,a)) = UTPC(ν,a) - UTPC(ν,b)
- P(X>c) = UTPC(ν,c)

Esempi: con ν = 6, determinare:

P(X<5.32) = 1-UTPC(6,5.32) = 0.4965..

P(1.2<X<10.5) = UTPC(6,1.2)-UTPC(6,10.5) = 0.8717…

P(X> 20) = UTPC(6,20) = 2.769..E-3

Distribuzione F

La distribuzione F ha due parametri νN = gradi di libertà al numeratore e νD = gradi di libertà al denominatore. La funzione di distribuzione di probabilità (pdf) è data da

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{\nu N + \nu D}{2}) \cdot (\frac{\nu N}{\nu D})^{\frac{\nu N}{2}} \cdot F^{\frac{\nu N}{2} - 1}}{\Gamma(\frac{\nu N}{2}) \cdot \Gamma(\frac{\nu D}{2}) \cdot (1 - \frac{\nu N \cdot F}{\nu D})^{(\frac{\nu N + \nu D}{2})}}$$

La calcolatrice fornisce i valori della funzione di distribuzione (cumulativa) con coda superiore per la distribuzione F, la funzione UTPF, dati i parametri νN e νD e il valore di F. La definizione di questa funzione è, quindi,

$$UTPF(\nu N,\nu D,F) = \int_t^{\infty} f(F)dF = 1-\int_{-\infty}^{t} f(F)dF = 1-P(\Im \leq F)$$

Ad esempio, per calcolare UTPF(10,5, 2.5) = 0.161834…

Diversi calcoli di probabilità per la distribuzione F possono essere definiti utilizzando la funzione UTPC, come segue:

- P(F<a) = 1 - UTPF(νN, νD,a)
- P(a<F<b) = P(F<b) - P(F<a) = 1 -UTPF(νN, νD,b)- (1 - UTPF(νN, νD,a))
  = UTPF(νN, νD,a) - UTPF(νN, νD,b)
- P(F>c) = UTPF(νN, νD,a)

Esempio: dato νN = 10, νD = 5, trovare:

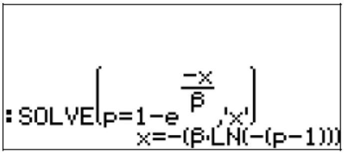
P(F<2) = 1-UTPF(10,5,2) = 0.7700…
P(5<F<10) = UTPF(10,5,5) – UTPF(10,5,10) = 3.4693..E-2
P(F>5) = UTPF(10,5,5) = 4.4808..E-2

Funzioni di distribuzione cumulativa inverse

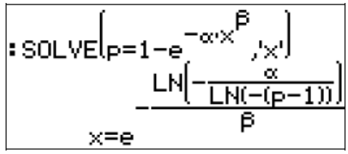
Per una variabile casuale continua X con la funzione di densità cumulativa (cdf) F(x) = P(X<x) = p, per calcolare la funzione di distribuzione cumulativa inversa è necessario trovare il valore di x, tale che x = $F^{-1}(p)$. Questo valore è relativamente semplice da trovare nel caso delle distribuzioni esponenziale e di Weibull, dal momento le cdf hanno un'espressione in forma chiusa:

- Esponenziale, F(x) = 1 - exp(-x/β)
- Weibull, F(x) = 1-exp(-αx^{β})

(Prima di continuare, accertarsi di eliminare le variabili α e β). Per trovare la cdf inversa per queste due distribuzioni, è sufficiente calcolare la x di queste espressioni, vale a dire, Exponential:



Weibull:



Per le distribuzioni Gamma e Beta le espressioni da risolvere saranno più complicate per la presenza degli integrali, ovvero,

- Gamma, $p = \int_0^x \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \cdot z^{\alpha-1} \cdot \exp(-\frac{z}{\beta}) dz$
- Beta, $p = \int_0^x \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\cdot\Gamma(\beta)} \cdot z^{\alpha-1} \cdot (1-z)^{\beta-1} dz$

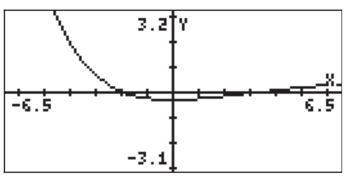
La soluzione numerica con il risolutore numerico non è proponibile a causa del segno di integrale incluso nell'espressione. È tuttavia possibile una soluzione grafica. I dettagli su come trovare la radice di un grafico sono presentati nel Capitolo 12. Per garantire i risultati numerici, modificare l'impostazione CAS in Approx. La funzione da tracciare graficamente per la distribuzione Gamma è

Y(X) = ∫(0,X,z^(α-1)*exp(-z/β)/(β^α*GAMMA(α)),z)-p

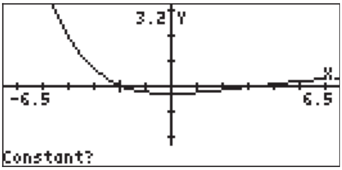
Per la distribuzione Beta, la funzione da tracciare è

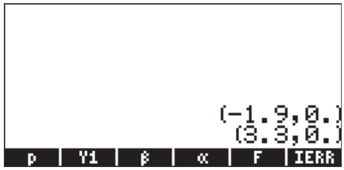
Y(X) =
∫(0,X,z^(α-1)*(1-z)^(β-1)*GAMMA(α+β)/(GAMMA(α)*GAMMA(β)),z)-p

Per rappresentare il grafico, è necessario memorizzare i valori di α, β, e p, prima di provare a generare il grafico. Ad esempio, per α = 2, β = 3 e p = 0.3, il grafico di Y(X) per la distribuzione Gamma viene mostrato in basso. (Notare che, a causa della natura complessa della funzione Y(X), la creazione del grafico richiede tempo. Si prega di attendere).

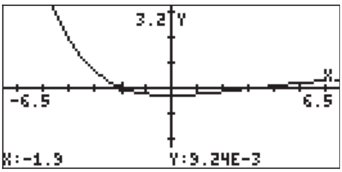


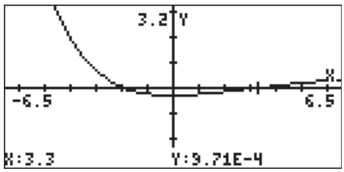
Vi sono due radici per questa funzione, trovate utilizzando la funzione ROOT all'interno dell'ambiente grafico. A causa dell'integrale nell'equazione, la radice è approssimata e non viene mostrata nella schermata del grafico. Si ottiene solo il messaggio Costante? Mostrato nella schermata. Tuttavia, se si preme ENTER in questo punto, la radice approssimata viene visualizzata a display. Le due radici sono mostrate nella figura in basso a destra.



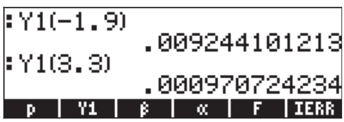


In alternativa, è possibile utilizzare la funzione TRACE (X,Y) per valutare le radici tracciando la curva vicino alle intercette con l'asse x. I due calcoli sono mostrati in basso:





Tali calcoli suggeriscono le soluzioni x = -1.9 e x = 3.3. È possibile verificare queste “soluzioni“ valutando la funzione Y1(X) per X = -1.9 e X = 3.3, ovvero,

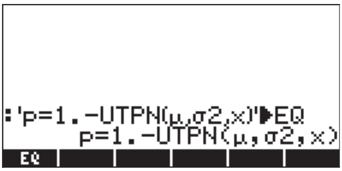


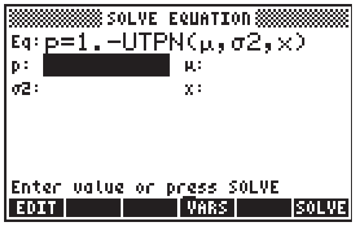
Per le distribuzioni normale, t di Student, Chi-quadrato (χ^2) e F, rappresentante dalle funzioni UTPN, UTPT, UPTC e UTPF nella calcolatrice, la funzione inversa può essere trovata risolvendo una delle seguenti equazioni:

- Normale, p = 1 – UTPN(μ,σ2,x)
- T di Student, p = 1 – UTPT(ν,t)
- Chi-quadrato, p = 1 – UTPC(ν,x)
- Distribuzione F: p = 1 – UTPF(νN,νD,F)

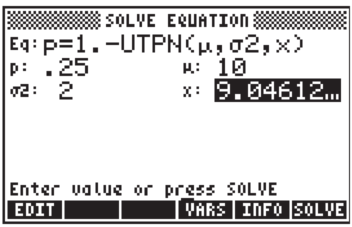
Si noti che il secondo parametro della funzione UTPN è σ2 e non σ^2, che rappresenta la varianza della distribuzione. Inoltre, il simbolo ν (che corrisponde alla lettera greca minuscola no) non è disponibile nella calcolatrice. È possibile utilizzare, ad esempio, γ (gamma) invece di ν. La lettera γ è disponibile nel set di caratteri (CHARS).

Per ottenere il valore di x per una distribuzione normale, con $\mu = 10$, $\sigma^2 = 2$, con p = 0.25, memorizzare l'equazione 'p=1-UTPN(μ,σ2,x)' nella variabile EQ (figura di sinistra presentata di seguito). Aprire quindi il risolutore numerico, per ottenere il modulo di input (figura di destra):



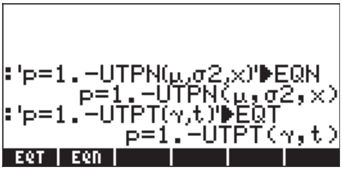


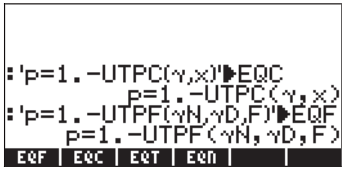
Il passaggio successivo consiste nell'inserire i valori di μ, σ^2 e p, e risolvere per x:



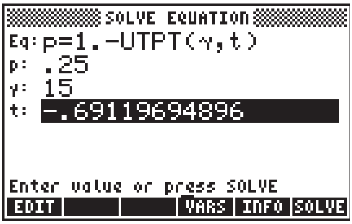
Questo modulo di input può essere usato per risolvere per una qualsiasi delle quattro variabili nell'equazione per la distribuzione normale.

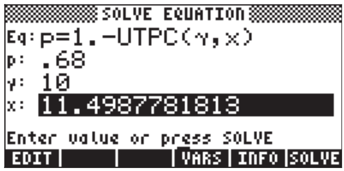
Per facilitare la soluzione di equazioni che comprendono funzioni UTPN, UTPT, UTPC e UTPF, è possibile creare una sottodirectory UTPEQ nella quale memorizzare le equazioni presentate in precedenza:

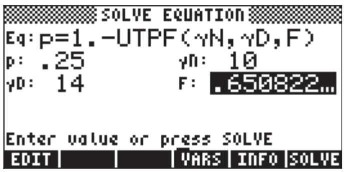




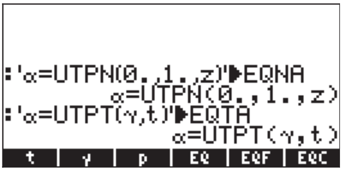
A questo punto saranno disponibili quattro equazioni per la soluzione. È sufficiente caricare una delle equazioni nel campo EQ del risolutore numerico e procedere alla risoluzione per una delle variabili. Gli esempi di UTPT, UTPC e UPTF sono mostrati di seguito:

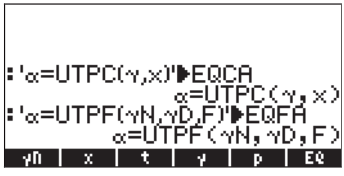




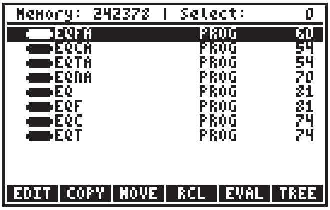


Notare che in tutti gli esempi mostrati in alto, si applica p = P(X<x). In molti problemi di inferenza statistica, provare a trovare il valore di x per il quale P(X>x) = α. Inoltre, per la distribuzione normale, verrà più probabilmente applicata la distribuzione <u>standard normale</u> nella quale μ =0 e σ^2 = 1. La variabile normale standard si riferisce in genere a Z, in modo che il problema da risolvere sarà P(Z>z) = α. Per questi casi di problemi di inferenza statistica, è possibile memorizzare le seguenti equazioni:

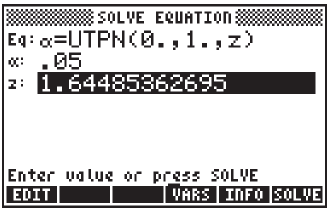


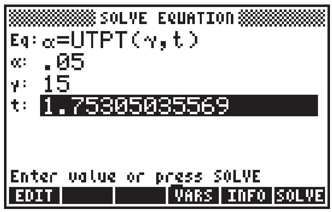


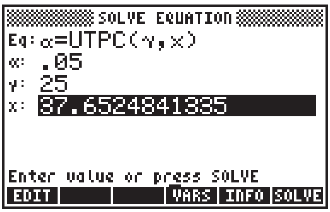
Con queste quattro equazioni, ogni qual volta si lancia il risolutore numerico saranno disponibili le seguenti scelte:

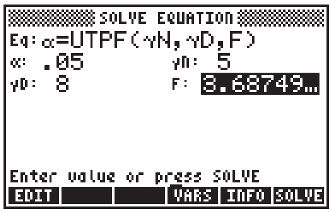


Di seguito sono mostrati gli esempi di soluzione delle equazioni EQNA, EQTA, EQCA e EQFA:







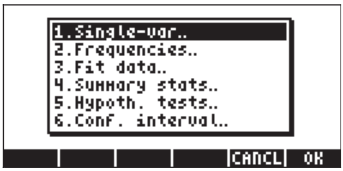


Capitolo 18
Applicazioni statistiche

In questo Capitolo si introdurranno le applicazioni statistiche della calcolatrice, tra le quali: statistiche di un campione, distribuzione di frequenza di dati, regressione semplice, intervalli di confidenza e test delle ipotesi.

Funzioni statistiche preimpostate

La calcolatrice offre funzioni statistiche preimpostate accessibili utilizzando la combinazione di tasti ↱ STAT (stesso tasto del numero 5). Le applicazioni statistiche disponibili sulla calcolatrice sono:



Tali applicazioni sono descritte in dettaglio nel corso di questo Capitolo. Si vedrà innanzitutto come si inseriscono i dati per l'analisi statistica.

Inserimento dei dati

Per l'analisi di un singolo inseieme di dati (campione), è possibile utilizzare le applicazioni numero 1, 2 e 4 dell'elenco di cui sopra. Tutte queste applicazioni richiedono che i dati siano disponibili come colonne della matrice ΣDAT. Perché i dati lo siano, è sufficiente inserirli in colonne utilizzando il Matrix Writer, ↰ MTRW .

Per grandi quantità di punti dati, questa operazione può tuttavia diventare laboriosa. Si può invece decidere di inserire i dati come elenco (vedere Capitolo 8) e convertire l'elenco in un vettore colonna utilizzando il programma CRMC (vedere Capitolo 10). In alternativa, si può inserire il seguente programma per convertire un elenco in un vettore colonna. Digitare il programma in modalità RPN:

« OBJ→ 1 2 →LIST →ARRY »

Memorizzare il programma in una variabile chiamata LXC. Una volta memorizzato questo programma in modalità RPN, lo si potrà usare anche in modalità ALG.

Per memorizzare un vettore colonna nella variabile ΣDAT, utilizzare la funzione STOΣ disponibile nel Catalog (‚ _CAT), es. STOΣ (ANS(1)) in modalità ALG.

Esempio 1 – Utilizzando il programma LXC descritto sopra, creare un vettore colonna sulla base dei dati seguenti: 2.1 1.2 3.1 4.5 2.3 1.1 2.3 1.5 1.6 2.2 1.2 2.5.

In modalità RPG, digitare i dati in un elenco:

{2.1 1.2 3.1 4.5 2.3 1.1 2.3 1.5 1.6 2.2 1.2 2.5 } ENTER LXC

Utilizzare la funzione STOΣ per memorizzare i dati in ΣDAT.

Nota: è inoltre possibile inserire dati statistici avviando un'applicazione di statistica (quale Single-var, Frequencies or Summary stats) e premendo EDIT. In questo modo si avvia il Matrix Writer. Inserire i dati in modo normale; all'uscita dal Matrix Writer, i dati inseriti saranno automaticamente memorizzati in ΣDAT.

Calcoli statistici a variabile singola

Si parta dal presupposto che il singolo insieme di dati è stato memorizzato come vettore colonna nella variabile ΣDAT. Premere ‚ _STAT per accedere ai vari programmi STAT. Premere OK per selezionare **1. Single-var..** (Variabile singola). Apparirà un modulo di input denominato **SINGLE-VARIABLE STATISTICS** (Statistiche a variabile singola), con i dati presenti nella variabile ΣDAT elencati come vettore nel modulo stesso. Essendo presente solo una colonna, il campo **Col:** deve essere preceduto dal valore 1. Il campo **Type** (Tipo) determina se si sta lavorando su un campione o su una popolazione; l'impostazione predefinita è Campione. Spostare il cursore sulla riga orizzontale prima dei campi **Mean**, **Std Dev**, **Variance**, **Total**, **Maximum**, **Minimum** (Media, Dev Std, Varianza, Totale, Massimo, Minimo) premendo il tasto ✓CHK del menu funzione per selezionare le misure che dovranno risultare dal programma. Una volta terminato premere OK. I valori selezionati, correttamente etichettati, verranno inseriti nello schermo della calcolatrice.

Esempio 1 -- Per i dati memorizzati nell'esempio precedente, i risultati della statistica a variabile singola sono i seguenti:

Media: 2.13333333333, Dev Std: 0.964207949406,
Varianza: 0.929696969697
Totale: 25.6, Massimo: 4.5, Minimo: 1.1

Definizioni
Le definizioni utilizzate per queste quantità sono le seguenti:

Si supponga di avere un numero con punti dati x_1, x_2, x_3, …, che rappresentano diverse misurazioni della stessa variabile x continua o discreta. L'insieme di tutti i possibili valori della quantità x è chiamato popolazione di x. Una popolazione finita avrà solo un numero fisso di elementi x_i. Se la quantità x rappresenta la misurazione di una quantità continua e, dal momento che in teoria, una tale quantità può avere un numero infinito di valori, la popolazione di x in questo caso è infinita. Se si seleziona un sottoinsieme di una popolazione, rappresentato dai valori n $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, allora si è selezionato un campione dei valori di x. I campioni sono caratterizzati da un numero di misure o statistiche. Esistono misure di tendenza centrale come media, mediana e moda e misure di dispersione come range, varianza e deviazione standard.

Misure di tendenza centrale
La media (o media aritmetica) del campione $\overline{x}$ è definita come il valore medio degli elementi del campione,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i .$$

Il valore denominato `Total` ottenuto sopra rappresenta la sommatoria dei valori di x, o $\Sigma x_i = n \cdot \overline{x}$. Si tratta del valore fornito dalla calcolatrice con il titolo `Mean` (Media). Altri valori di media utilizzati in alcune applicazioni sono la media geometrica x_g, o la media armonica x_h, definite come segue:

$$x_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdots x_n}, \qquad \frac{1}{x_h} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}.$$

Si veda il Capitolo 8 per esempi di calcolo di queste misure mediante l'utilizzo di elenchi.

La <u>mediana</u> è il valore che divide nel mezzo l'insieme di dati quando gli elementi sono disposti in ordine crescente. Dato un numero dispari, n, di elementi ordinati, la mediana di questo campione è il valore che si trova in posizione (n+1)/2. Dato invece un numero pari, n, di elementi, la mediana è la media degli elementi che si trovano nelle posizioni n/2 e (n+1)/2. Sebbene le funzioni statistiche predefinite della calcolatrice non prevedano il calcolo della mediana, scrivere un programma per calcolarla lavorando con gli elenchi è semplicissimo. Ad esempio, se si vuole calcolare la mediana utilizzando i dati in ΣDAT, digitare il seguente programma in modalità RPN (vedere Capitolo 21 per maggiori informazioni sulla programmazione mediante il Linguaggio User-RPL):

« → nC « RCLΣ DUP SIZE 2 GET IF 1 > THEN nC COL– SWAP DROP OBJ→ 1 + →ARRY END OBJ→ OBJ→ DROP DROP DUP → n « →LIST SORT IF 'n MOD 2 == 0' THEN DUP 'n/2' EVAL GET SWAP '(n+1)/2' EVAL GET + 2 / ELSE '(n+1)/2' EVAL GET END "Median" →TAG » » »

Memorizzare questo programma con il nome MED. Si osservi di seguito un esempio di applicazione di questo programma.

<u>Esempio 2</u> – Per utilizzare il programma è necessario preparare prima la matrice ΣDAT. Successivamente digitare il numero della colonna della quale si vuole trovare la mediana in ΣDAT e premere MED. Per i dati memorizzati attualmente in ΣDAT (digitati per un esempio precedente), utilizzare il programma MED per visualizzare la `Median: 2.15`.

La <u>moda</u> di un campione è più facilmente determinabile per mezzo di istogrammi quindi la sua definizione sarà analizzata in una sezione successiva.

Misure di dispersione

La <u>varianza</u> (Var) del campione è definita come $s_x^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$.

La <u>deviazione standard</u> (Std Dev) del campione è semplicemente la radice quadrata della varianza, ovvero s_x.

Il range del campione è la differenza tra il valore massimo e il valore minimo del campione stesso. Poiché i valori massimo e minimo di un campione sono tra le funzioni statistiche predefinite della calcolatrice, calcolare il range è molto semplice.

Coefficiente di variazione

Il coefficiente di variazione di un campione combina la media - misura a tendenza centrale - con la deviazione standard - misura di dispersione - ed è definito in percentuale da: $V_x = (s_x/ \bar{x})100$.

Campione vs. popolazione

Le funzioni predefinite per statistiche a variabile singola utilizzate in precedenza possono essere applicate a una popolazione finita selezionando il `Type: Population` nella schermata `SINGLE-VARIABLE STATISTICS`. La differenza principale sta nei valori della varianza e della deviazione standard che sono calcolati utilizzando n piuttosto che (n-1) nel denominatore della varianza.

Esempio 3 -- Se si ripete l'esercizio dell'Esempio 1 di questa sezione utilizzando `Population` anzichè `Sample` as the `Type` si otterranno gli stessi valori per media, totale, massimo e minimo. La varianza e la deviazione standard saranno invece date da: Varianza: 0.852, Dev Std: 0.923.

Come ottenere distribuzioni di frequenza

L'applicazione **2. Frequencies..** (Frequenze) nel menu STAT può essere utilizzata per ottenere distribuzioni di frequenza per un insieme di dati. Ancora una volta i dati devono essere presenti sotto forma di un vettore colonna memorizzato nella variabile ΣDAT. Per iniziare premere → STAT ▼ OK. Il modulo di input che apparirà prevede i seguenti campi:

ΣDAT:	matrice contenente i dati in questione.
Col:	colonna di ΣDAT che è sotto esame.
X-Min:	limite di classe minimo (predefinito = -6.5).
Bin Count:	numero di classi (predefinito = 13).
Bin Width:	ampiezza uniforme di ogni classe (predefinita = 1).

Definizioni
Per comprendere il significato di questi parametri si vedano le seguenti definizioni: dato un insieme di n valori di dati: $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ elencati in ordine casuale, viene spesso richiesto di raggruppare questi dati in serie di classi contando la frequenza o il numero di valori corrispondenti a ogni classe. (Nota: la calcolatrice indica le classi con bin).

Si supponga che le classi, o bin, siano selezionate dividendo l'intervallo (x_{bot}, x_{top}), in k = classi Bin Count selezionando un numero di limiti di classe, ovvero, $\{xB_1, xB_2, \ldots, xB_{k+1}\}$, in modo che il numero di classe 1 sia limitato da xB_1-xB_2, il numero 2 da xB_2 - xB_3 e così via. L'ultima classe, numero di classe k, sarà limitata da xB_k - xB_{k+1}.

Il valore di x corrispondente al centro di ogni classe è detto centro di classe ed è definito come $xM_i = (xB_i + xB_{i+1})/2$, per i = 1, 2, …, k.

Se le classi sono scelte in modo che le loro dimensioni siano le stesse, allora si può definire la dimensione della classe come il valore Bin Width (Ampiezza classe) = $\Delta x = (x_{max} - x_{min}) / k$,

e i limiti di classe possono essere calcolati come $xB_i = x_{bot} + (i - 1) * \Delta x$.

Qualsiasi punto dati x_j, j = 1, 2, …, n, appartiene alla classe i-esima se $xB_i \leq x_j < xB_{i+1}$

L'applicazione **2. Frequencies..** nel menu STAT eseguirà questo conteggio delle frequenze e terrà traccia di quei valori che potrebbero essere al di sotto del limite di classe minimo e al di sopra del limite di classe massimo (ovvero i cosiddetti outlier).

Esempio 1 -- Per meglio illustrare come si ottengono le distribuzioni di frequenza si creerà un insieme di dati relativamente grande, ad esempio 200 punti, utilizzando quanto segue:

- Innanzitutto avviare il generatore casuale di numeri utilizzando: RDZ(25) in modalità ALG, oppure 25 ENTER RDZ in modalità RPN (vedere Capitolo 17).
- Digitare il seguente programma in modalità RPN:

  « → n « 1 n FOR j RAND 100 * 2 RND NEXT n →LIST » »

  e memorizzarlo con il nome RDLIST (Generatore di elenchi di numeri RanDom).

• Creare l'elenco di 200 numeri utilizzando RDLIST(200) in modalità ALG, oppure 200 ENTER RDLIST in modalità RPN.
• Utilizzare il programma LXC (vedere sopra) per convertire l'elenco appena creato in un vettore colonna.
• Memorizzare il vettore colonna in ΣDAT utilizzando la funzione STOΣ.
• Ricavare informazioni a variabile singola utilizzando: ↱ STAT OK. Utilizzare Sample (Campione) come tipo di insieme di dati e selezionare tutte le opzioni come risultato. I risultati di questo esempio sono:

Media: 51.0406, Dev Std: 29.5893…, Varianza: 875.529…
Totale: 10208.12, Massimo: 99.35, Minimo: 0.13

Queste informazioni indicano che i dati considerati variano da valori prossimi allo zero a valori prossimi a 100. Lavorando con numeri interi si può selezionare un range di variazione dei dati come (0,100). Per ottenere una distribuzione di frequenza si utilizzerà l'intervallo (10,90) dividendolo in 8 bin ciascuno di ampiezza 10.

• Selezionare il programma **2. Frequencies..** utilizzando ↱ STAT ▼ OK. I dati sono già caricati in ΣDAT e l'opzione Col deve mantenere il valore 1 dal momento che in ΣDAT è presente una sola colonna.
• Impostare X-Min su 10, Bin Count su 8 e Bin Width su 10 e premere OK.

Utilizzando la modalità RPN, i risultati appariranno nello stack come un vettore colonna nel livello di stack 2 e come un vettore riga di due componenti nel livello di stack 1. Il vettore nel livello di stack 1 è il numero di valori anomali all'esterno dell'intervallo utilizzato per il conteggio delle frequenze. In questo caso, si ottengono i valori [25. 22.], che indicano che nel vettore ΣDAT sono presenti 25 valori inferiori a 10 e 22 valori superiori a 90.

• Press ◄ per eliminare il vettore dei valori anomali dallo stack. Il risultato ottenuto è il conteggio delle frequenze di dati, che può essere convertito in una tabella come mostrato di seguito.

Questa tabella è stata realizzata con le informazioni utilizzate per creare la distribuzione di frequenza, sebbene l'unica colonna restituita dalla calcolatrice sia la colonna della Frequenza (f_i). I numeri e i limiti delle classi si calcolano facilmente per classi (o bin) di dimensioni uniformi e il centro di classe è semplicemente la media dei limiti di classe per ogni classe. Alla fine, la frequenza cumulativa è ottenuta aggiungendo a ogni valore nell'ultima colonna, a eccezione della prima, la frequenza della riga successiva e sostituendo il risultato nell'ultima colonna della riga successiva. Quindi, per la seconda classe, la frequenza cumulativa è 18+15=33, mentre per la classe numero 3, è 33+16=49 e così via. La frequenza cumulativa rappresenta la frequenza di quei numeri che sono minori o uguali al limite superiore di ogni classe data.

N. classe	Limite classe		Valore centrale.	Frequenza	Frequenza
i	XB_i	XB_{i+1}	Xm_i	f_i	cumulativa
$< XB_1$	valore anomalo	inferiori al range		25	
1	10	20	15	18	18
2	20	30	25	14	32
3	30	40	35	17	49
4	40	50	45	17	66
5	50	60	55	22	88
6	60	70	65	22	110
7	70	80	75	24	134
k = 8	80	90	85	19	153
$>XB_k$	valore anomalo	superiori al range		22	

Dato il vettore (colonna) delle frequenze generate dalla calcolatrice, è possibile ottenere un vettore di frequenza cumulativa utilizzando il seguente programma in modalità RPN:

« DUP SIZE 1 GET → freq k « {k 1} 0 CON → cfreq « ‘freq(1,1)’ EVAL ‘cfreq(1,1)’ STO 2 k FOR j ‘cfreq(j-1,1) +freq(j,1)’ EVAL ‘cfreq (j,1)’ STO NEXT cfreq » » »

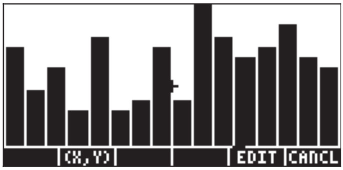
Salvarlo con il nome CFREQ. Utilizzare questo programma per generare l’elenco di frequenze cumulative (premere CFREQ con il vettore colonna delle frequenze nello stack). Il risultato per questo esempio è un vettore colonna che rappresenta l’ultima colonna della tabella precedente.

Istogrammi

Un istogramma è un diagramma a barre che indica il conteggio delle frequenze mediante l’altezza delle barre e i limiti di classe alla base delle barre stesse. Avendo nella variabile ΣDAT i dati grezzi (ovvero i dati originali prima del conteggio delle frequenze), è possibile creare l’istogramma selezionando ΣDAT, you can select `Histogram` (Istogramma) come tipo di grafico e fornendo informazioni in merito al valore iniziale di x, al numero e all’ampiezza dei bin. In alternativa, è possibile generare il vettore colonna contenente il conteggio delle frequenze, come nell’esempio precedente, memorizzare il vettore in ΣDAT e selezionare `Barplot` (Diagramma a barre) come tipo di grafico. Nell’esempio che segue, si vedrà come generare un istogramma utilizzando il primo metodo.

Esempio 1 – Utilizzando i 200 punti dati generati nell'esempio precedente (memorizzati come vettore colonna in ΣDAT), creare un istogramma dei dati inserendo X-Min = 10, Bin Count = 16, e Bin Width = 5.

- Per prima cosa premere ← 2D/3D (contemporaneamente, se in modalità RPN) per entrare nella schermata PLOT SETUP (Configurazione grafico). In questa schermata modificare il parametro Type: selezionando Istogramma e assicurarsi che l’opzione Col: 1 sia selezionata. Quindi premere NXT OK.
- Successivamente premere ← WIN (contemporaneamente, se in modalità RPN) per entrare nella schermata PLOT WINDOW – HISTOGRAM (Finestra del grafico - istogramma). A questo punto modificare il valore in H-View(Vista orizzontale): 10 90, V-View (Vista verticale): 0 15, Bar Width: 5.
- Premere ERASE DRAW per creare il seguente istogramma:



- Premere CANCL per tornare alla schermata precedente. Impostare nuovamente V-View e Bar Width come segue: V-View: 0 30, Bar Width: 10. Il nuovo istogramma, basato sullo stesso set di dati, apparirà ora come segue:

Un grafico della frequenza f_i, vs. centro di classe, xM_i, è noto come poligono di frequenza. Un graifco della frequenza cumulativa vs. i limiti superiori è noto come curva della frequenza cumulativa. È possibile produrre diagrammi di dispersione che simulino questi due grafici digitando i dati corretti nelle colonne 1 e 2 di una nuova matrice ΣDAT e selezionando come `Type`: to `SCATTER` (dispersione) nella finestra PLOT SETUP.

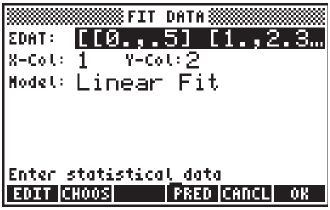
Interpolazione di dati con una funzione y = f(x)

Il programma **3. Fit data..** (Interpolazione dati), disponibile come terza opzione nel menu STAT, può essere utilizzato per interpolare funzioni di potenza, lineari, logaritmiche ed esponenziali con insiemi di dati (x,y), memorizzati nelle colonne della matrice ΣDAT. Perchè questo programma sia efficace, è necessario che esistano almeno due colonne nella variabile ΣDAT.

Esempio 1 – Interpolare una relazione lineare con i dati indicati nella tabella sottostante:

x	0	1	2	3	4	5
y	0.5	2.3	3.6	6.7	7.2	11

- Per prima cosa digitare le due righe di dati nella colonna della variabile ΣDAT usando il Matrix Writer e la funzione STOΣ.
- Per accedere al programma **3. Fit data..** utilizzare i seguenti tasti: ↱ STAT ▼ ▼ OK Il modulo di input mostrerà la ΣDAT corrente, già caricata. Se necessario, modificare la schermata di configurazione con i seguenti parametri per un'interpolazione lineare:



- Per ottenere l'interpolazione dei dati, premere OK. Il risultato dato da questo programma, mostrato di seguito per uno specifico insieme di dati, è formato dalle seguenti tre righe in modalità RPN:

3: '0.195238095238 + 2.00857142857*X'
2: Correlazione: 0.983781424465
1: Covarianza: 7.03

Il livello 3 mostra la forma dell'equazione. In questo caso, y = 0.06924 + 0.00383 x.
Il livello 2 mostra il coefficiente di correlazione del campione e il livello 1 la covarianza di x-y.

Definizioni
Per un campione di punti dati (x,y), la covarianza del campione si definisce come

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Il coefficiente di correlazione del campione per x,y è definito come

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}.$$

Dove s_x, s_y sono le deviazioni standard rispettivamente di x e y, ovvero

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \qquad s_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2$$

I valori s_{xy} e r_{xy} sono rispettivamente la "Covarianza" e la "Correlazione" ottenute usando la funzione "Fit data" della calcolatrice.

Relazioni linearizzate

Molte relazioni curvilinee vengono "appianate" fino a raggiungere una forma lineare. Ad esempio, i diversi modelli forniti dalla calcolatrice per l'interpolazione di dati possono essere linearizzati come mostrato nella tabella sottostante.

Tipo di Interpolazione	Modello reale	Modello linearizzato	Variabile indipend. ξ	Variabile dipend. η	Covar. $s_{\xi\eta}$
Lineare	y = a + bx	[uguale]	x	y	s_{xy}
Log.	y = a + b ln(x)	[uguale]	ln(x)	y	$s_{\ln(x),y}$
Exp.	$y = a\ e^{bx}$	ln(y) = ln(a) + bx	x	ln(y)	$s_{x,\ln(y)}$
Potenza	$y = a\ x^b$	ln(y) = ln(a) + b ln(x)	ln(x)	ln(y)	$s_{\ln(x),\ln(y)}$

La covarianza del campione di ξ,η è data da $s_{\xi\eta} = \frac{1}{n-1}\sum(\xi_i - \overline{\xi})(\eta_i - \overline{\eta})$

Inoltre, le varianze del campione di ξ e η, si definiscono rispettivamente come

$$s_\xi^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\xi_i - \overline{\xi})^2 \qquad s_\eta^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\eta_i - \overline{\eta})^2$$

Il coefficiente di correlazione del campione $r_{\xi\eta}$ è $r_{\xi\eta} = \frac{s_{\xi\eta}}{s_\xi \cdot s_\eta}$

La forma generale dell'equazione di regressione è $\eta = A + B\xi$.

Interpolazione di dati ottimizzata
La calcolatrice può determinare quale delle proprie relazioni lineari o linearizzate offre la migliore interpolazione per un insieme di punti dati (x,y). L'utilizzo di questa funzione sarà illustrato con un esempio. Si supponga di voler trovare quale delle funzioni di interpolazione dati fornisca la migliore interpolazione per i dati seguenti:

x	0.2	0.5	1	1.5	2	4	5	10
y	3.16	2.73	2.12	1.65	1.29	0.47	0.29	0.01

Per prima cosa inserire i dati sotto forma di matrice utilizzando il Matrix Writer e digitando i dati, oppure digitando due elenchi di dati che corrispondono a x e y e utilizzando il programma CRMC presentato al Capitolo 10. Successivamente, salvare questa matrice nella matrice statistica ΣDAT utilizzando la funzione STOΣ.

In ultimo avviare l'applicazione di interpolazione dati utilizzando: STAT OK. Il display mostrerà la ΣDAT corrente, già caricata. Se necessario modificare la schermata di configurazione con i seguenti parametri:

Premere OK per ottenere:

3: '3.99504833324*EXP(-.579206831203*X)'
2: Correlation: -0.996624999526
1: Covariance: -6.23350666124

L'interpolazione migliore per i dati è quindi $y = 3.995\ e^{-0.58 \cdot x}$.

Come ottenere statistiche riepilogative supplementari

The application **4. Summary stats..** (Statistiche riepilogative) nel menu STAT può essere utile in alcuni calcoli di statistica. Per iniziare premere STAT ancora una volta, selezionare la quarta opzione usando il tasto freccia giù e premere OK. Il modulo di input che apparirà presenta i seguenti campi:

ΣDAT: matrice contenente i dati interessati.

X-Col, Y-Col: queste opzioni si applicano solo quando nella matrice ΣDAT sono presenti più di due colonne. Per impostazioni predefinite, la colonna x è la numero 1, mentre y è la numero 2.

_ΣX _ ΣY…: statistiche riepilogative che si possono scegliere come risultato di questo programma verificando il campo corretto mediante [✓CHK] quando quel campo è selezionato.

Molte di queste statistiche riepilogative sono utilizzate per calcolare statistiche a due variabili (x,y) che possono essere messe in relazione tramite una funzione y = f(x). Per questo motivo, questo programma può essere abbinato al programma **3. Fit data..**

Esempio 1 – Per i dati x-y attualmente presenti in ΣDAT, ricavare tutte le statistiche riepilogative.

- Per accedere all'opzione **summary stats…** utilizzare: ↱ STAT ▼ ▼ ▼ OK
- Selezionare i numeri di colonna corrispondenti ai dati x- e y-, ovvero X-Col: 1 e Y-Col: 2.
- Utilizzando il tasto ✓CHK selezionare tutte le opzioni per i risultati, ovvero _ΣX, _ΣY, etc.
- Premere OK per ottenere i seguenti risultati:

ΣX: 24.2, ΣY: 11.72, ΣX2: 148.54, ΣY2: 26.6246, ΣXY: 12.602, NΣ:8

Nota: nel menu STAT sono presenti due ulteriori applicazioni, cioè **5. Hypth. tests..** (Test delle ipotesi) e **6. Conf. Interval..** (Intervallo di confidenza) che verranno discusse più avanti nel Capitolo.

Calcolo dei percentili

I percentili sono misure che dividono un insieme di dati in 100 parti. Il procedimento base per calcolare il percentile 100·p-esimo (0 < p < 1) in un campione di misura n è il seguente:

1. Ordinare le osservazioni n dalla più piccola alla più grande.
2. Determinare il prodotto n·p
   A. Se n·p non è un numero intero, arrotondarlo al numero intero più vicino e trovare il corrispondente valore ordinato.

B. Se n·p è un intero, ad esempio k, calcolare la media delle osservazioni ordinate k-esima e (k-1) –esima.

Nota: regola di arrotondamento, dato un numero non intero x.yz…, se y ≥ 5, arrotondare a x+1; se y < 5, arrotondare a x.

Questo algoritmo può essere utilizzato nel seguente programma digitato in modalità RPN (per informazioni sulla programmazione vedere Capitolo 21):

« SORT DUP SIZE → p X n « n p * → k « IF k CEIL k FLOOR - NOT THEN X k GET X k 1 + GET + 2 / ELSE k 0 RND X SWAP GET END » » »

che sarà memorizzato nella variabile %TILE (percent-tile). Questo programma richiede come imput un valore p compreso tra 0 e 1, che rappresenti il percentile 100p e un elenco di valori. Il programma restituisce il percentile 100p dell'elenco.

Esempio 1 - Determinare il percentile 27% dell'elenco {2 1 0 1 3 5 1 2 3 6 7 9}. In modalità RPN, digitare 0.27 ENTER { 2 1 0 1 3 5 1 2 3 6 7 9} ENTER %TILE. In modalità ALG, digitare %TILE(0.27,{2,1,0,1,3,5,1,2,3,6,7,9}. Il risultato è 1.

Menu funzione STAT

Tutte le funzioni statistiche preimpostate descritte sopra sono accessibili attraverso il menu funzione STAT. Il menu funzione STAT è accessibile in modalità RPN attraverso il comando: 96 MENU

È possibile creare un proprio programma, ad esempio STATm, per attivare direttamente il menu funzione STAT. Il contenuto di questo programma è semplicemente: « 96 MENU ».

Il menu funzione STAT prevede le seguenti funzioni:

Premendo il tasto corrispondente a uno qualsiasi di questi menu si accede a diverse funzioni come descritto di seguito.

Sottomenu DATA

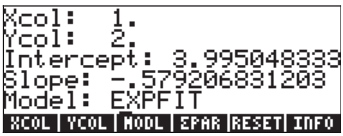
Il sottomenu DATA contiene funzioni utilizzate per manipolare la matrice statistica ΣDATA:

Per eseguire queste funzioni procedere come indicato di seguito:

Σ+ : aggiunge una riga nel livello 1 alla fine della matrice ΣDATA.
Σ- : rimuove l'ultima riga nella matrice ΣDATA e posizionarla nel livello 1 dello stack. La matrice ΣDATA modificata resta in memoria.
CLΣ : cancella la matrice ΣDATA corrente.
ΣDAT: inserisce il contenuto della matrice ΣDATA corrente nel livello 1 dello stack.
⬅ ΣDAT: memorizza la matrice all'interno del livello 1 dello stack nella matrice ΣDATA.

Sottomenu ΣPAR

Il sottomenu ΣPAR contiene funzioni utilizzate per modificare i parametri statistici. I parametri visualizzati corrispondono all'ultimo esempio di interpolazione dei dati.



I parametri visualizzati sul display sono i seguenti:

Xcol: indica la colonna di ΣDATA che rappresenta x (valore predefinito: 1)
Ycol: indica la colonna di ΣDATA che rappresenta y (valore predefinito: 2)
Intercept: indica l'intersezione del più recente interpolazione dei dati (valore predefinito: 0)
Slope: indica la pendenza del più recente interpolazione dei dati (valore predefinito: 0)
Model: indica il modello corrente di interpolazione dei dati (valore predefinito: LINFIT)

Le funzioni abbinate ai tasti funzione del menu agiscono come indicato di seguito:
XCOL: inserito come n XCOL, cambia Xcol in n.
YCOL: inserito come n YCOL, cambia Ycol in n.

ΣPAR: visualizza i parametri statistici.
RESET: ripristina i parametri a valori predefiniti
INFO: visualizza i parametri statistici

Sottomenu MODL all'interno di ΣPAR
Questo sottomenu contiene funzioni che consentono di modificare il modello di interpolazione dei dati in LINFIT, LOGFIT, EXPFIT, PWRFIT o BESTFIT premendo il pulsante corrispondente.

Sottomenu IVAR

Il sottomenu 1VAR contiene funzioni utilizzate per calcolare statistiche di colonne presenti nella matrice ΣDATA.

Le funzioni disponibili sono le seguenti:

TOT: visualizza la somma di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
MEAN: visualizza la media di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
SDEV: visualizza la deviazione standard di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
MAXΣ: visualizza il valore massimo di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
MINΣ: visualizza la media di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
BINS: utilizzato come x_s, Δx, n [BINS] fornisce la distribuzione di frequenza dei dati nella colonna Xcol nella matrice ΣDATA con classi di frequenza definite come $[x_s, x_s+\Delta x]$, $[x_s, x_s+2\Delta x]$,…, $[x_s, x_s+n\Delta x]$.
VAR: visualizza la varianza di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
PSDEV: visualizza la deviazione standard della popolazione (basata su n piuttosto che su on (n-1)) di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
PVAR: visualizza la varianza della popolazione di ogni colonna nella matrice ΣDATA.
MINΣ: visualizza la media di ogni colonna nella matrice ΣDATA.

Sottomenu PLOT

Il sottomenu PLOT (Grafico) contiene le funzioni utilizzate per generare i grafici in base ai dati della matrice ΣDATA.

Le funzioni sono le seguenti:

BARPL: visualizza un diagramma a barre con i dati presenti nella colonna Xcol della matrice ΣDATA.
HISTP: visualizza un istogramma dei dati presenti nella colonna Xcol della matrice ΣDATA, utilizzando la larghezza predefinita corrispondente a 13 classi a meno che la dimensione della classe non venga modifica utilizzando la funzione BINS nel sotto menu 1VAR (vedere sopra).
SCATR: visualizza un diagramma di dispersione dei dati presenti nella colonna Ycol della matrice ΣDATA vs. i dati presenti nella colonna Xcol della matrice ΣDATA. L'fequazione interpolata verrà memorizzata nella variabile EQ.

Sottomenu FIT

Il sottomenu FIT contiene le funzioni utilizzate per interpolare le equazioni ai dati presenti nelle colonne Xcol e Ycol della matrice ΣDATA.

Le funzioni disponibili in questo sottomenu sono le seguenti:

ΣLINE: fornisce l’fequazione corrispondente all’finterpolazione più recente.
LR: fornisce l’intersezione e la pendenza dell’interpolazionepiù recente.
PREDX: utilizzato come y , dato y trova x per l’interpolazione di y = f(x).
PREDY: utilizzato come x , dato x trova y per l’interpolazione di y = f(x).
CORR: fornisce il coefficiente di correlazione per l’interpolazione più recente.
COV: fornisce la covarianza campionaria per l’interpolazione più recente.
PCOV: visualizza la covarianza della popolazione per l’interpolazione più recente.

Sottomenu SUMS

Il sottomenu SUMS contiene le funzioni utilizzate per ottenere la statistica riepilogativa dei dati presenti nelle colonne Xcol e Ycol della matrice ΣDATA.

ΣX : fornisce la somma dei valori presenti nella colonna Xcol.
ΣY : fornisce la somma dei valori presenti nella colonna Ycol.

ΣX^2 : fornisce la somma dei quadrati dei valori presenti nella colonna Xcol.
ΣY^2 : fornisce la somma dei quadrati dei valori presenti nella colonna Ycol.
ΣX*Y: fornisce la somma di x·y, vale a dire i prodotti dei dati presenti nelle colonne Xcol e Ycol.
NΣ : indica il numero di colonne presenti nella matrice ΣDATA.

Esempio di operazioni eseguibili dal menu STAT

Utilizzare ΣDATA come matrice indicate alla pagina seguente.

- Inserire la matrice nel livello 1 dello stack utilizzando il Matrix Writer.
- Per memorizzare la matrice in ΣDATA, utilizzare: DATA ← ΣDAT
- Calcolare la statistica di ogni colonna: STAT 1VAR:

TOT	visualizza [38.5 87.5 82799.8]
MEAN	visualizza [5.5. 12.5 11828.54…]
SDEV	visualizza [3.39… 6.78… 21097.01…]
MAXΣ	visualizza [10 21.5 55066]
MINΣ	visualizza [1.1 3.7 7.8]
NXT VAR	visualizza [11.52 46.08 445084146.33]
PSDEV	visualizza [3.142… 6.284… 19532.04…]
PVAR	visualizza [9.87… 39.49… 381500696.85…]

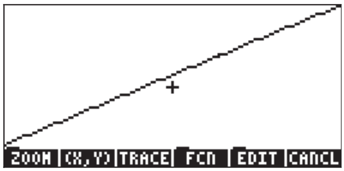
- Dati:

$$\begin{bmatrix} 1.1 & 3.7 & 7.8 \\ 3.7 & 8.9 & 101 \\ 2.2 & 5.9 & 25 \\ 5.5 & 12.5 & 612 \\ 6.8 & 15.1 & 2245 \\ 9.2 & 19.9 & 24743 \\ 10.0 & 21.5 & 55066 \end{bmatrix}$$

- Crea un diagramma di dispersione dei dati nelle colonne 1 e 2 ed esegue l'interpolazione di una retta:

STAT ΣPAR RESET	ripristina i parametri statistici

NXT STAT PLOT SCATR	visualizza un diagramma di dispersione
STATL	disegna l'interpolazione dei dati come una retta



CANCL	torna al display principale

- Determina l'equazione di interpolazione e alcune delle sue statistiche:

STAT FIT ΣLINE	visualizza `'1.5+2*X'`
LR	visualizza `Intercept: 1.5, Slope: 2`
3 PREDX	visualizza 0.75
1 PREDY	visualizza 3. 50
CORR	visualizza 1.0
COV	visualizza 23.04
NXT PCOV	visualizza 19.74…

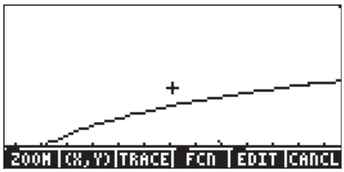
- Ottiene la statistica riassuntiva dei dati presenti nelle colonne 1 e 2: STAT SUMS:

ΣX	visualizza 38.5
ΣY	visualizza 87.5
ΣX2	visualizza 280.87
ΣY2	visualizza 1370.23
ΣXY	visualizza 619.49
NΣ	visualizza 7

- Adatta i dati utilizzando le colonne 1 (x) e 3 (y) mediante un'interpolazione logaritmica:

NXT STAT ΣPAR 3 YCOL selezionare Ycol = 3 e
MODL LOGFIT selezionare Model = Logfit

NXT STAT PLOT SCATR visualizza un diagramma di dispersione di y vs. x
STATL visualizza la riga per l'interpolazione logaritmica



Naturalmente, l'interpolazione logaritmica non è una buona scelta.
CANCL torna al display normale.

- Seleziona l'interpolazione ottimale utilizzando:
STAT ΣPAR MODL BESTF visualizza EXPFIT come interpolazione ottimale per questi dati

NXT STAT FIT ΣLINE visualizza '2.6545*EXP(0.9927*X)'
CORR visualizza 0.99995… (good correlation)
2300 PREDX visualizza 6.8139
5.2 PREDY visualizza 463.33

NXT STAT PLOT SCATR — visualizza un diagramma di dispersione di y vs. x

STATL — visualizza la riga per l'interpolazione logaritmica

- Per ritornare al menu STAT premere: NXT STAT
- Per riaprire il menu variabili utilizzare: VAR.

Intervalli di confidenza

L'inferenza statistica è il processo per dedurre le caratteristiche di una popolazione in base alle informazioni rilevate attraverso i dati del campione. Perché i dati statistici siano significativi, il campione deve essere casuale, ossia, la selezione di un particolare campione deve avere la stessa probabilità di ogni altro possibile campione relativo ad una data popolazione. A seguire alcuni termini relativi al concetto di campionamento casuale:

- Popolazione: raccolta di tutte le osservazioni possibili relative a un processo o attributo di un componente.
- Campione: sottoinsieme di una popolazione.
- Campione casuale: un campione rappresentativo della popolazione.
- Variabile casuale: funzione a valori reali definita sulla base di uno spazio campionario. Può essere discreta o continua.

  Se la popolazione segue una certa distribuzione di probabilità che dipende da un parametro θ, può essere utilizzato un campione casuale di osservazioni (X_1,X_2,X_3,..., X_n), di dimensioni n, per calcolare θ.

- Distribuzione campionaria: la distribuzione di probabilità congiunta di X_1,X_2,X_3,... , X_n.
- Una statistica: qualsiasi funzione quantificabile delle osservazioni che non contenga parametri non noti. Una statistica è una variabile casuale che fornisce degli strumenti di stima.

- Stima puntuale: quando è fornito un singolo valore del parametro θ.
- Intervallo di confidenza: un intervallo numerico che contiene il parametro θ ad un dato livello di probabilità.
- Stimatore: regola o metodo di stima del parametro θ.
- Stima: valore prodotto dallo stimatore in una particolare applicazione.

Esempio 1 -- Supponiamo che X rappresenti il tempo (ore) richiesto per il completamento di uno specifico processo produttivo. Dati i seguenti campioni di valori di X: 2.2 2.5 2.1 2.3 2.2. La popolazione da cui è stato prelevato il campione è una raccolta di tutti i possibili valori del tempo del processo, quindi è una popolazione infinita. Supponiamo che il parametro della popolazione che si vuole stimare sia il suo valore medio, μ. Utilizzeremo come stimatore il valore medio del campione, $\overline{X}$, definito da (una regola):

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i .$$

Per il campione considerato la stima di μ è la statistica del campione $\overline{x}$ = (2.2+2.5+2.1+2.3+2.2)/5 = 2.26. Il singolo valore di $\overline{X}$, cioè $\overline{x}$ = 2.26, costituisce una stima puntuale del parametro μ della popolazione.

Stima degli intervalli di confidenza

Il successivo livello di inferenza dalla stima puntuale è la stima dell'intervallo, ad esempio, invece di ottenere un singolo valore di un stimatore, sono fornite due statistiche, a e b, che definiscono un intervallo contenente il parametro θ con un certo livello di probabilità. I punti che delimitano l'intervallo sono conosciuti come limiti di confidenza e l'intervallo (a,b) è noto come intervallo di confidenza.

Definizioni

Si considerino (C_l,C_u) un intervallo di confidenza contenente un parametro non noto θ.

- Il livello o coefficiente di confidenza è la quantità (1-α), dove $0 < \alpha < 1$, tale che $P[C_l < \theta < C_u] = 1 - \alpha$, dove P[ ] rappresenta una probabilità (vedere Capitolo 17). La precedente espressione definisce i cosiddetti limiti di confidenza a due code.
- Un intervallo di confidenza a una coda inferiore è definito da $Pr[C_l < \theta] = 1 - \alpha$.

- Un intervallo di confidenza a una coda superiore è definito da $\Pr[\theta < C_u] = 1 - \alpha$.
- Il parametro α è noto come livello di significatività. I valori tipici di α sono 0.01, 0.05, 0.1, che corrispondono rispettivamente ai livelli di confidenza di 0.99, 0.95 e 0.90.

Intervalli di confidenza della media della popolazione quando la varianza della popolazione è nota

Si consideri $\bar{X}$ la media di un campione casuale di dimensione n, basata su una popolazione infinita con una deviazione standard nota σ. L'intervallo di confidenza a due code centrale 100(1-α) % [ossia, 99%, 95%, 90%, ecc.], per la media della popolazione μ è ($\bar{X}-z_{\alpha/2}\cdot\sigma/\sqrt{n}$, $\bar{X}+z_{\alpha/2}\cdot\sigma/\sqrt{n}$), dove $z_{\alpha/2}$ una normale variabile casuale standard che viene superata con una probabilità di α /2. L'errore standard della media campionaria $\bar{X}$ è $\cdot\sigma/\sqrt{n}$.

I limiti di confidenza a una coda superiori e inferiori 100(1-α) % per la media della popolazione μ sono rispettivamente $X+z_{\alpha}\cdot\sigma/\sqrt{n}$ e $\bar{X}-z_{\alpha}\cdot\sigma/\sqrt{n}$. Sebbene un intervallo di confidenza inferiore a una coda sia definito ($-\infty$, $X+z_{\alpha}\cdot\sigma/\sqrt{n}$), e un intervallo di confidenza superiore a una coda come ($X-z_{\alpha}\cdot\sigma/\sqrt{n},+\infty$). Notare che negli ultimi due intervalli si è utilizzato il valore z_{α}, invece di $z_{\alpha/2}$.

In generale, il valore z_k nella normale distribuzione standard è definito come il valore di z la cui probabilità di superamento è k, ossia, $\Pr[Z>z_k] = k$, o $\Pr[Z<z_k] = 1 - k$. Per la normale distribuzione vedere Capitolo 17.

Intervalli di confidenza della media della popolazione quando la varianza di popolazione non è nota

Considerare, rispettivamente, $\bar{X}$ e S come la media e la deviazione standard di un campione casuale di dimensione n, prelevato da una popolazione infinita, che segue la normale distribuzione, con una deviazione standard non nota σ. L'intervallo di confidenza a due code centrale 100$\cdot$(1–α) % [ossia, 99%, 95%, 90%, ecc.] per la media della popolazione μ, è ($\bar{X}- t_{n-1,\,\alpha/2}\cdot S/\sqrt{n}$, $\bar{X}+ t_{n-1,\,\alpha/2}\cdot S/\sqrt{n}$), dove $t_{n-1,\,\alpha/2}$ è la variabile casuale t di Student con ν = n-1 gradi di libertà e probabilità $\alpha/2$ di superamento.

I limiti di confidenza a una coda superiori e inferiori 100$\cdot$ (1-α) % per la media della popolazione μ sono, rispettivamente,

$$X + t_{n-1,\,\alpha/2}\cdot S/\sqrt{n}\ ,\ \text{and}\ \ \bar{X}- t_{n-1,\,\alpha/2}\cdot S/\sqrt{n}.$$

Piccoli campioni e grandi campioni
La distribuzione t di Student si comporta in modo tale che, per $n > 30$, non è distinguibile dalla distribuzione normale standard. Pertanto, per campioni composti da più di 30 elementi di cui non è nota la varianza della popolazione, è possibile utilizzare lo stesso intervallo di confidenza utilizzabile se la variazione fosse nota, ma sostituendo σ con S. I campioni in cui $n > 30$ sono solitamente detti grandi campioni. In caso contrario, sono detti piccoli campioni.

Intervallo di confidenza per una proporzione

Una variabile casuale discreta X segue una distribuzione di Bernoulli se X può assumere solo due valori, ovvero X = 0 (insuccesso) e X = 1 (successo). Se si considera X ~ Bernoulli(p), dove p è la probabilità di successo, allora il valore medio o l'aspettativa di X è E[X] = p e la varianza Var[X] = p(1-p).

Se un esperimento con X viene ripetuto n volte e vengono registrati k successi, allora una stima di p è data da p' = k/n, mentre l'errore standard di p′ è $\sigma_{p'} = \sqrt{(p\cdot(1-p)/n)}$. In pratica, la stima del campione per p, dove p′ sostituisce p nella formula di errore standard.

Per un grande campione, con $n > 30$, e $n\cdot p > 5$ e $n\cdot(1-p) > 5$, la distribuzione campionaria è pressappoco normale. Pertanto, l'intervallo di confidenza centrale a due code 100(1-α) % per la media della popolazione p è $(p'+z_{\alpha/2}\cdot\sigma_{p'}, p'+z_{\alpha/2}\cdot\sigma_{p'})$. Per un piccolo campione ($n < 30$) l'intervallo può essere stimato come $(p'-t_{n-1,\alpha/2}\cdot\sigma_{p'}, p'+t_{n-1,\alpha/2}\cdot\sigma_{p'})$.

Distribuzione campionaria di differenze e somme di statistiche

Siano S_1 e S_2 statistiche indipendenti di due popolazioni basate su campioni di dimensioni, rispettivamente, n_1 e n_2. Siano inoltre le medie e gli errori standard delle distribuzioni campionarie di dette statistiche rispettivamente, μ_{S1} e μ_{S2} e σ_{S1} e σ_{S2}. Le differenze tra le statistiche delle due popolazioni, S_1-S_2, hanno una distribuzione campionaria con media $\mu_{S1-S2} = \mu_{S1} - \mu_{S2}$, ed errore standard $\sigma_{S1-S2} = (\sigma_{S1}^2 + \sigma_{S2}^2)^{1/2}$. Inoltre, la somma delle statistiche T_1+T_2 ha media $\mu_{S1+S2} = \mu_{S1} + \mu_{S2}$ ed errore standard $\sigma_{S1+S2} = (\sigma_{S1}^2 + \sigma_{S2}^2)^{1/2}$.

Gli stimatori della media e della deviazione standard della differenza e della somma delle statistiche S_1 e S_2 sono dati da:

$$\hat{\mu}_{S_1 \pm S_2} = \overline{X}_1 \pm \overline{X}_2, \qquad \hat{\sigma}_{S_1 \pm S_2} = \sqrt{\frac{\sigma_{S1}^2}{n_1} + \frac{\sigma_{S2}^2}{n_2}}$$

In queste espressioni $\overline{X}_1$ e $\overline{X}_2$ sono i valori delle statistiche S_1 e S_2 ricavati dai campioni delle due popolazioni e $\sigma_{S1}{}^2$ e $\sigma_{S2}{}^2$ sono le varianze delle popolazioni delle statistiche S_1 e S_2 dalle quali sono stati prelevati i campioni.

Intervalli di confidenza per somme e differenze di valori medi

Se le varianze delle popolazioni $\sigma_1{}^2$ e $\sigma_2{}^2$ sono note, gli intervalli di confidenza per la differenza e la somma dei valori medi delle popolazioni, ovvero $\mu_1 \pm \mu_2$, sono dati da:

$$\left((\overline{X}_1 \pm X_2) - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\overline{X}_1 \pm X_2) + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right)$$

Per grandi campioni, ovvero con $n_1 > 30$ e $n_2 > 30$, e varianze delle popolazioni uguali ma non note, $\sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2$, gli intervalli di confidenza per la differenza e la somma dei valori medi delle popolazioni, ovvero $\mu_1 \pm \mu_2$, sono dati da:

$$\left((\overline{X}_1 \pm X_2) - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}, (\overline{X}_1 \pm X_2) + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \right).$$

Se un campione è piccolo, ovvero $n_1 < 30$ o $n_2 < 30$, e le varianze delle popolazioni sono uguali ma non note, $\sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2$, si ottiene una stima "congiunta" della varianza di $\mu_1 \pm \mu_2$ come $s_p{}^2 = [(n_1-1) \cdot s_1{}^2 + (n_2-1) \cdot s_2{}^2]/(n_1+n_2-2)$.

In questo caso, gli intervalli di confidenza centrati per la somma e la differenza dei valori medi delle popolazioni, ovvero $\mu_1 \pm \mu_2$, sono dati da:

$$\left((\overline{X}_1 \pm X_2) - t_{\nu,\alpha/2} \cdot s_p^2,\ (\overline{X}_1 \pm X_2) + t_{\nu,\alpha/2} \cdot s_p^2\right)$$

dove $\nu = n_1+n_2-2$ è il numero di gradi di libertà nella distribuzione t di Student.

Nelle ultime due opzioni è possibile specificare che le varianze delle popolazioni, sebbene non note, debbano essere uguali. In questo caso, vengono prelevati due campioni dalla stessa popolazione oppure da due popolazioni diverse che si ritiene abbiano la stessa varianza. Tuttavia, se si ha motivo di credere che le due varianze delle popolazioni non note siano diverse, è possibile utilizzare l'intervallo di confidenza che segue

$$\left((\overline{X}_1 \pm X_2) - t_{\nu,\alpha/2} \cdot s^2_{\overline{X}_1 \pm \overline{X}_2},\ (\overline{X}_1 \pm X_2) + t_{\nu,\alpha/2} \cdot s^2_{\overline{X}_1 \pm \overline{X}_2}\right)$$

dove la deviazione standard stimata per la somma o la differenza è

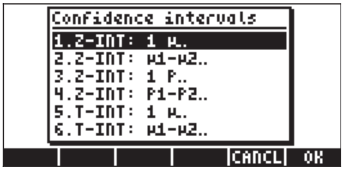
$$s_{\overline{X}_1 \pm \overline{X}_2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

ed n, i gradi di libertà della variabile casuale t, vengono calcolati utilizzando il valore intero più vicino a

$$\nu = \frac{[(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)]^2}{[(S_1^2/n_1)/(n_1-1)] + [(S_2^2/n_2)/(n_2-1)]}$$

Determinazione degli intervalli di confidenza

Utilizzare i tasti ↱ STAT ▲ OK per accedere all'applicazione **6. Conf Interval**, che offre le seguenti opzioni:

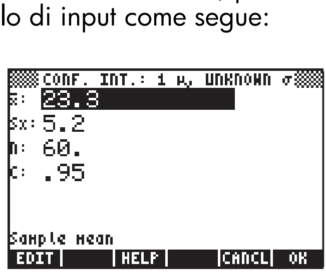


Queste sono da interpretare come indicato di seguito:

1. Z-INT: 1 μ.: intervallo di confidenza di un singolo campione per la media della popolazione, μ, con varianza della popolazione nota o per grandi campioni con varianza della popolazione non nota.
2. Z-INT: μ1–μ2.: intervallo di confidenza per la differenza delle medie delle popolazioni, μ_1- μ_2, con varianze delle popolazioni note o per grandi campioni con varianze delle popolazioni non note.
3. Z-INT: 1 p.: intervallo di confidenza di un singolo campione per la proporzione, p, per grandi campioni con varianza della popolazione non nota.
4. Z-INT: p1– p2.: intervallo di confidenza per la differenza di due proporzioni, p_1-p_2, per grandi campioni con varianze delle popolazioni non note.
5. T-INT: 1 μ.: intervallo di confidenza di un singolo campione per la media della popolazione, μ, per piccoli campioni con varianza della popolazione non nota.
6. T-INT: μ1–μ2.: intervallo di confidenza per la differenza delle medie delle popolazioni, μ_1- μ_2, per piccoli campioni con varianze delle popolazioni non note.

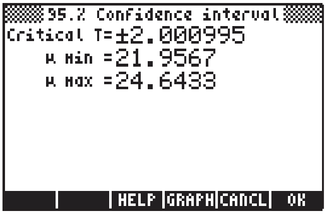
<u>Esempio 1</u> – Determinare l'intervallo di confidenza centrato per la media di una popolazione se, per un campione di 60 elementi, il valore medio del campione è $\bar{x}$ = 23.3 e la sua deviazione standard è s = 5.2. Utilizzare α = 0.05. Il livello di confidenza è C = 1-α = 0.95.

Per scegliere il caso 1 dal menu visualizzato, premere il tasto OK. Immettere i valori richiesti nel modulo di input come segue:



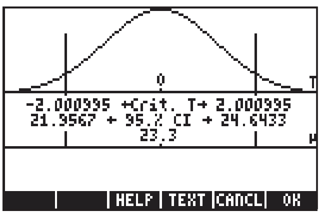
Premere il tasto HELP per visualizzare una schermata in cui è spiegato il significato dell'intervallo di confidenza in termini di numeri casuali generati da una calcolatrice. Per scorrere la schermata visualizzata, utilizzare il tasto freccia giù ▼. Dopo aver ultimato la lettura della schermata della Guida, premere il tasto OK. Viene così visualizzata la schermata riportata sopra.

Per calcolare l'intervallo di confidenza, premere il tasto OK. Il risultato restituito dalla calcolatrice è:



Il risultato indica che è stato calcolato un intervallo di confidenza del 95%. Il valore critico z mostrato nella schermata precedente corrisponde ai valori $\pm z_{\alpha/2}$ nella formula dell'intervallo di confidenza ($\bar{X}-z_{\alpha/2}\cdot\sigma/\sqrt{n}$, $\bar{X}+z_{\alpha/2}\cdot\sigma/\sqrt{n}$). I valori μ Min e μ Max sono, rispettivamente, i valori minimo e massimo dell'intervallo, ovvero μ Min = $\bar{X}-z_{\alpha/2}\cdot\sigma/\sqrt{n}$ e μ Max = $\bar{X}+z_{\alpha/2}\cdot\sigma/\sqrt{n}$.

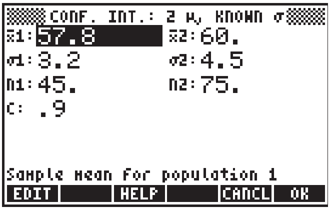
Premere il tasto GRAPH per una visualizzazione grafica delle informazioni sull'intervallo di confidenza:



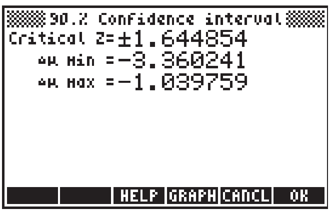
Il grafico mostra la pdf (funzione di densità di probabilità) della distribuzione normale standard, la posizione dei punti critici $\pm z_{\alpha/2}$, il valore medio (23.3) e i corrispondenti limiti dell'intervallo (21.98424 e 24.61576). Premere il tasto TEXT per tornare alla precedente schermata dei risultati e/o premere il tasto OK per uscire dall'ambiente dell'intervallo di confidenza. I risultati verranno visualizzati sul display della calcolatrice.

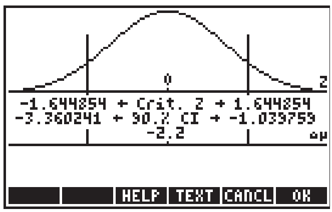
Esempio 2 -- I dati di due campioni (campioni 1 e 2) indicano che $\bar{x}_1$ = 57.8 e $\bar{x}_2$ = 60.0. Le dimensioni dei campioni sono n_1 = 45 e n_2 = 75. Se è noto che le deviazioni standard delle popolazioni sono σ_1 = 3.2 e σ_2 = 4.5, determinare l'intervallo di confidenza del 90% per la differenza delle medie delle popolazioni, ovvero μ_1- μ_2.

Premere il tasto ↱ STAT ▲ OK per accedere alla funzione dell'intervallo di confidenza della calcolatrice. Premere il tasto ▼ OK per selezionare l'opzione 2. Z-INT: μ 1 – μ2.. Immettere i seguenti valori:



Premere quindi il tasto OK. I risultati nei formati testuale e grafico sono riportati di seguito:

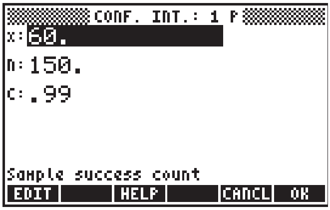




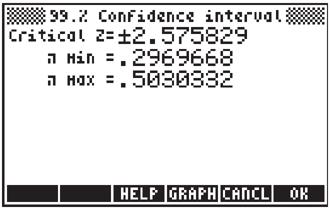
La variabile Δμ rappresenta μ1 – μ2.

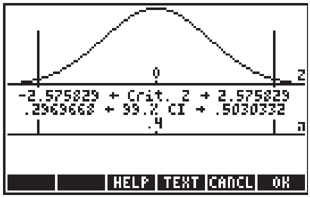
Esempio 3 – Uno studio d'opinione ha rivelato che, su un campione di 150 persone, 60 sono favorevoli a un aumento delle imposte sulla proprietà per finanziare alcuni progetti pubblici. Determinare l'intervallo di confidenza del 99% per la proporzione della popolazione che è favorevole a un aumento delle imposte.

Premere il tasto ↱ STAT ▲ OK per accedere alla funzione dell'intervallo di confidenza della calcolatrice. Premere il tasto ▼ ▼ OK per selezionare l'opzione 3. Z-INT: μ 1 – μ2.. Immettere i seguenti valori:



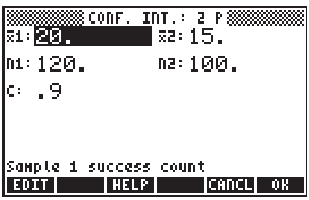
Premere quindi il tasto OK. I risultati nei formati testuale e grafico sono riportati di seguito:



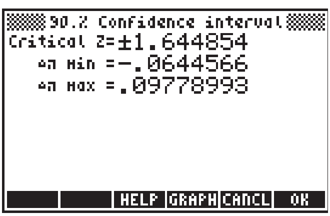


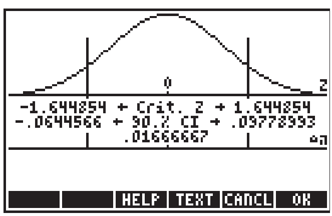
Esempio 4 -- Determinare un intervallo di confidenza del 90% per la differenza tra due proporzioni se per il campione 1 si riportano 20 successi su 120 prove e per il campione 2 si riportano 15 successi su 100 prove.

Premere il tasto ↱ STAT ▲ OK per accedere alla funzione dell'intervallo di confidenza della calcolatrice. Premere il tasto ▼▼▼ OK per selezionare l'opzione 4. Z-INT: p1 – p2.. Immettere i seguenti valori:



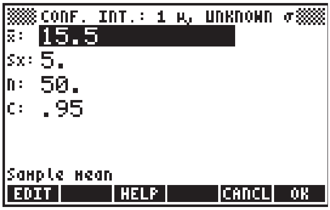
Premere quindi il tasto OK. I risultati nei formati testuale e grafico sono riportati di seguito:



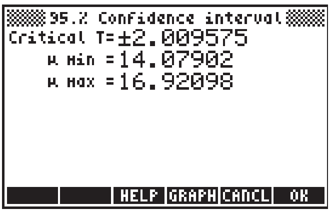


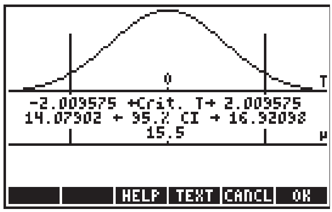
Esempio 5 – Determinare un intervallo di confidenza del 95% per la media della popolazione se un campione di 50 elementi ha una media di 15.5 e una deviazione standard pari a 5. La deviazione standard della popolazione non è nota.

Premere il tasto ↱ STAT ▲ OK per accedere alla funzione dell'intervallo di confidenza della calcolatrice. Premere il tasto ▲ ▲ OK per selezionare l'opzione 5. T-INT: μ.   Immettere i seguenti valori:



Premere quindi il tasto OK. I risultati nei formati testuale e grafico sono riportati di seguito:

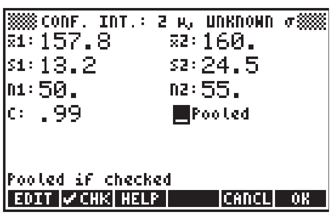




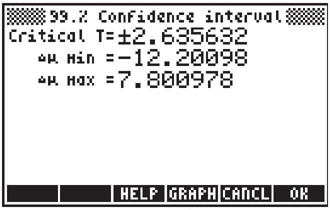
Nella figura è mostrata la pdf di una t di Student con ν = 50 - 1 = 49 gradi di libertà.

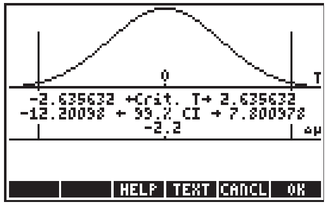
Esempio 6 -- Determinare l'intervallo di confidenza del 99% per la differenza tra le medie di due popolazioni i cui dati dei campioni sono: $\bar{x}_1 = 157.8$, $\bar{x}_2 = 160.0$, $n_1 = 50$, $n_2 = 55$. Le deviazioni standard delle popolazioni sono $s_1 = 13.2$ e $s_2 = 24.5$.

Premere il tasto ↱ STAT ▲ OK per accedere alla funzione dell'intervallo di confidenza della calcolatrice. Premere il tasto ▲ OK per selezionare l'opzione 6. T-INT: μ1–μ2.. Immettere i seguenti valori:

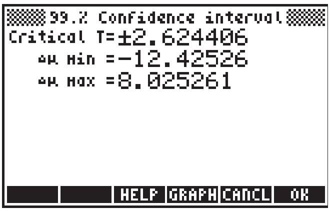


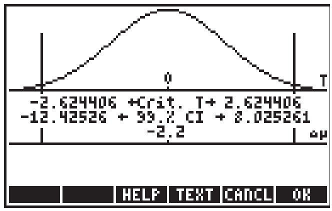
Premere quindi il tasto OK. I risultati nei formati testuale e grafico sono riportati di seguito:





Questi risultati partono dal presupposto che i valori s_1 e s_2 sono deviazioni standard delle popolazioni. Se questi valori rappresentano effettivamente le deviazioni standard dei campioni, è necessario immettere nuovamente i valori immessi in precedenza, ma con l'opzione `_pooled` (congiunto) selezionata. I risultati diventano quindi:





Intervalli di confidenza per la varianza

Per sviluppare una formula per l'intervallo di confidenza per la varianza, è innanzitutto necessario introdurre la distribuzione campionaria della varianza: Si consideri un campione casuale X_1, X_2 ..., X_n di variabili indipendenti normalmente distribuite con media μ, varianza σ^2 e media campionaria $\overline{X}$. La statistica

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{n-1}\cdot\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2,$$

è uno stimatore non distorto della varianza σ^2.

La quantità $(n-1)\cdot\frac{\hat{S}^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2,$ ha una distribuzione χ_{n-1}^2 (chi-quadrato) con ν = n-1 gradi di libertà. L'intervallo di confidenza a due code (1-α)·100 % viene calcolato mediante

$$\Pr[\chi^2_{n-1,1-\alpha/2} < (n-1)\cdot S^2/\sigma^2 < \chi^2_{n-1,\alpha/2}] = 1-\alpha.$$

L'intervallo di confidenza per la varianza della popolazione σ^2 è pertanto

$$[(n-1)\cdot S^2/\ \chi^2_{n-1,\alpha/2}\ ;\ (n-1)\cdot S^2/\ \chi^2_{n-1,1-\alpha/2}].$$

dove $\chi^2_{n-1,\alpha/2}$ e $\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}$ sono i valori che una variabile χ^2, con ν = n-1 gradi di libertà, supera, rispettivamente, con probabilità $\alpha/2$ e $1-\alpha/2$.

Il limite di confidenza superiore per una coda con σ^2 è definito come $(n-1)\cdot S^2/\ \chi^2_{n-1,1-\alpha}$.

Esempio 1 – Determinare l'intervallo di confidenza del 95% per la varianza della popolazione σ^2 sulla base dei risultati ottenuti considerando un campione con n = 25 che indica che la varianza campionaria è $s^2 = 12.5$.

Nel Capitolo 17 si utilizza il risolutore numerico per risolvere l'equazione α = UTPC(γ,x). In questo programma γ rappresenta i gradi di libertà (n-1) e α rappresenta la probabilità di superare un certo valore x (χ^2), ovvero $\Pr[\chi^2 > \chi_\alpha^2] = \alpha$.

Nel presente esempio, $\alpha = 0.05$, $\gamma = 24$ e $\alpha = 0.025$. La risoluzione della precedente equazione in $\chi^2_{n-1,\alpha/2} = \chi^2_{24,0.025} = 39.3640770266$.

D'altro canto, il valore $\chi^2_{n-1,\alpha/2} = \chi^2_{24,0.975}$ è calcolato utilizzando i valori γ = 24 e $\alpha = 0.975$. Il risultato è $\chi^2_{n-1,1-\alpha/2} = \chi^2_{24,0.975} = 12.4011502175$.

I limiti inferiore e superiore dell'intervallo saranno (eseguire i calcoli in modalità ALG):

$$(n-1)\cdot S^2/\ \chi^2_{n-1,\alpha/2} = (25-1)\cdot 12.5/39.3640770266 = 7.62116179676$$

$$(n-1)\cdot S^2/\ \chi^2_{n-1,1-\alpha/2} = (25-1)\cdot 12.5/12.4011502175 = 24.1913044144$$

Pertanto l'intervallo di confidenza del 95% per questo esempio è:

$$7.62116179676 < \sigma^2 < 24.1913044144.$$

Test delle ipotesi

Un'ipotesi è una dichiarazione relativa a una popolazione (per esempio, rispetto alla sua media). L'accettazione dell'ipotesi si basa su un test statistico svolto su un campione di popolazione. L'azione che ne consegue e il processo decisionale sono denominati test dell'ipotesi.

Il processo di test dell'ipotesi consiste nel prelevare un campione casuale di popolazione e nel creare un'ipotesi statistica relativa alla popolazione. Se le osservazioni non supportano il modello o la teoria formulata, l'ipotesi viene respinta. Tuttavia, se le osservazioni concordano, l'ipotesi non viene respinta, ma non necessariamente viene accettata. Alla decisione è associato un livello di significatività α.

Procedura di test delle ipotesi

La procedura di test delle ipotesi comprende le sei fasi seguenti:

1. Dichiarazione di un'ipotesi nulla, H_0. Si tratta dell'ipotesi da sottoporre a test. Ad esempio, H_0: μ_1-μ_2 = 0, ovvero, si ipotizza che il valore medio della popolazione 1 e il valore medio della popolazione 2 siano identici. Se H_0 è vero, qualsiasi differenza osservata nelle medie viene attribuita a errori di campionamento casuale.
2. Dichiarazione di un'ipotesi alternativa, H_1. Nell'esempio considerato, potrebbe essere H_1: μ_1-$\mu_2 \neq 0$ [Nota: questo è il test che si desidera effettivamente condurre.]
3. Determinazione o specifica di una statistica di test, T. Nell'esempio considerato, T sarà funzione della differenza delle medie osservate, $\overline{X}_1$- $\overline{X}_2$.
4. Uso della distribuzione nota (o presunta) della statistica di test, T.
5. Definizione di una regione di rifiuto (regione critica, R) per la statistica di test sulla base di un livello di significatività α precedentemente attribuito.
6. Uso dei dati osservati per deterninare se il valore calcolato della statistica di test rientra o meno nella regione critica. Se la statistica di test rientra nella regione critica, si dirà che la quantità sottoposta a test è significativa ad un livello percentuale di 100α.

Nota:
1. Nell'esempio considerato, l'ipotesi alternativa H_1: μ_1-$\mu_2 \neq 0$ restituisce ciò che è noto come test a due code. Se l'ipotesi alternativa è H_1: μ_1-$\mu_2 > 0$ o H_1: μ_1-$\mu_2 < 0$, si ottiene un test a una coda.

2. La probabilità di rifiuto dell'ipotesi nulla è uguale al livello di significatività, ovvero $\Pr[T\in R|H_0]=\alpha$. La notazione $\Pr[A|B]$ rappresenta la probabilità condizionale dell'evento A dato che si verifichi l'evento B.

Errori nel test dell'ipotesi

Nel test dell'ipotesi si usano le espressioni errori di Tipo I e di Tipo II per definire rispettivamente i casi in cui un'ipotesi vera è rifiutata o un'ipotesi falsa è accettata (non rifiutata). Siano T = valore della statistica di test, R = regione di rifiuto, A = regione di accettazione, pertanto $R\cap A = \emptyset$, e $R\cup A = \Omega$, dove Ω = spazio parametrico relativo a T, e $\emptyset$ = insieme vuoto. Le probabilità di commettere un errore di Tipo I o di Tipo II sono le seguenti:

Rifiuto di un'ipotesi vera, Pr[errore di Tipo I] = $\Pr[T\in R|H_0] = \alpha$
Non rifiuto di un'ipotesi falsa, Pr[errore di Tipo II] = $\Pr[T\in A|H_1] = \beta$

A questo punto, si considerino i casi in cui la decisione adottata sia corretta:

Non rifiuto di un'fipotesi vera, Pr[Not(errore di Tipo I)] = $\Pr[T\in A|H_0] = 1 - \alpha$

Rifiuto di un'fipotesi falsa, Pr[Not(errore di Tipo II)] = $\Pr [T\in R|H_1] = 1 - \beta$

Il complemento di β è denominato potenza del test dell'ipotesi nulla H_0 rispetto all'alternativa H_1. La potenza di un test è utilizzata, ad esempio, per determinare le dimensioni minime di un campione al fine della limitazione degli errori.

Selezione dei valori of α e β

Un valore tipico del livello di significatività (o probabilità di errore di Tipo I) è α = 0.05, (ovvero rifiuto non corretto mediamente una volta su 20). Se le conseguenze dell'errore di Tipo I sono più gravi, scegliere valori di α più piccoli, vale a dire 0.01 o anche 0.001.

Il valore di β, ovvero la probabilità di commettere un errore di Tipo II, dipende da α, dalle dimensioni del campione n e dal valore vero del parametro testato. Pertanto, il valore di β viene determinato dopo l'esecuzione del test dell'ipotesi. È consuetudine tracciare grafici che mostrano β, o la potenza del test (1- β), come funzione del valore vero del parametro testato. Tali grafici sono denominati rispettivamente curve operative caratteristiche o grafici della funzione potenza.

Inferenze relative a una media

Ipotesi bilaterale

Il problema consiste nel testare l'ipotesi nulla H_o: $\mu = \mu_o$, rispetto all'ipotesi alternativa, H_1: $\mu \neq \mu_o$ ad un livello di confidenza (1-α)100%, o ad un livello di significatività α, ricorrendo a un campione di dimensioni n con una media $\bar{x}$ e una deviazione standard s. Questo test è denominato test bilaterale o test a due code. La procedura di test è la seguente:

Innanzitutto, si calcola la statistica appropriata per il test (t_o or z_o) nel modo seguente:

- Se n < 30 e la deviazione standard della popolazione, σ, è nota, usare la statistica z-: $z_o = \dfrac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}}$
- Se n > 30, σ s è nota, usare z_o come nel caso precedente. se σ non è nota, sostituire s a σ in z_o, utilizzando $z_o = \dfrac{\bar{x} - \mu_o}{s / \sqrt{n}}$
- Se n < 30, σ s è ignota, usare la statistica t- $t_o = \dfrac{\bar{x} - \mu_o}{s / \sqrt{n}}$, con ν = n - 1 gradi di libertà.

Quindi, calcolare il valore P (probabilità) associato a z_o o t_o, e confrontarlo con α per stabilire se rifiutare o meno l'ipotesi nulla. Il valore P per un test bilaterale viene definito come valore P = P(|z|>|z_o|), o, valore P = P(|t|>|t_o|).

I criteri da usare per il test dell'ipotesi sono:

- Rifiutare H_o se il valore P < α
- Non rifiutare H_o se il valore P > α.

Il valore P per un test bilaterale può essere calcolato servendosi delle funzioni di probabilità della calcolatrice nel modo seguente:

- Se si usa z, valore P = 2·UTPN(0,1,|z_o|)
- Se si usa t, valore P = 2·UTPT(ν,|t_o|)

Esempio 1 -- Test dell'ipotesi nulla H_o: μ = 22.5 (= μ_o), a fronte dell'ipotesi alternativa, H_1: $\mu \neq$22.5, ad un livello di confidenza del 95% ovvero α = 0.05, usando un campione di dimensioni n = 25 media con $\bar{x}$ = 22.0 e una deviazione standard s = 3.5. Supponendo di non conoscere il valore della deviazione standard della popolazione, pertanto, la statistica t viene calcolata nel modo seguente:

$$t_o = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s/\sqrt{n}} = \frac{22.0 - 22.5}{3.5/\sqrt{25}} = -0.7142$$

il corrispondente valore P, per n = 25 - 1 = 24 gradi di libertà è

valore P = 2·UTPT(24,-0.7142) = 2·0.7590 = 1.518,

poiché 1.518 > 0.05, ovvero, valore P > α, non è possibile respingere l'ipotesi nulla H_o: μ = 22.0.

Ipotesi unilaterale

Il problema consiste nel testare l'ipotesi nulla H_o: $\mu = \mu_o$ rispetto all'ipotesi alternativa, H_1: $\mu > \mu_o$ o H_1: $\mu < \mu_o$ ad un livello di confidenza (1-α) 100%, o ad un livello di significatività α, ricorrendo a un campione di dimensioni n con una media $\bar{x}$ e una deviazione standard s. Questo test è denominato test unilaterale o test a una coda. La procedura per eseguire un test unilaterale inizia, come per il test a due code, calcolando la statistica appropriata per il test (t_o o z_o) nella maniera indicata in precedenza.

Quindi, si calcola il valore P associato a z_0 o t_0 , e lo si confronta con a per stabilire se rifiutare o meno l'ipotesi nulla. Il valore P per un test bilaterale viene definito come

$$\text{valore P} = P(z > |z_o|), \text{ oppure valore P} = P(t > |t_o|).$$

I criteri da usare per il test dell'ipotesi sono:

- Rifiutare H_o se il valore $P < \alpha$
- Non rifiutare H_o se il valore $P > \alpha$.

Osservare come i criteri tei siano esattamente identici a quelli utilizzati nel test bilaterale. La principale differenza sta nel modo in cui viene calcolato il valore P. Il valore P per un test unilaterale può essere calcolato servendosi delle funzioni di probabilità della calcolatrice nel modo seguente:

- Se si usa z, valore P = UTPN(0,1,z_o)
- Se si usa t, valore P = UTPT(ν,t_o)

<u>Esempio 2</u> -- Test dell'ipotesi nulla H_o: $\mu = 22.0$ ($= \mu_o$), rispetto all'ipotesi alternativa, H_1: $\mu > 22.5$, ad un livello di confidenza del 95% ovvero $\alpha = 0.05$, usando un campione di dimensioni n = 25 con una media $\bar{x} = 22.0$ e una deviazione standard s = 3.5. Supponendo nuovamente di non conoscere il valore della deviazione standard della popolazione, pertanto, il valore della statistica t è identico a quello del caso del test bilaterale illustrato in precedenza, ovvero $t_o = -0.7142$, e il valore P, per $\nu = 25 - 1 = 24$ gradi di libertà è

$$\text{valore P} = \text{UTPT}(24, |-0.7142|) = \text{UTPT}(24,0.7142) = 0.2409,$$

poichè 0.2409 > 0.05, ovvero, valore $P > \alpha$, non è possibile respingere l'ipotesi nulla H_o: $\mu = 22.0$.

Inferenze relative a due medie

L'ipotesi da sottoporre a test è H_o: $\mu_1 - \mu_2 = \delta$, ad un livello di confidenza (1-α)100%, o ad un livello di significatività α, servendosi di due campioni di dimensioni n_1 e n_2, valori medi $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$, e deviazioni standard s_1 e s_2. Se le deviazioni standard delle popolazioni corrispondenti ai campioni, σ_1 e σ_2, sono note, o se $n_1 > 30$ e $n_2 > 30$ (campioni di grandi dimensioni), la statistica di test da usare sarà

$$z_o = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Se $n_1 < 30$ o $n_2 < 30$ (almeno un campione di piccole dimensioni), usare la statistica di test seguente:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta}{\sqrt{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$$

Ipotesi bilaterale

Se l'ipotesi alternativa è un'ipotesi bilaterale, ovvero H_1: μ_1-$\mu_2 \neq \delta$, il valore P relativo a questo test viene calcolato come

- Se si usa z, valore P = 2·UTPN(0,1, $|z_o|$)
- Se si usa t, valore P = 2·UTPT(ν, $|t_o|$)

con gradi di libertà per la distribuzione t data da $\nu = n_1 + n_2 - 2$. I criteri di test sono

- Rifiutare H_o se il valore P < α
- Non rifiutare H_o se il valore P > α.

Ipotesi unilaterale

Se l'ipotesi alternativa è un'ipotesi bilaterale, ovvero H_1: μ_1-$\mu_2 < \delta$, oppure H_1: μ_1-$\mu_2 < \delta$, il valore P relativo a questo test viene calcolato come segue:

- Se si usa z, valore P = UTPN(0,1, $|z_o|$)

- Se si usa t, valore P = UTPT(ν, $|t_o|$)

I criteri da usare per il test dell'ipotesi sono:

- Rifiutare H_o se $P < \alpha$
- Non rifiutare H_o se il valore $P > \alpha$.

Test di coppie di campioni

Quando si ha a che fare con due campioni di dimensioni n con dati appaiati, invece di testare l'ipotesi nulla, H_o: μ_1-$\mu_2 = \delta$, utilizzando i valori medi e le deviazioni standard dei due campioni, è necessario affrontare il problema a livello di campione singolo delle differenze dei valori appaiati. In altre parole, occorre generare una nuova variabile casuale $X = X_1$-X_2, e testare H_o: $\mu = \delta$, dove μ rappresenta la media della popolazione relativa a X. Pertanto, occorrerà ottenere $\bar{x}$ e s per il campione di valori di x. Il test procederà quindi come se si trattasse del test di un campione, ricorrendo ai metodi illustrati in precedenza.

Inferenze relative a una proporzione

Si supponga di voler testare l'ipotesi nulla H_0: $p = p_0$, dove p rappresenta la probabilità di ottenere un risultato positivo ad ogni data ripetizione di una prova di Bernoulli. Per testare l'ipotesi, si eseguono n ripetizioni dell'esperimento e si constata la registrazione di k risultati positivi. Pertanto, una stima di p è data da $p' = k/n$.

La varianza relativa al campione sarà stimata come $s_p^2 = p'(1-p')/n = k\cdot(n-k)/n^3$.

Si supponga che il punteggio Z, $Z = (p-p_0)/s_p$, segua la legge normale standard, ovvero $Z \sim N(0,1)$. Il particolare valore della statistica da testare sarà $z_0 = (p'-p_0)/s_p$.

Invece di usare il valore P come criterio per accettare o meno l'ipotesi, si farà ricorso al confronto tra il valore critico di z0 e il valore di z corrispondente ad α o $\alpha/2$.

<u>Test a due code</u>

Se si usa un test a due code si ricaverà il valore di $z_{\alpha/2}$, da

$$\Pr[Z> z_{\alpha/2}] = 1-\Phi(z_{\alpha/2}) = \alpha/2, \text{ o } \Phi(z_{\alpha/2}) = 1- \alpha/2,$$

dove $\Phi(z)$ è la funzione di distribuzione cumulativa (CDF) della distribuzione normale standard (vedere Capitolo 17).

Rifiuto dell'ipotesi nulla, H_0, se $z_0 > z_{\alpha/2}$, oppure se $z_0 < - z_{\alpha/2}$.

In altre parole, la regione di rifiuto è $R = \{ |z_0| > z_{\alpha/2} \}$, mentre la regione di accettazione è $A = \{|z_0| < z_{\alpha/2} \}$.

<u>Test a una coda</u>
Se si usa un test a una coda si ricaverà il valore di S da

$$\Pr[Z> z_\alpha] = 1-\Phi(z_\alpha) = \alpha, \ \ o \ +9 \ \Phi(z_{\ \alpha}) = 1- \alpha,$$

Rifiuto dell'ipotesi nulla, H_0, se $z_0 > z_\alpha$ e H_1: $p>p_0$, oppure se $z_0 < - z_\alpha$, e H_1: $p<p_0$.

Test della differenza tra due proporzioni

Si supponga di voler testare l'ipotesi nulla H_0: $p_1-p_2 = p_0$, dove p's rappresenta la probabilità di ottenere un risultato positivo ad ogni data ripetizione di una prova di Bernoulli relativa a due popolazioni 1 e 2. Per testare l'ipotesi, si eseguono n_1 ripetizioni del'esperimento sulla popolazione 1 e si constata la registrazione di k_1 risultati positivi. Inoltre, si constatano k_2 risultati positivi su n_2 prove nel campione 2. Pertanto, le stime di p_1 e p_2 sono date rispettivamente da $p_1' = k_1/n_1$, e $p_2' = k_2/n_2$.

Le varianze relative ai campioni saranno stimate rispettivamente come

$$s_1^2 = p_1'(1-p_1')/n_1 = k_1 \cdot (n_1-k_1)/n_1^3, \text{ e } s_2^2 = p_2'(1-p_2')/n_2 = k_2 \cdot (n_2-k_2)/n_2^3.$$

La varianza della differenza delle proporzioni sarà stimata da: $s_p^2 = s_1^2 + s_2^2$.

Si supponga che il punteggio Z, $Z = (p_1-p_2-p_0)/s_p$, segua la distribuzione normale standard, ovvero $Z \sim N(0,1)$. Il particolare valore della statistica da testare sarà $z_0 = (p_1'-p_2'-p_0)/s_p$.

Test a due code
Se si utilizza un test a due code, si trova il valore di $z_{\alpha/2}$, da

$$\Pr[Z> z_{\alpha/2}] = 1-\Phi(z_{\alpha/2}) = \alpha/2, \quad o \ \Phi(z_{\alpha/2}) = 1- \alpha/2,$$

dove $\Phi(z)$ è la funzione di distribuzione cumulativa (CDF) della distribuzione normale standard.

Rifiutare l'ipotesi nulla, H_0, se $z_0 > z_{\alpha/2}$, o se $z_0 < - z_{\alpha/2}$.

In altre parole, la regione di rifiuto è $R = \{ |z_0| > z_{\alpha/2} \}$, entre la regione di accettazione è $A = \{|z_0| < z_{\alpha/2} \}$.

Test a una coda
Se si utilizza un test a una coda, si trova il valore di z_α, da

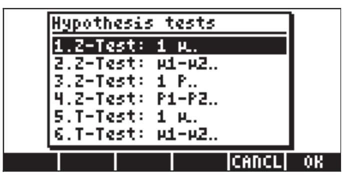
$$\Pr[Z> z_\alpha] = 1-\Phi(z_\alpha) = \alpha, \quad o \ \Phi(z_\alpha) = 1- \alpha,$$

Rifiutare l'ipotesi nulla, H_0, se $z_0 > z_\alpha$, e H_1:p_1-p_2>p_0, o se $z_0 < - z_\alpha$, e H_1: p_1-p_2 <p_0.

Test delle ipotesi utilizzando le funzioni preprogrammate

La calcolatrice dispone di procedure di test delle ipotesi all'applicazione *5. Hypoth. tests..* si può accedere a tale applicazione premendo ↱ STAT ▲ ▲ OK.

Come per il calcolo degli intervalli di confidenza, visti in precedenza, questo programma offre le seguenti 6 opzioni:



Queste opzioni sono interpretate come nelle applicazioni dell'intervallo di confidenza:

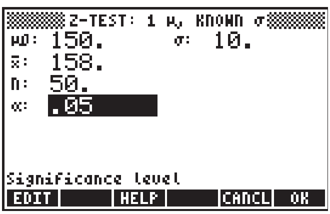
1. Z-Test: 1 μ.: Test delle ipotesi sulla base di un solo campione per la media della popolazione, μ, con varianza della popolazione nota, o nel caso di grandi campioni con varianza della popolazione non nota.
2. Z-Test: $\mu1-\mu2$.: Test delle ipotesi sulla differenza delle medie della popolazione, μ_1- μ_2, con varianze della popolazione note o, nel caso di grandi campioni, con varianze della popolazione non note.
3. Z-Test: 1 p.: Test delle ipotesi sulla proporzione campionaria (basata su un solo campione), p, per grandi campioni, con varianza della popolazione non nota.
4. Z-Test: p1– p2.: Test delle ipotesi sulla differenza di due proporzioni, p_1-p_2, per grandi campioni con varianze della popolazione non note.
5. T-Test: 1 μ.: Test delle ipotesi sulla media della popolazione (basata su un campione), μ, per piccoli campioni con varianza della popolazione non nota.
6. T-Test: $\mu1-\mu2$.: Test delle ipotesi sulla differenza delle medie della popolazione, μ_1- μ_2, per piccoli campioni con varianze della popolazione non note.

Si eseguano i seguenti esercizi:

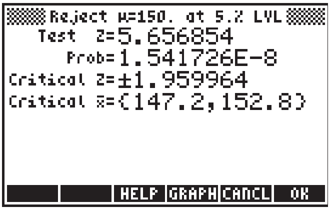
Esempio 1 – Per μ_0 = 150, σ = 10, $\bar{x}$ = 158, n = 50, per α = 0.05, testare l'ipotesi H_0: $\mu = \mu_0$, contro l'ipotesi alternativa, H_1: $\mu \neq \mu_0$.

Premere → STAT ▲ ▲ OK per accedere alla funzione di test delle ipotesi della calcolatrice. Premere OK per selezionare l'opzione1. Z-Test: 1 μ.

Inserire i dati seguenti e premere OK:

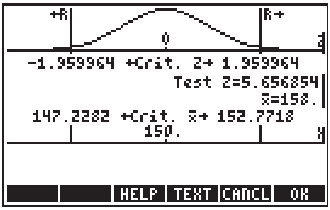


In seguito si chiederà di selezionare l'ipotesi alternativa. Selezionare $\mu \neq 150$, e premere OK. Il risultato è:



In seguito si rifiuta H_0: $\mu = 150$, in favore di H_1: $\mu \neq 150$. Il valore del test z è $z_0 = 5.656854$. Il value P è 1.54×10^{-8}. I valori critici di $\pm z_{\alpha/2} = \pm1.959964$, corrispondenti al range critico $\bar{x}$ di {147.2 152.8}.

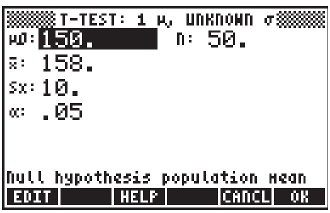
Queste informazioni possono essere visualizzate graficamente premendo il tasto funzione GRAPH:



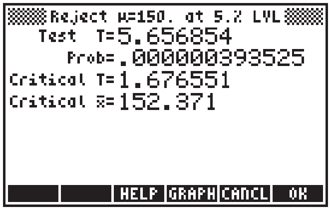
<u>Esempio 2</u> -- Per $\mu_0 = 150$, $\bar{x} = 158$, $s = 10$, $n = 50$, per $\alpha = 0.05$, testare l'ipotesi H_0: $\mu = \mu_0$, contro l'ipotesi alternativa, H_1: $\mu > \mu_0$. La deviazione standard della popolazione, σ, non è nota.

Premere ⇨ STAT ▲ ▲ OK per accedere alla funzione di test delle ipotesi della calcolatrice. Premere ▲ ▲ OK per selezionare l'opzione 5. T-Test: 1 μ.:

Inserire i dati seguenti e premere OK:

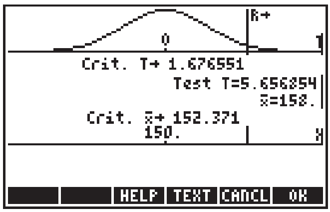


Scegliere l'ipotesi alternativa, H_1: $\mu > 150$ e premere OK. Il risultato è:



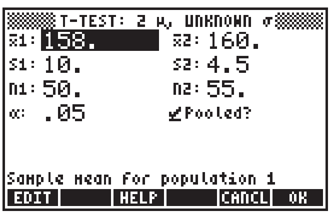
Si rifiuta l'ipotesi nulla, H_0: μ_0 = 150, in favore dell'ipotesi alternativa, H_1: μ > 150. Il valore del test t è t_0 = 5.656854, con un valore P = 0.000000393525. Il valore critico di t è t_α = 1.676551, corrispondente a un $\bar{x}$ = 152.371 critico.

Premere GRAPH per visualizzare graficamente i risultati come segue:

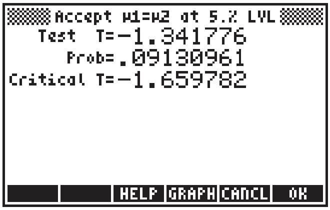


<u>Esempio 3</u> – I dati di due campioni mostrano che $\bar{x}_1$ = 158, $\bar{x}_1$ = 160, s_1 = 10, s_2 = 4.5, n1 = 50 e n_2 = 55. Per α = 0.05 e una varianza "congiunta", testare l'ipotesi H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$, contro l'ipotesi alternativa, H_1: $\mu_1 - \mu_2 < 0$.

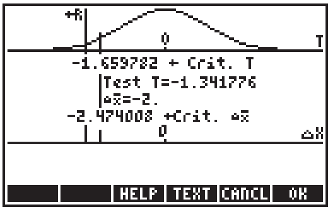
Premere ⇨ STAT ▲ ▲ OK per accedere alla funzione test delle ipotesi della calcolatrice. Premere ▲ OK per selezionare l'opzione 6. T-Test: μ1–μ2.: Inserire i dati seguenti e premere OK:



Selezionare l'ipotesi alternativa μ1< μ2 e premere OK. Il risultato è



Di conseguenza, si accetta (o, più precisamente, non si rifiuta) l'ipotesi: H_0: $\mu_1-\mu_2 = 0$, o H_0: $\mu_1=\mu_2$, contro l'ipotesi alternativa H_1: $\mu_1-\mu_2 < 0$, o H_1: $\mu_1=\mu_2$. Il valore del test t è t_0 = -1.341776, con un valore P = 0.09130961 e il t critico è $-t_\alpha$ = -1.659782. Il risultato grafico è:



Questi tre esempi dovrebbero essere sufficienti per capire il funzionamento della funzione preprogrammata di test delle ipotesi della calcolatrice.

Inferenze riguardanti una varianza

L'ipotesi nulla da testare è H_o: $\sigma^2 = \sigma_o^2$, con un livello di confidenza $(1-\alpha)$ 100% o livello di significanza α, utilizzando un campione di dimensione n, e varianza s^2. La statistica del test da utilizzare è del tipo test chi-quadrato, definita come

$$\chi_o^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

A seconda delle ipotesi alternative scelte, il valore P è calcolato come segue:

- H_1: $\sigma^2 < \sigma_o^2$, valore P = $P(\chi^2<\chi_o^2)$ = 1-UTPC(ν,χ_o^2)
- H_1: $\sigma^2 > \sigma_o^2$, valore P = $P(\chi^2>\chi_o^2)$ = UTPC(ν,χ_o^2)
- H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_o^2$, valore P =2·min[$P(\chi^2<\chi_o^2)$, $P(\chi^2>\chi_o^2)$] =
  2·min[1-UTPC(ν,χ_o^2), UTPC(ν,χ_o^2)]

dove la funzione min[x,y] restituisce il minimo valore di x o y (analogamente, max[x,y] restituisce il massimo valore di x o y). UTPC(ν,x) rappresenta le probabilità nella coda superiore della calcolatrice per ν = n - 1 gradi di libertà.

I criteri del test sono gli stessi del test delle ipotesi sulle medie, cioè

- Rifiutare H_o se il valore P < α
- Non rifiutare H_o se il il valore P > α.

Da notare che questa procedura è valida solo se la popolazione dalla quale è tratto il campione è una popolazione normale.

Esempio 1 -- Si consideri il caso in cui $\sigma_o^2 = 25$, $\alpha=0.05$, n = 25 e $s^2 = 20$ ed il campione proviene da una popolazione normale. Per testare l'ipotesi, H_o: $\sigma^2 = \sigma_o^2$, contro H_1: $\sigma^2 < \sigma_o^2$, si calcoli innanzitutto

$$\chi_o^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(25-1)\cdot 20}{25} = 19.2$$

Con ν = n - 1 = 25 - 1 = 24 gradi di libertà, si calcoli il valore P come,

valore P = $P(\chi^2<19.2)$ = 1-UTPC(24,19.2) = 0.2587…

Poiché, 0.2587… > 0.05, ovvero, valore P > α, non è possibile rifiutare l'ipotesi nulla, H_o: $\sigma^2 = 25 (= \sigma_o^2)$.

Inferenze su due varianze

L'ipotesi nulla da testare è, H_o: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, con un livello di confidenza (1- α) 100% o livello di significanza α, utilizzando due campioni di dimensioni n_1 e n_2, e varianze s_1^2 e s_2^2. La statistica del test da utilizzare è del tipo test F definita come

$$F_o = \frac{s_N^2}{s_D^2}$$

dove s_N^2 e s_D^2 rappresentano rispettivamente il numeratore ed il denominatore della statistica F. La selezione del numeratore e del denominatore dipende dall'ipotesi alternativa che si sta testando, come mostrato di seguito. La corrispondente distribuzione F ha gradi di libertà $\nu_N = n_N-1$ e $\nu_D = n_D-1$, dove n_N e n_D, sono le dimensioni del campione corrispondenti rispettivamente alle varianze s_N^2 e s_D^2.

La tabella seguente mostra come scegliere il numeratore ed il denominatore per F_o a seconda dell'ipotesi alternativa scelta:

Ipotesi alternativa	*Statistica del test*	*Gradi di libertà*
$H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (unilaterale)	$F_o = s_2^2/s_1^2$	$\nu_N = n_2\text{-}1,\ \nu_D = n_1\text{-}1$
$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ (unilaterale)	$F_o = s_1^2/s_2^2$	$\nu_N = n_1\text{-}1,\ \nu_D = n_2\text{-}1$
$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (bilaterale)	$F_o = s_M^2/s_m^2$	$\nu_N = n_M\text{-}1, \nu_D = n_m\text{-}1$
	$s_M^2=\max(s_1^2,s_2^2)$, $s_m^2=\min(s_1^2,s_2^2)$	

(*) n_M è il valore di n corrispondente a s_M e n_m è il valore di n corrispondente a s_m.

Il valore P è calcolato, in tutti i casi, come: valore P = $P(F>F_o) = UTPF(\nu_N, \nu_D, F_o)$

I criteri del test sono:

- Rifiutare H_o se il valore P < α
- Non rifiutare H_o se il valore P > α.

<u>Esempio 1</u> -- Si considerino due campioni provenienti da popolazioni normali tali che $n_1 = 21$, $n_2 = 31$, $s_1^2 = 0.36$ e $s_2^2 = 0.25$. Si testi l'ipotesi nulla, H_o: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, con un livello di significanza $\alpha = 0.05$, contro l'ipotesi alternativa, $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$. Per un'ipotesi bilaterale, è necessario identificare s_M e s_m, come segue:

$$s_M^2=\max(s_1^2,s_2^2) = \max(0.36,0.25) = 0.36 = s_1^2$$
$$s_m^2=\min(s_1^2,s_2^2) = \min(0.36,0.25) = 0.25 = s_2^2$$

Inoltre,

$$n_M = n_1 = 21,$$
$$n_m = n_2 = 31,$$
$$\nu_N = n_M - 1= 21\text{-}1=20,$$
$$\nu_D = n_m -1 = 31\text{-}1 =30.$$

Perciò, la statistica del test F è $F_o = s_M^2/s_m^2$=0.36/0.25=1.44

Il valore P è valore P = $P(F>F_o)$ = P(F>1.44) = UTPF(ν_N, ν_D,F_o) = UTPF(20,30,1.44) = 0.1788…

Poiché 0.1788… > 0.05, ovvero, valore P > α, di conseguenza non è possibile rifiutare l'ipotesi nulla che H_o: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

Note aggiuntive sulla regressione lineare

In questa sezione svilupperemo le idee di regressione lineare presentate precedentemente in questo capitolo e illustreremo una procedura per il test delle ipotesi sui parametri di regressione.

Metodo dei minimi quadrati

Sia x = variabile non casuale indipendente e Y = variabile casuale dipendente. La curva di regressione di Y su x è definita come la relazione tra x e la media della distribuzione corrispondente delle Y.
Si supponga che la curva di regressione di Y su x sia lineare, ovvero, che la distribuzione media delle Y sia data da $A + Bx$. Y si discosta dalla media ($A + B\cdot x$) per un valore ε, tale che $Y = A + B\cdot x + \varepsilon$, dove ε è una variabile casuale.
Per verificare visivamente se i dati seguono una tendenza lineare, tracciare uno scattergramma o diagramma di dispersione.

Supporre di avere n osservazioni appaiate (x_i, y_i); si formulino previsioni su y per mezzo di $\hat{y} = a + b\cdot x$, dove a e b sono costanti.

Definire l'errore di previsione come $e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (a + b\cdot x_i)$.

Il metodo dei minimi quadrati richiede la scelta di a, b in modo da minimizzare la somma degli errori quadratici (SSE)

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (a + bx_i)]^2$$

le condizioni

$$\frac{\partial}{\partial a}(SSE) = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial b}(SSE) = 0$$

Si ottengono le cosiddette, equazioni normali:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = a \cdot n + b \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i = a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i + b \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

Si tratta di un sistema di equazioni lineari con a e b come incognite, che può essere risolto utilizzando le funzioni della calcolatrice per le equazioni lineari. Tuttavia, non è necessario preoccuparsi di questi calcoli perché si può utilizzare l'opzione **3. Fit Data ...** disponibile nel menu ⓡ STAT , come indicato in precedenza.

Nota:

- a,b sono <u>stimatori non distorti</u> di A, B.
- Il teorema di probabilità di Gauss-Markov indica che tra tutti gli stimatori non distorti per A e B, gli stimatori dei minimi quadrati (a,b) sono i più efficienti.

Equazioni aggiuntive per la regressione lineare

Le statistiche riassuntive come Σx, Σx^2, ecc., possono essere utilizzate per definire le seguenti quantità:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = (n-1) \cdot s_x^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})^2 = (n-1) \cdot s_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)$$

Da cui ne consegue che le deviazioni standard di x e y e la covarianza di x,y sono date rispettivamente da

$$s_x = \sqrt{\frac{S_{xx}}{n-1}}, \quad s_y = \sqrt{\frac{S_{yy}}{n-1}}, \text{ and } \quad s_{xy} = \frac{S_{yx}}{n-1}$$

Inoltre, il coefficiente di correlazione del campione è $r_{xy} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \cdot S_{yy}}}$.

In termini di $\overline{x}$, $\overline{y}$, S_{xx}, S_{yy}, e S_{xy}, la soluzione delle equazioni normali è:

$$a = \overline{y} - b\overline{x}, \quad b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$$

Errore di previsione

La curva di regressione di Y su x è definita come Y = A + B·x + ε. Dato un insieme di n punti di dati (x_i, y_i), si può scrivere Y_i = A + B·x_i + ε_I, (i = 1,2,…,n), dove Y_i = variabili casuali independenti normalmente distribuite con media (A + B·x_i) e varianza comune σ^2; ε_i = variabili casuali independenti normalmente distribuite con media pari a zero e varianza comune σ^2.

Dati i seguenti valori delle variabili: y_i = valore dei dati reali, $\hat{y}_i$ = a + b·x_i = previsione dei dati con il metodo dei minimi quadrati, l'errore di previsione è: $e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (a + b \cdot x_i)$.

La stima di σ^2 è il cosiddetto <u>errore standard della stima</u>,

$$s_e^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}[y_i - (a+bx_i)]^2 = \frac{S_{yy} - (S_{xy})^2 / S_{xx}}{n-2} = \frac{n-1}{n-2} \cdot s_y^2 \cdot (1 - r_{xy}^2)$$

Intervalli di confidenza e test delle ipotesi nella regressione lineare

Di seguito sono esposti alcuni concetti ed equazioni relativi all'inferenza statistica nella regressione lineare:

- Limiti di confidenza per i coefficienti di regressione:
  Per la pendenza (B): $b - (t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e/\sqrt{S_{xx}} < B < b + (t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e/\sqrt{S_{xx}}$,
  Per l'intercetta (A):
  $a - (t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e\cdot[(1/n)+ \overline{x}^2/S_{xx}]^{1/2} < A < a + (t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e\cdot[(1/n)+ \overline{x}^2/S_{xx}]^{1/2}$, dove t segue la distribuzione t di Student con $\nu = n - 2$ gradi di libertà e n rappresenta il numero di punti nel campione.

- Test delle ipotesi sulla pendenza, B:
  Ipotesi nulla, H_0: $B = B_0$, testata contro l'ipotesi alternativa, H_1: $B \neq B_0$. La statistica del test è $t_0 = (b - B_0)/(s_e/\sqrt{S_{xx}})$, dove t segue la distribuzione t di Student con $\nu = n - 2$ gradi di libertà e n rappresenta il numero di punti nel campione. Il test è condotto come il test delle ipotesi di un valore medio, ovvero, dato il livello di significanza, α, determinare il valore critico di t, $t_{\alpha/2}$, quindi, rifiutare H_0 se $t_0 > t_{\alpha/2}$ o se $t_0 < - t_{\alpha/2}$.

  Se si esegue il test per il valore $B_0 = 0$ e si ottiene come risultato l'indicazione di non rifiutare l'ipotesi nulla, H_0: $B = 0$, allora, la validità di una regressione lineare è messa in dubbio. In altre parole, i dati del campione non avvalorano l'asserzione che $B \neq 0$. Perciò, si tratta di un test di significanza del modello di regressione.

- Test delle ipotesi sull'intercetta, A:
  Ipotesi nulla, H_0: $A = A_0$, testata contro l'ipotesi alternativa, H_1: $A \neq A_0$. La statistica del test è $t_0 = (a-A_0)/[(1/n)+ \overline{x}^2/S_{xx}]^{1/2}$, dove t segue la distribuzione t di Student con $\nu = n - 2$ gradi di libertà e n rappresenta il numero di punti nel campione. Il test è condotto come il test delle ipotesi di un valore medio, ovvero, dato il livello di significanza, α, determinare il valore critico di t, $t_{\alpha/2}$, quindi, rifiutare H_0 se $t_0 > t_{\alpha/2}$ o se $t_0 < - t_{\alpha/2}$.

- Intervallo di confidenza per il valore medio di Y, per $x = x_0$, ovvero, $\alpha+\beta x_0$:
  $$a+b\cdot x-(t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e\cdot[(1/n)+(x_0- \overline{x})^2/S_{xx}]^{1/2} < \alpha+\beta x_0 < a+b\cdot x+(t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e\cdot[(1/n)+(x_0- \overline{x})^2/S_{xx}]^{1/2}.$$

- Limiti di previsione: intervallo di confidenza per il valore previsto $Y_0=Y(x_0)$:
  $$a+b\cdot x-(t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e\cdot[1+(1/n)+(x_0- \overline{x})^2/S_{xx}]^{1/2} < Y_0 < a+b\cdot x+(t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e\cdot[1+(1/n)+(x_0- \overline{x})^2/S_{xx}]^{1/2}.$$

Procedure per le statistiche di inferenza nella regressione lineare utilizzando la calcolatrice

1) Inserire (x,y) come colonne di dati nella matrice statistica ΣDAT.
2) Creare un diagramma di dispersione per le colonne appropriate di ΣDAT e utilizzare i parametri H- e V-VIEWS appropriati per verificare la tendenza lineare.
3) Premere ⇨ STAT ▼ ▼ OK per adattare una retta ed ottenere a, b, s_{xy} (covarianza), and r_{xy} (correlazione).
4) Premere ⇨ STAT ▼ OK, per ottenere $\bar{x}$, $\bar{y}$, s_x, s_y. La colonna 1 mostrerà le statistiche per x mentre la colonna 2 mostrerà quelle per y.
5) Calcolare

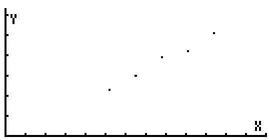
$$S_{xx} = (n-1)\cdot s_x^2 , \quad s_e^2 = \frac{n-1}{n-2}\cdot s_y^2 \cdot (1-r_{xy}^2)$$

6) Per gli intervalli di confidenza o test a due code, ottenere $t_{\alpha/2}$, con una confidenza (1-α)100%, da una distribuzione t con ν = n -2.
7) Per i test a una o due code, trovare il valore di t utilizzando l'equazione appropriata per A o B. Rifiutare l'ipotesi nulla se il `P-value` < α.
8) Per gli intervalli di confidenza utilizzare le formule appropriate come mostrato in precedenza.

Esempio 1 -- Per i dati (x,y) seguenti, determinare l'intervallo di confidenza al 95% per la pendenza B e l'intercetta A

x	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y	5.5	7.2	9.4	10.0	12.2

Inserire i dati (x,y) nelle rispettivamente colonne 1 e 2 di ΣDAT. Un diagramma di dispersione dei dati mostra la corretta tendenza lineare:



Utilizzare l'opzione `Fit Data..` disponibile nel menu ⇨ STAT , per ottenere:

```
3: '-.86 + 3.24*X'
2: Correlation: 0.989720229749
```

```
1: Covariance: 2.025
```

Questi risultati sono interpretati come a = -0.86, b = 3.24, r_{xy} = 0.989720229749 e s_{xy} = 2.025. Il coefficiente di correlazione è sufficientemente vicino a 1.0 da confermare la tendenza lineare osservata nel grafico.

Dall'opzione `Single-var…` del menu ⟨↱⟩ STAT si trova: $\overline{x}$ = 3, s_x = 0.790569415042, $\overline{y}$ = 8.86, s_y = 2.58804945857.

In seguito, con n = 5, calcolare

$$S_{xx} = (n-1)\cdot s_x^2 = (5-1)\cdot 0.790569415042^2 = 2.5$$

$$s_e^2 = \frac{n-1}{n-2}\cdot s_y^2 \cdot (1-r_{xy}^2) =$$

$$\frac{5-1}{5-2}\cdot 2.5880...^2 \cdot (1-0.9897...^2) = 0.1826...$$

Intervalli di confidenza per la pendenza (Β) e l'intercetta (Α):

- Innanzitutto, si ottiene $t_{n-2,\alpha/2} = t_{3,0.025}$ = 3.18244630528 (vedere il Capitolo 17 per un programma di risoluzione per $t_{\nu,a}$):
- In seguito, si calcolano i termini

  $(t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e/\sqrt{S_{xx}}$ = 3.182…·(0.1826…/2.5)$^{1/2}$ = 0.8602…

  $(t_{n-2,\alpha/2})\cdot s_e\cdot[(1/n)+ \overline{x}^2/S_{xx}]^{1/2}$ =
  3.1824…·√0.1826…·[(1/5)+3^2/2.5] $^{1/2}$ = 2.65

- Infine, per la pendenza Β, l'intervallo di confidenza al 95% è

  (-0.86-0.860242, -0.86+0.860242) = (-1.72, -0.00024217)

  Per l'intercetta Α, l'intervallo di confidenza al 95% è (3.24-2.6514, 3.24+2.6514) = (0.58855,5.8914).

Esempio 2 -- Si supponga che i dati di y usati nell'Esempio 1 rappresentino l'allungamento (in centesimi di pollice) di un filo metallico soggetto ad una forza x (in decine di libbre). Il fenomeno fisico è tale da supporre che l'intercetta A sia zero. Per verificare se questo è il caso, si testi l'ipotesi nulla, H_0: $A = 0$, contro l'ipotesi alternativa, H_1: $A \neq 0$, con un livello di significanza $\alpha = 0.05$.

La statistica del test è $t_0 = (a\text{-}0)/[(1/n)+ \bar{x}^2/S_{xx}]^{1/2}$ = (-0.86)/ $[(1/5)+3^2/2.5]^{½}$ = -0.44117. Il valore critico di t per $\nu = n - 2 = 3$ e $\alpha/2 = 0.025$, può essere calcolato utilizzando il risolutore numerico per l'equazione á = α = UTPT(γ,t) sviluppata nel Capitolo 17. In questo programma, γ rappresenta i gradi di libertà (n-2) e α rappresenta la probabilità di superare un certo valore di t, ovvero, $Pr[t>t_\alpha] = 1 - \alpha$. Per questo esempio, il valore del livello di significanza è $\alpha = 0.05$, g = 3 e $t_{n-2,\alpha/2} = t_{3,0.025}$. Inoltre, per $\gamma = 3$ e α = 0.025, $t_{n-2,\alpha/2} = t_{3,0.025} = 3.18244630528$. Poichè $t_0 > - t_{n-2,\alpha/2}$, non si può rifiutare l'ipotesi nulla, H_0: $A = 0$, in favore dell'ipotesi alternativa, H_1: $A \neq 0$, acon un livello di significanza $\alpha = 0.05$.
Questo risultato suggerisce che un valore di A = 0 per questa regressione lineare potrebbe essere accettabile. In fondo, il valore trovato per a, era –0.86, che è relativamente vicino a zero.

Esempio 3 – Test di significanza per la regressione lineare. Testare l'ipotesi nulla per la pendenza H_0: $B = 0$, contro l'ipotesi alternativa, H_1: $B \neq 0$, con livello di significanza $\alpha = 0.05$, per l'adattamento lineare dell'Esempio 1.

La statistica del test è $t_0 = (b - B_0)/(s_e/\sqrt{S_{xx}}) = (3.24\text{-}0)/(\sqrt{0.18266666667}/2.5)$ = 18.95. Il valore critico di t, per $\nu = n - 2 = 3$ e $\alpha/2 = 0.025$, è stato ottenuto nell'Esempio 2, come $t_{n-2,\alpha/2} = t_{3,0.025} = 3.18244630528$. Poichè, $t_0 > t_{\alpha/2}$, si deve rifiutare l'ipotesi nulla H_1: $B \neq 0$, con livello di significanza $\alpha = 0.05$, per l'adattamento lineare dell'Esempio 1.

Adattamento lineare multiplo

Si consideri un insieme di dati della forma

$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	**…**	$\mathbf{x_n}$	$\mathbf{y}$
x_{11}	x_{21}	x_{31}	…	x_{n1}	y_1
x_{12}	x_{22}	x_{32}	…	x_{n2}	y_2
x_{13}	x_{32}	x_{33}	…	x_{n3}	y_3
.	.	.		.	.
.	.	.	.	.	.
$x_{1,m-1}$	$x_{2,m-1}$	$x_{3,m-1}$	…	$x_{n,m-1}$	y_{m-1}
$x_{1,m}$	$x_{2,m}$	$x_{3,m}$	…	$x_{n,m}$	y_m

Si supponga di dover calcolare l'adattamento dei dati della forma $y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \ldots + b_n \cdot x_n$. Si può ottenere l'approssimazione dei minimi quadrati ai valori dei coefficienti $\mathbf{b} = [b_0\ b_1\ b_2\ b_3\ \ldots\ b_n]$, elaborando la matrice **X:**

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} & \cdots & x_{n1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{32} & \cdots & x_{n2} \\ 1 & x_{13} & x_{32} & x_{33} & \cdots & x_{n3} \\ . & . & . & . & & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 1 & x_{1,m} & x_{2,m} & x_{3,m} & \cdots & x_{n,m} \end{bmatrix}$$

Poi, si ricava il vettore dei coefficienti da $\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1} \cdot \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{y}$, dove $\mathbf{y}$ è il vettore $\mathbf{y} = [y_1\ y_2\ \ldots\ y_m]^T$.

Ad *esempio*, si utilizzino i dati seguenti per ottenere l'adattamento lineare multiplo

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3,$$

x_1	x_2	x_3	y
1.20	3.10	2.00	5.70
2.50	3.10	2.50	8.20
3.50	4.50	2.50	5.00
4.00	4.50	3.00	8.20
6.00	5.00	3.50	9.50

Con la calcolatrice in modalità RPN, si può procedere come segue:

Creare innanzitutto, nella propria directory HOME, una sottodirectory chiamata MPFIT (Multiple linear and Polynomial data FITting) e accedervi. Nella sottodirectory, digitare il seguente programma:

```
« → X y « X TRAN X * INV X TRAN * y * » »
```

e memorizzarlo in una variabile chiamata MTREG (MulTiple REGression).

Successivamente, inserire le matrici **X** e **b** nello stack:

[[1,1.2,3.1,2][1,2.5,3.1,2.5][1,3.5,4.5,2.5][1,4,4.5,3][1,6,5,3.5]]

ENTER ENTER (conservarne una copia supplementare)

[5.7,8.2,5.0,8.2,9.5] ENTER

Premere VAR MTREG. Il risultato è: [-2.1649…,–0.7144…,-1.7850…, 7.0941…], ovvero,

$$y = -2.1649 – 0.7144 \cdot x_1 - 1.7850 \times 10^{-2} \cdot x_2 + 7.0941 \cdot x_3 .$$

Si dovrebbe avere nello stack della calcolatrice il valore della matrice X e il vettore b, i valori adattati di y si ottengono da **y = X·b**, pertanto, basta premere × per ottenere: [5.63.., 8.25.., 5.03.., 8.22.., 9.45..].

Confrontare questi valori interpolati con i dati originali, come mostrato nella tabella in basso:

x_1	x_2	x_3	y	y-interpolato
1.20	3.10	2.00	5.70	5.63
2.50	3.10	2.50	8.20	8.25
3.50	4.50	2.50	5.00	5.03
4.00	4.50	3.00	8.20	8.22
6.00	5.00	3.50	9.50	9.45

Interpolazione polinomiale

Dato l'insieme di dati x-y $\{(x_1,y_1), (x_2,y_2), \ldots, (x_n,y_n)\}$. Si supponga di volere interpolare un polinomio o ordinare p in base a questo insieme di dati. In altre parole, si sta cercando un'interpolazione della forma $y = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 + \ldots + b_p \cdot x^p$. È possibile ottenere l'approssimazione ai minimi quadrati per i valori dei coefficienti **b** = $[b_0\ \ b_1\ \ b_2\ \ b_3\ \ldots\ b_p]$, creando la matrice **X**

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & \cdots & x_1^{p-1} & y_1^{\ p} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & \cdots & x_2^{\ p-1} & y_2^{\ p} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & \cdots & x_3^{\ p-1} & y_3^{\ p} \\ . & . & . & . & & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^3 & \cdots & x_n^{\ p-1} & y_n^{\ p} \end{bmatrix}$$

Si otterrà quindi il vettore dei coefficienti da $\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1} \cdot \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{y}$, dove **y** è il vettore $\mathbf{y} = [y_1\ y_2\ \ldots\ y_n]^T$.

Nel Capitolo 10 è stata definita la matrice di Vandermonde corrispondente al vettore $\mathbf{x} = [x_1\ x_2\ \ldots\ x_m]$. La matrice di Vandermonde è simile alla matrice **X** desiderata per l'interpolazione polinomiale, ma ha solo *n* colonne, anziché (*p+1*). È possibile sfruttare la funzione VANDERMONDE per creare la matrice **X** se si osservano le seguenti regole:

Se $p = n\text{-}1$, $\mathbf{X} = \mathbf{V}_n$.

Se $p < n\text{-}1$, si eliminino le colonne *p+2, …, n-1, n* da $\mathbf{V}_n$ per formare la matrice **X**.

Se $p > n-1$, si aggiungano le colonne $n+1, \ldots, p-1, p+1$ a $\mathbf{V}_n$ per formare la matrice **X**.

Al punto 3 di questo elenco, occorre sapere che la colonna i ($i= n+1, n+2, \ldots, p+1$) è il vettore $[x_1^i\ x_2^i \ldots x_n^i]$. Se si utilizza un elenco di valori per x anziché un vettore, ovvero, $\mathbf{x} = \{ x_1\ x_2 \ldots x_n\}$, è possibile calcolare facilmente la sequenza $\{x_1^i\ x_2^i \ldots x_n^i\}$. Quindi, è possibile trasformare questo elenco in un vettore e utilizzare il menu COL per aggiungere colonne alla matrice $\mathbf{V}_n$ fino a quando **X** è completato.

Una volta che **X** è pronto ed essendo il vettore **y** disponibile, il calcolo del vettore dei coefficienti **b** è lo stesso dell'interpolazione lineare multipla (la precedente applicazione con le matrici). Pertanto, è possibile scrivere un programma per calcolare l'interpolazione polinomiale sfruttando quello già sviluppato per l'interpolazione lineare multipla. Sarà quindi sufficiente aggiungere a tale programma le fasi dalla 1 alla 3 nell'elenco riportato in precedenza.

L'*algoritmo* per il programma, può essere scritto come segue:

Inserire i vettori **x** e **y**, aventi la stessa dimensione, sotto forma di elenchi. (Nota: siccome la funzione VANDERMONDE utilizza come input un elenco, è più pratico inserire i dati (x,y) sotto forma di elenco). Inserire inoltre il valore di p.

- Determinare n = dimensione del vettore **x**.
- Utilizzare la funzione VANDERMONDE per generare la matrice di Vandermonde $\mathbf{V}_n$ per l'elenco **x** inserito.
- If $p = n-1$, allora

  $\mathbf{X} = \mathbf{V}_n$,

  Else If $p < n-1$

  Eliminare le colonne $p+2, \ldots, n$ da $\mathbf{V}_n$ per formare la matrice **X** (Utilizzare un ciclo FOR e COL-)

  Else

  Aggiungere le colonne $n+1, \ldots, p+1$ a $\mathbf{V}_n$ per formare **X** (ciclo FOR, calcolare x^i, convertire in vettore, usare COL+)
- Convertire **y** in un vettore

- Calcolare **b** utilizzando il programma MTREG (vedere l'esempio relativo all'interpolazione lineare multipla presentato in precedenza)

Di seguito viene riportata la *traduzione dell'algoritmo* in un programma scritto utilizzando il linguaggio User RPL. Vedere il Capitolo 21 per ulteriori informazioni sulla programmazione:

```
«                            Apre il programma
 → x y p                     Inserisce gli elenchi x e y, e p (livelli 3,2,1)
 «                           Apre il sottoprogramma 1
 x SIZE → n                  Determina la dimensione dell'elenco x
 «                           Apre il sottoprogramma 2
   x VANDERMONDE             Inserisce x nello stack, ottiene Vn
   IF 'p<n-1' THEN           Questo IF implementa la fase 3 dell'algoritmo
     n                       Inserisce n nello stack
     p 2 +                   Calcola p+1
     FOR j                   Avvia il ciclo j = n-1, n-2, …, p+1, incremento = -1
         j  COL– DROP        Toglie la colonna e la elimina dallo stack
    -1 STEP                  Chiude il ciclo FOR-STEP
   ELSE
     IF 'p>n-1' THEN
       n 1 +                 Calcola n+1
       p 1 +                 Calcola p+1
       FOR j                 Avvia un ciclo con j = n, n+1, …, p+1.
         x  j  ^             Calcola x^j, sotto forma di elenco
         OBJ→ →ARRY          Converte l'elenco in array
         j COL+              Aggiunge la colonna alla matrice
       NEXT                  Chiude il ciclo FOR-NEXT
     END                     Termina la seconda clausola IF.
 END                         Termina la prima clausola IF. Il relativo risultato è X
 y  OBJ→ →ARRY               Converte l'elenco y in un array
 MTREG                       X e y usati dal programma MTREG
 →NUM                        Converte in formato decimale
 »                           Chiude il sottoprogramma 2
 »                           Chiude il sottoprogramma 1
»                            Chiude il programma principale
```

Salvarlo in una variabile chiamata POLY (interpolazione polinomiale).

Come *esempio,* utilizzare i seguenti dati per ottenere un'interpolazione polinomiale per p = 2, 3, 4, 5, 6.

x	y
2.30	179.72
3.20	562.30
4.50	1969.11
1.65	65.87
9.32	31220.89
1.18	32.81
6.24	6731.48
3.45	737.41
9.89	39248.46
1.22	33.45

Siccome verranno utilizzati gli stessi dati x-y per l'interpolazione di polinomi di diversi gradi, è consigliabile salvare gli elenchi di valori di x e y rispettivamente nelle variabili xx e yy. In questo modo, non sarà necessario digitarli nuovamente in ogni applicazione del programma POLY. Pertanto, procedere come segue:

{ 2.3 3.2 4.5 1.65 9.32 1.18 6.24 3.45 9.89 1.22 } ENTER 'xx' STO▶
{179.72 562.30 1969.11 65.87 31220.89 32.81 6731.48 737.41 39248.46 33.45} ENTER 'yy' STO▶

Per interpolare i dati con i polinomi procedere come segue:
xx yy 2 POLY, Risultato: [4527.73 -3958.52 742.23]
ossia, $y = 4527.73-3958.52x+742.23x^2$
xx yy 3 POLY, Risultato: [–998.05 1303.21 -505.27 79.23]
ossia, $y = -998.05+1303.21x-505.27x^2+79.23x^3$
xx yy 4 POLY, Risultato: [20.92 –2.61 –1.52 6.05 3.51]
ossia, $y = 20.92-2.61x-1.52x^2+6.05x^3+3.51x^4$.
xx yy 5 POLY, Risultato: [19.08 0.18 –2.94 6.36 3.48 0.00]
ossia, $y = 19.08+0.18x-2.94x^2+6.36x^3+3.48x^4+0.0011x^5$
xx yy 6 POLY, Risultato: [-16.73 67.17 –48.69 21.11 1.07 0.19 0.00]
ossia, $y = -16.72+67.17x-48.69x^2+21.11x^3+1.07x^4+0.19x^5-0.0058x^6$

Selezione dell'interpolazione ottimale

Come è possibile vedere dai risultati ottenuti, si può interpolare qualsiasi polinomio con un insieme di dati. È tuttavia lecita la domanda quale sia l'interpolazione migliore per i dati? Per aiutare a decidere qual è l'interpolazione migliore, è possibile utilizzare diversi criteri:

- Coefficiente di correlazione, r. Questo valore è compreso nell'intervallo $-1 < r < 1$. Più r si avvicina a +1 o -1, migliore sarà l'interpolazione dei dati.
- Somma dei quadrati degli errori (SSE). Si tratta della quantità che deve essere minimizzata mediante l'approccio dei minimi quadrati.
- Grafico dei residui. Si tratta del grafico dell'errore corrispondente a ciascuno dei punti dati originali. Se questi errori sono completamente casuali, il grafico dei residui non mostrerà alcuna tendenza particolare.

Prima di tentare di codificare tali criteri in un programma, verranno fornite alcune definizioni:

Dati i vettori **x** e **y** dei dati da interpolare con l'equazione polinomiale, si ottiene la matrice **X** da utilizzare per il calcolo di un vettore dei coefficienti polinomiali **b**. È possibile calcolare un *vettore dei dati interpolati*, **y**', utilizzando **y**' = **X·b**.

Un *vettore degli errori* è calcolato a partire da **e** = **y** – **y**'.

La *somma dei quadrati degli errori* è uguale al quadrato del modulo del vettore degli errori, ossia, $SSE = |\mathbf{e}|^2 = \mathbf{e} \bullet \mathbf{e} = \Sigma\, e_i^2 = \Sigma\, (y_i - y'_i)^2$.

Per calcolare il coefficiente di correlazione è necessario innanzitutto calcolare la somma nota come *somma dei quadrati totale* (SST), definita come $SST = \Sigma\, (y_i - \bar{y})^2$, è il *valore medio* dei valori $\bar{y}$ originali, ovvero $\bar{y} = (\Sigma y_i)/n$.

In termini di SSE e SST, il coefficiente di correlazione è definito da

$$r = [1-(SSE/SST)]^{1/2} .$$

Di seguito viene presentato il nuovo programma comprendente il calcolo di SSE e r (consultare nuovamente l'ultima pagina del presente capitolo per vedere come generare i nomi della variabile e del comando nel programma):

«	Apre il programma
→ x y p	Inserisce gli elenchi x e y e il numero p
«	Apre il sottoprogramma 1
x SIZE → n	Determina la dimensione dell'elenco x
«	Apre il sottoprogramma 2

x VANDERMONDE	Inserisce x nello stack, ottiene **V**n
IF ‘p<n-1’ THEN	THEN Questo IF è il passaggio 3 nell'algoritmo
n	Inserisce n nello stack
p 2 +	Calcola p+1
FOR j	Avvia il ciclo, da j = n-1 a p+1, incremento = -1
j COL– DROP	Toglie la colonna, la elimina dallo stack
-1 STEP	Chiude il ciclo FOR-STEP
ELSE	
IF ‘p>n-1’ THEN	
n 1 +	Calcola n+1
p 1 +	Calcola p+1
FOR j	Avvia il ciclo con j = n, n+1, …, p+1.
x j ^	Calcola $\mathbf{x}^j$, sotto forma di elenco
OBJ→ →ARRY	Converte l'elenco in array
j COL+	Aggiunge la colonna alla matrice
NEXT	Chiude il ciclo FOR-NEXT
END	END Termina la seconda clausola IF.
END	END Termina la prima clausola IF. Produce **X**
y OBJ→ →ARRY	Converte l'elenco **y** in un array
→ X yv	Inserisce la matrice e l'array come X e y
«	Apre il sottoprogramma 3
X yv MTREG	**X** e **y** usati dal programma MTREG
→NUM	Se necessario, esegue la conversione in virgola mobile
→ b	Vettore ottenuto passato come b
«	Apre il sottoprogramma 4
b yv	Inserisce **b** e yv nello stack
X b *	Calcola **X·b**
-	Calcola **e = y - X·b**
ABS SQ DUP	Calcola SSE, fa una copia
y ΣLIST n /	Calcola $\overline{y}$
n 1 →LIST SWAP CON	CON Crea il vettore di *n* valori di $\overline{y}$
yv – ABS SQ	Calcola SST
/	Calcola SSE/SST
NEG 1 + √	Calcola r = [1–SSE/SST]$^{1/2}$
“r” →TAG	Applica il tag "r" al risultato
SWAP	Scambia i livelli di stack 1 e 2

```
    "SSE" →TAG        Applica il tag SSE al risultato
   »                  Chiude il sottoprogramma 4
  »                   Chiude il sottoprogramma 3
 »                    Chiude il sottoprogramma 2
»                     Chiude il sottoprogramma 1
»                     Chiude il programma principale
```

Salvare questo programma con il nome POLYR, in riferimento al calcolo del coefficiente di correlazione r.

Se si utilizza il programma POLYR per i valori di p compresi tra 2 e 6, si ottiene la seguente tabella di valori del coefficiente di correlazione, r, e la somma dei quadrati degli errori, SSE:

p	*r*	*SSE*
2	0.9971908	10731140.01
3	0.9999768	88619.36
4	0.9999999	7.48
5	0.9999999	8.92
6	0.9999998	432.60

Mentre il coefficiente di correlazione risulta molto prossimo a 1.0 per tutti i valori di p nella tabella, i valori di SSE variano ampiamente. Il valore minimo di SSE si ha per p = 4. Pertanto, è possibile selezionare la seguente interpolazione ottimale dei dati polinomiali per i dati x-y originali:

$$y = 20.92-2.61x-1.52x^2+6.05x^3+3.51x^4.$$

Capitolo 19
Numeri in Basi Differenti

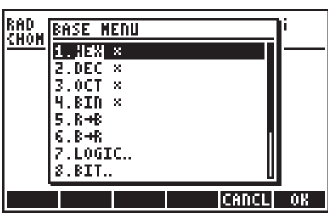
In questo Capitolo verranno presentati esempi di calcolo di numeri in basi differenti da quella decimale.

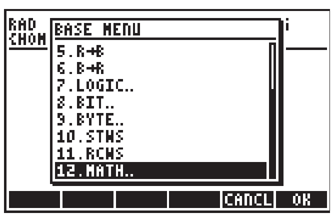
Definizioni

Il sistema numerico utilizzato per l'aritmetica di tutti i giorni è conosciuto come sistema *decimale* poiché utilizza 10 cifre (in latino, deca), cioè da 0 a 9, per scrivere qualsiasi numero reale. I computer, invece, utilizzano un sistema basato su due possibili stati, detto sistema *binario*. Questi due stati sono rappresentati da 0 e 1, ON e OFF, oppure livello alto e basso di tensione. I computer utilizzano anche un sistema numerico basato su otto cifre (0-7) o *sistema ottale*, e un sistema a sedici cifre (0-9, A-F) o sistema *esadecimale*. Come nel sistema decimale, la posizione relativa delle cifre ne determina il valore. In generale, un numero n in base b può essere scritto come una serie di cifre n = $(a_1a_2 \ldots a_n.c_1c_2 \ldots c_m)_b$. La "virgola" separa le cifre *n* "intere" dalle cifre m "decimali". Il valore del numero, convertito nel nostro sistema decimale abituale, si calcola utilizzando $n = a_1 \cdot bn^{-1} + a_2 \cdot b^{n-2} + \ldots + a_n b^0 + c_1 \cdot b^{-1} + c_2 \cdot b^{-2} + \ldots + c_m \cdot b^{-m}$. Ad esempio, $(15.234)_{10} = 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$, e $(101.111)_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$

Menu BASE

Mentre la calcolatrice solitamente opera utilizzando il sistema decimale, è possibile comunque realizzare calcoli utilizzando il sistema binario, ottale, o esadecimale. Molte delle funzioni per la manipolazione dei sistemi numerici diversi dal sistema decimale sono disponibili nel menu BASE, accessibile premendo ↱ BASE (il tasto 3). Con il flag di sistema 117 impostato su riquadri di SELEZIONE, il menu BASE visualizza le seguenti voci:





Con il flag di sistema 117 impostato sui menu FUNZIONE, il menu BASE visualizza le seguenti voci:

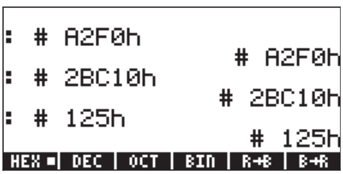
Con questo formato, è evidente che le voci LOGIC, BIT, e BYTE contenute nel menu BASE sono a loro volta sottomenu. Questi menu verranno trattati più avanti in questo Capitolo.

Funzioni HEX (Esadecimale), DEC (Decimale), OCT (Ottale), e BIN (Binario)

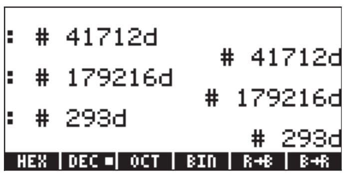
I numeri in sistemi non decimali sono scritti preceduti dal simbolo # sulla calcolatrice. Il simbolo # è disponibile premendo ⬅ # (il tasto 3). Per selezionare quale sistema numerico (base corrente) verrà utilizzato per i numeri preceduti dal simbolo #, selezionare una delle seguenti funzioni nel menu BASE, cioè HEX , DEC , OCT , o BIN . Ad esempio, se si seleziona HEX ■ qualsiasi numero digitato sulla calcolatrice che cominci con il simbolo # sarà un numero in base esadecimale. Pertanto, è possibile scrivere numeri come #53, #A5B ecc. in questo sistema. Se si selezionano sistemi differenti, i numeri saranno automaticamente convertititi nella nuova base corrente.

I seguenti esempi mostrano gli stessi tre numeri scritti con il simbolo # in basi differenti:

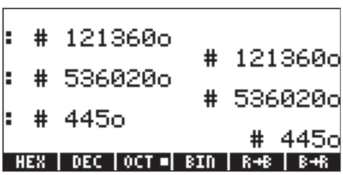
HEX



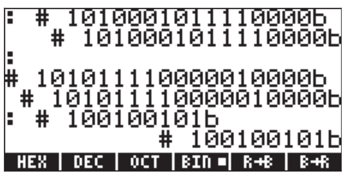
DEC



OCT



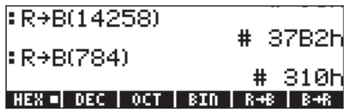
BIN



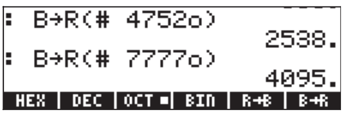
Come il sistema decimale (DEC) è formato da 10 cifre (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), quello esadecimale (HEX) è formato da 16 cifre (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F), quello ottale (OCT) da 8 cifre (0,1,2,3,4,5,6,7), e quello binario (BIN) da sole due cifre (0,1).

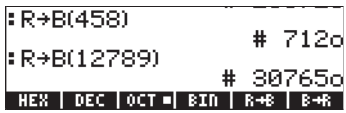
Conversione tra sistemi numerici

Indipendentemente dal sistema numerico selezionato, ci si riferisce ad esso come <u>sistema binario</u> allo scopo di utilizzare le funzioni R→B e B→R. Ad esempio, se si seleziona HEX■ , la funzione B→R convertirà qualsiasi numero esadecimale (preceduto da #) in un numero decimale, mentre la funzione R→B opererà in direzione opposta. Provare i seguenti esercizi, il sistema esadecimale HEX è la base corrente:

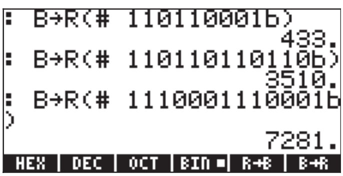


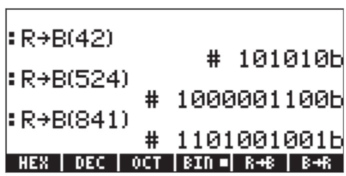
I seguenti esempi mostrano le conversioni a partire dal sistema ottale come base:





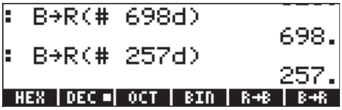
Vengono inoltre presentate conversioni utilizzando il sistema binario come base corrente:





Notare che ogni volta che si inserisce un numero che sia preceduto dal simbolo #, si ottiene come voce il numero inserito preceduto dal simbolo # e seguito dalla lettera h, dalla lettera o, oppure dalla lettera b (sistema esadecimale, ottale, o binario). Il tipo di lettera utilizzato come suffisso dipende da quale sistema numerico non decimale è stato selezionato: esadecimale (HEX), ottale (OCT), o binario (BIN).

Per vedere cosa succede se si seleziona la configurazione DEC provare le seguenti conversioni:



L'unico effetto nel selezionare il sistema decimale (DEC) è che i numeri decimali, se preceduti dal simbolo #, vengono scritti con il suffisso d.

Wordsize

Si definisce wordsize il numero di bit in un oggetto binario. Come impostazione predefinita, la wordsize è di 64 bit. La funzione RCWS (Richiama Wordsize) mostra la wordsize corrente. La funzione STWS (Imposta Wordsize) permette all'utente di reimpostare la wordsize su qualsiasi numero compreso tra 0 e 64.

La modifica della wordsize influirà sul modo in cui verranno effettuate le operazioni su numeri interi binari. Ad esempio, se un numero intero binario supera la wordsize corrente, i bit di testa verranno eliminati prima che si possa effettuare una qualsiasi operazione su quel numero.

Operazioni con numeri interi binari

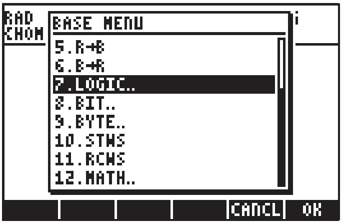
Le operazioni di addizione, sottrazione, cambio di segno, moltiplicazione e divisione sono definite per numeri interi binari. Vengono mostrati alcuni esempi di addizione e sottrazione, per basi correnti differenti:

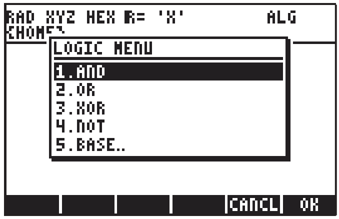
#A02h + #12Ah = #B2Ch
#2562d + #298d = #2860d
#5002o + #452o = #5454o
#101000000010b + #100101010b = #101100101100b

#A02h - #12Ah = #8D8h
#2562d - #298d = #2264d
#5002o - #452o = #4330o
#101000000010b - #100101010b = #100011011000b

Menu LOGIC (Logica)

Il menu LOGIC, disponibile all'interno del menu (⤴ BASE) BASE, fornisce le seguenti funzioni:





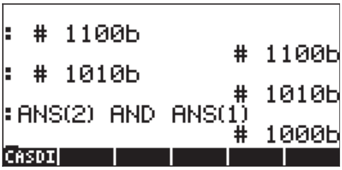
Le funzioni AND (e), OR (o), XOR (o esclusiva), e NOT (non) sono funzioni logiche. I dati per queste funzioni sono due valori o espressioni (una nel caso della funzione NOT) che possono essere espressi come risultati binari logici, vale a dire come 0 o 1. I confronti di numeri tramite gli operatori comparativi =, ≠, >, <, ≤, e ≥, sono formulazioni logiche che possono essere vere (1) o false (0). Alcuni esempi di formulazioni logiche vengono mostrati di seguito:

Le funzioni AND, OR, XOR, e NOT possono essere applicate alle dichiarazioni comparative secondo le seguenti regole:

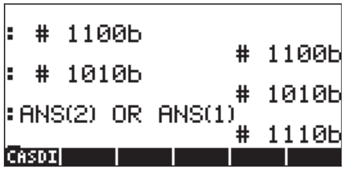
1 AND 1 = 1	1 AND 0 = 0	0 AND 1 = 0	0 AND 0 = 0
1 OR 1 = 1	1 OR 0 = 1	0 OR 1 = 1	0 OR 0 = 0
1 XOR 1 = 0	1 XOR 0 = 1	0 XOR 1 = 1	0 XOR 0 = 0
NOT(1) = 0	NOT(0) = 1		

Queste funzioni possono essere utilizzate per costruire formulazioni logiche a scopo di programmazione. Nel contesto del presente Capitolo, saranno utilizzate per fornire il risultato di operazioni bit per bit in linea con le regole fornite precedentemente. Nei seguenti esempi, il sistema numerico utilizzato come base è indicato tra parentesi:

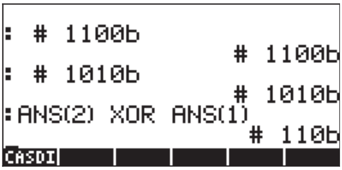
AND (BIN)



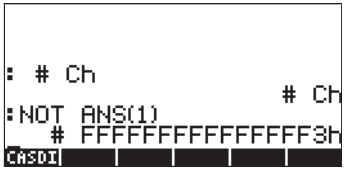
OR (BIN)



XOR (BIN)

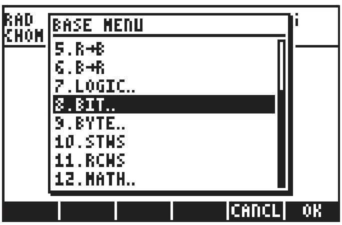


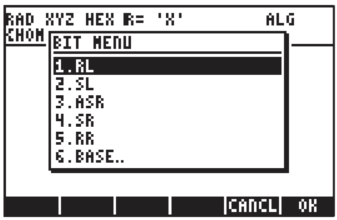
NOT (HEX)



Menu BIT

Il menu BIT, disponibile dal (BASE) BASE, fornisce le seguenti funzioni:



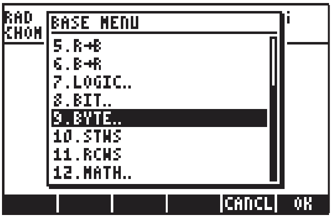


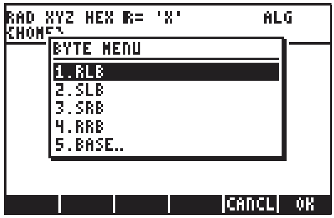
Le funzioni RL, SL, ASR, SR, RR, contenute nel menu BIT, sono utilizzate per manipolare i bit in un numero intero binario. Le definizioni di queste funzioni vengono mostrate di seguito:

RL: Rotazione a sinistra un bit, ad es. #1100b → #11000b
SL: Scambiare a sinistra un bit, ad es. #1101b → #11010b
ASR: Traslazione aritmetica di un bit a destra, ad es. #1100010b → #110001b
SR: Traslazione di un bit a destra, ad es. #11011b →#1101b
RR: Rotazione a destra un bit, ad es. #1101b → #1000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001b

Menu BYTE

Il menu BYTE, disponibile dal (→ BASE) BASE, fornisce le seguenti funzioni:





Le funzioni RLB, SLB, SRB, RRB, contenute nel menu BIT, sono utilizzate per manipolare i bit in un numero intero binario. Le definizioni di queste funzioni vengono mostrate di seguito:

RLB: Rotazione a sinistra di un byte, ad es. #1100b → #110000000000b

SLB: Traslazione a sinistra di un byte, ad es. #1101b → #110100000000b

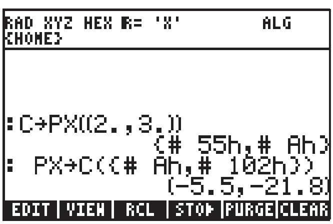
SRB: Traslazione a destra di un byte, ad es. #11011b →#0b

RRB: Rotazione a destra di un byte, ad es. #1101b → #110100000000000000000000000000000000000000000000000000000000b

Numeri esadecimali per riferimenti ai pixel

Molte specifiche delle opzioni relative ai grafici utilizzano riferimenti ai pixel come dati, ad esempio {#332h #A23h} #Ah 0. 360. ARC, per disegnare l'arco di una circonferenza. Si utilizzano le funzioni C→PX (Coordinate→Pixel) e PX→C (Pixel→Coordinate) per convertire rapidamente le coordinate in unità definite dall'utente e i riferimenti ai pixel. Queste funzioni si possono trovare tramite il Command Catalog (→ CAT).

Di seguito vengono mostrati alcuni esempi:



Capitolo 20
Personalizzazione dei menu e della tastiera

Utilizzando i molti menu della calcolatrice, gli utenti sono ormai a conoscenza del funzionamento dei menu in molteplici applicazioni. L'utente sarà inoltre ormai esperto nell'uso di molte funzioni disponibili utilizzando la tastiera, direttamente o in combinazione con i tasti shift sinistro (←), shift destro (→) o ALPHA (ALPHA). Nel presente Capitolo verranno forniti esempi di menu e tasti personalizzati che possano risultare utili per le proprie applicazioni.

Personalizzazione dei menu

Un menu personalizzato è un menu creato dall'utente. Le specifiche del menu vengono memorizzate nelle variabili riservate CST. Pertanto, per creare un menu è necessario associare questa variabile con le caratteristiche che si desidera visualizzare nel proprio menu e le azioni richieste dai tasti funzione. Per mostrare esempi di menu personalizzati è necessario impostare il flag di sistema 117 su menu FUNZIONE. Assicurarsi di effettuare l'impostazione prima di continuare (Vedere Capitolo 2 per le istruzioni su come impostare i flag di sistema).

Menu PRG/MODES/MENU (Programmi/Modalità/Menu)

I comandi utili per la personalizzazione dei menu vengono forniti nel menu MENU, accessibile dal menu PRG (← PRG). Impostando il flag di sistema 117 su menu FUNZIONE, la sequenza ← PRG NXT MODES MENU restituisce il seguente menu funzione MENU:

Le funzioni disponibili sono:

MENU: Attiva un menu, se viene indicato il rispettivo numero

CST: In riferimento alla variabile CST, → CST mostra i contenuti di CST.

TMENU: Utilizzato al posto di MENU per creare un menu temporaneo senza sovrascrivere i contenuti di CST

RCLMENU: RCLMENU (Richiama Menu): Restituisce il numero del menu corrente

Numeri di menu (funzioni RCLMENU e MENU)

Ciascun menu predefinito ha un numero ad esso collegato. Ad esempio, attivare il menu MTH (← MTH). Quindi, utilizzando il Function Catalog (→ CAT), trovare la funzione RCLMENU e attivarla. In modalità ALG premere semplicemente ENTER quando il display visualizza `RCLMENU()`. Il risultato è il numero 3.01. Pertanto è possibile attivare il menu MTH utilizzando `MENU(3.01)`, in modalità ALG, o `3.01 MENU`, in modalità RPN.

La maggior parte dei menu può essere attivata senza conoscerne il numero utilizzando la tastiera. Ci sono, comunque, alcuni menu non accessibili da tastiera. Ad esempio, il menu funzione STATS (Statistiche) è accessibile soltanto utilizzando la funzione MENU. Il suo numero è 96.01. Utilizzare `MENU(96.01)` in modalità ALG, o `96.01 MENU` in modalità RPN, per ottenere il menu funzione STAT.

Nota: il numero 96.01 in questo esempio significa il primo (01) sottomenu del menu 96.

Menu personalizzati (funzioni MENU e TMENU)

Si supponga di dover attivare quattro funzioni per una particolare applicazione. Ad esempio nel caso in cui sia necessario l'accesso rapido alle funzioni EXP, LN, GAMMA e ! (ALPHA → 2) e si desideri collocarle in un menu funzione che verrà mantenuto attivo per un certo periodo. Sarà possibile farlo creando un menu temporaneo utilizzando la funzione TMENU, o un menu permanente con la funzione MENU. La differenza principale è che la funzione MENU crea la variabile CST, mentre la funzione TMENU non la crea. Una volta creata la variabile CST permanentemente nella propria sottodirectory è comunque possibile riattivare il menu utilizzando le specifiche in CST premendo ← CUSTOM . Con la funzione TMENU, le specifiche del menu vengono perse nel momento in cui si sostituisce il menu temporaneo con un altro menu.

Ad esempio, in modalità RPN, un menu si crea utilizzando:

{EXP LN GAMMA !} ENTER TMENU ENTER

oppure

{EXP LN GAMMA !} ENTER MENU ENTER

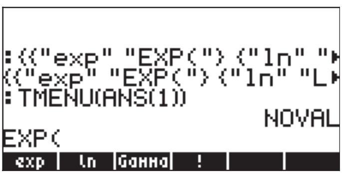
per ottenere il seguente menu:

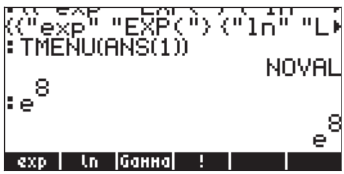
Per attivare una qualsiasi di queste funzioni basta semplicemente inserire l’argomento della funzione (un numero) e quindi premere il tasto del menu funzione corrispondente.

In modalità ALG, l’elenco da inserire come argomento della funzione TMENU o della funzione MENU è più complesso:

{{“exp”,”EXP(“},{“ln”,”LN(“},{“Gamma”,”GAMMA(“},{“!”,”!(“}}

Il motivo è che, in modalità RPN, i nomi dei comandi sono sia etichette del menu funzione sia comandi. In modalità ALG, i nomi dei comandi non produrranno alcuna azione poiché le funzioni ALG devono essere seguite da parentesi e argomenti. Nell’elenco mostrato in alto (per la modalità ALG), all’interno di ogni sottoelenco si ha un'etichetta per il tasto, ad esempio “exp“, seguita dal modo in cui la funzione verrà inserita nello stack. In questo modo l’argomento della funzione può essere digitato direttamente, ad esempio “EXP(“. Non è necessario preoccuparsi delle parentesi di chiusura in quanto la calcolatrice chiuderà le parentesi prima di eseguire la funzione. L’implementazione della funzione TMENU in modalità ALG con l’elenco di argomenti mostrato in alto è la seguente. Per prima cosa, si inserisce l’elenco, quindi si crea il menu temporaneo (vedere etichette dei tasti menu) utilizzando la funzione TMENU(ANS(1)). Viene mostrato inoltre, sul lato sinistro, il risultato che si ottiene premendo il tasto del menu funzione exp exp! cioè il prompt EXP(. Dopo aver digitato 8 ENTER il risultato dell’operazione viene mostrato sul lato destro:





Una versione semplificata del menu può essere definita utilizzando

MENU({{”EXP(“,“LN(“,“GAMMA(“,”!(“}).

Menu RPN avanzato

L’elenco presentato in alto per la modalità ALG, può essere modificato leggermente per utilizzarlo in modalità RPN. L’elenco modificato apparirà così:

{{“exp”,EXP},{“ln”,LN},{“Gamma”,GAMMA},{“!”,!}}

È possibile provare ad usare questo elenco con le funzioni TMENU o MENU in modalità RPN per verificare di aver ottenuto lo stesso menu ottenuto in precedenza in modalità ALG.

Specifiche dei menu e variabile CST

Dai due esercizi mostrati in alto si nota che l'elenco di specifiche del menu più generale include una serie di sottoelenchi pari al numero di opzioni da visualizzare nel proprio menu personalizzato. Ciascun sottoelenco contiene un'etichetta per il tasto del menu seguita da una funzione, espressione, etichetta o da altro oggetto che costituisce l'effetto del tasto del menu quando questo viene premuto. A differenza della modalità RPN, la modalità ALG richiede particolare attenzione nell'indicazione del'elenco del menu. In modalità RPN, l'azione del tasto menu può essere semplicemente un comando della calcolatrice (ad esempio EXP, LN ecc., come mostrato in alto), mentre in modalità ALG deve essere una stringa nel prompt dei comandi, il cui argomento deve essere fornito dall'utente prima di premere ENTER e completare il comando. Gli esempi in alto illustrano la differenza.

La forma generale dell'elenco argomenti per i comandi TMENU o MENU in modalità ALG è

{"label1","function1(","ls1(","rs1("}, {"label2", "function2(","ls2(","rs2("},…}

In modalità RPN, invece, l'elenco argomenti ha questo formato

{"label1", function1, ls1, rs1}, {"label2", function2, ls2, rs2},…}

In queste specifiche, function1, function2 ecc., rappresentano la funzione principale del tasto, mentre ls1, ls2, … ecc., rappresentano la funzione del tasto se premuto in combinazione con il tasto shift sinistro. Allo stesso modo, rs1, rs2, … ecc., rappresentano la funzione del tasto se premuto in combinazione con il tasto shift destro. Questo elenco verrà memorizzato nella variabile CST se si utilizza il comando MENU. È possibile avere una diversa variabile CST in ogni sottodirectory, ed è possibile in ogni momento sostituire i contenuti correnti di CST con quelli di altre variabili, memorizzando l'elenco correttamente formattato per produrre un altro menu personalizzato.

Nota: è possibile utilizzare un GROB 21x8 (vedere il Capitolo 22) per produrre un'icona nei tasti funzione. Ad esempio, provare, in modalità RPN:

{{GROB 21 8 00000EF908FFF900FFF9B3FFF9A2FFF9A3FFF9A0FFF388FF
"hp" }}
ENTER MENU

In questo modo si associerà il logo hp al tasto F1 . Premendo F1 si collocherà il testo 'hp' nella riga di comando

Personalizzazione della tastiera

Ogni tasto sulla tastiera può essere identificato da due numeri che rappresentano la sua riga e la sua colonna. Ad esempio, il tasto VAR (VAR) si trova alla riga 3 della colonna 1 e verrà identificato come tasto 31. Ora, siccome ogni tasto possiede fino a dieci funzioni associate, ogni funzione è specificata da cifre decimali comprese tra 0 e 1, secondo le seguenti specifiche:

.0 oppure 1, tasto senza shift	0.01 oppure 0.11, non applicabile
.2, tasto premuto in combinazione con ↰	.21, tasto premuto simultaneamente a ↰
.3, tasto premuto in combinazione con ↱	.31, tasto premuto simultaneamente a ↱
.4, tasto premuto in combinazione con ALPHA	.41, tasto premuto in combinazione con ALPHA
.5, tasto premuto in combinazione con ALPHA ↰	.51, ALPHA tasto premuto in combinazione con ↰
.6, tasto premuto in combinazione con ALPHA ↱	.61, ALPHA tasto premuto in combinazione con ↱

Pertanto, si identificherà la funzione VAR con il tasto 31.0 o 31.1, mentre si identificheranno la funzione UPDIR con il tasto 31.2, la funzione COPY con il tasto 31.3, la J maiuscola con il tasto 31.4, e la j minuscola con il tasto 31.5. (Il tasto 31.6 non è definito). In generale, un tasto sarà definito dalla combinazione XY.Z, dove X = numero riga, Y = numero colonna, Z = pressione del tasto shift.

È possibile combinare un tasto determinato con il tasto USER (Utente) (shift sinistro associato al tasto ALPHA, oppure ↰ USER) per creare azioni personalizzate del tasto. In linea di principio, l'intera tastiera può essere ridefinita per svolgere numerose operazioni personalizzate.

Sottomenu PRG/MODES/KEYS (Programmi/Modalità/Tasti)

I comandi utili per la personalizzazione della tastiera si trovano all'interno del menu KEYS, accessibile dal menu PRG (↰ PRG). Impostando il flag di sistema 117 su menu FUNZIONE, la sequenza ↰ PRG NXT MODES KEYS

fornisce il seguente menu funzione KEYS:

Le funzioni disponibili sono:

ASN: Assegna un oggetto a un tasto specificato da XY.Z
STOKEYS: Memorizza l'elenco dei tasti definiti dall'utente
RCLKEYS: Restituisce l'elenco corrente dei tasti definiti dall'utente
DELKEYS: Cancella l'assegnazione di uno o più tasti nell'elenco tasti corrente definito dall'utente, gli argomenti sono 0, per cancellare l'assegnazione di tutti i tasti definiti dall'utente, oppure XY.Z, per cancellare l'assegnazione del tasto XY.Z.

Richiamo dell'elenco corrente dei tasti definiti dall'utente

Utilizzare il comando RCLKEYS per visualizzare l'elenco corrente dei tasti definiti dall'utente. Prima di qualsiasi assegnazione dei tasti da parte dell'utente, il risultato sarà un elenco che contiene la lettera S, vale a dire, {S}.

Assegnazione di un oggetto a un tasto definito dall'utente

Nel caso in cui si voglia accedere al vecchio comando PLOT, introdotto per la prima volta nelle calcolatrici della serie HP 48G, ma attualmente non direttamente disponibile da tastiera, il numero di tale menu è 81.01. È possibile rendere attivo questo menu utilizzando

In modalità ALG:`MENU(81.01)`

In modalità RPN:`81.01` ENTER `MENU` ENTER

Se si desidera disporre di un modo rapido per attivare questo menu da tastiera, è possibile assegnarlo al tasto GRAPH (F3) il cui numero di riferimento è 13.0, vale a dire prima riga, terza colonna, funzione principale. Per assegnare un oggetto a un tasto utilizzare la funzione ASN (Assegna), nel seguente modo:

In modalità ALG: `ASN(<<MENU(81.01)>>,13.0)`

In modalità RPN: `<< 18.01 MENU >>` ENTER `13.0` ENTER `ASN`

Un altro menu utile è l'originale menu SOLVE (descritto alla fine del Capitolo 6 in questa Guida), che può essere attivato utilizzando ↱ (tenere premuto) 7.

Attivazione dei tasti definiti dall'utente

Per utilizzare questo tasto definito dall'utente, digitare [←][USER] prima di premere il tasto [F3]. Notare che dopo aver premuto [←][USER] lo schermo mostra la specifica `1USR` nella seconda riga del display. Dopo aver premuto [←][USER] [F3] per questo esempio, si dovrà richiamare il menu PLOT nel seguente modo:

Se si sono impostati diversi tasti definiti dall'utente e non si vuole azionarne più di uno per volta, è possibile bloccare la tastiera in modalità USER digitando [←][USER] [←][USER] prima di premere i tasti definiti dall'utente. Con la tastiera bloccata in modalità USER, verrà visualizzata la specifica `USR` nella seconda riga del display. Per sbloccare la tastiera premere nuovamente [←][USER] .

Rimozione dell'assegnazione di un tasto definito dall'utente

Per rimuovere l'assegnazione eseguita in precedenza, utilizzare la funzione DELKEYS, nel modo seguente:

In modalità ALG: `DELKEYS(13.0)`
In modalità RPN: `13.0` [ENTER] `DELKEYS` [ENTER]

Assegnazione multipla di tasti definiti dall'utente

Il modo più semplice per assegnare diversi tasti definiti dall'utente è di fornire un elenco di comandi e di specifiche dei tasti. Ad esempio, supponendo di voler assegnare le tre funzioni trigonometriche (SIN, COS, TAN) e le tre funzioni iperboliche (SINH, COSH, TANH), rispettivamente ai tasti da [F1] a [F6], come tasti definiti dall'utente, in modalità RPN utilizzare:

`{SIN 11.0 COS 12.0 TAN 13.0 SINH 14.0 COSH 15.0 TANH 16.0}` [ENTER] `STOKEYS` [ENTER]

in modalità ALG utilizzare:

`STOKEYS({"SIN(" , 11.0, "COS(", 12.0, "TAN(", 13.0, "SINH(", 14.0, "COSH(", 15.0, "TANH(", 16.0})` [ENTER]

Attivare questi tasti utilizzando, ad esempio, in modalità RPN:

[5][←][USER][F1] [4][←][USER][F2] [6][←][USER][F3]
[2][←][USER][F4] [1][←][USER][F5] [2][←][USER][F6]

Per rimuovere l'assegnazione di tutti i tasti definiti dall'utente utilizzare:
In modalità ALG: `DELKEYS(0)` In modalità RPN: `0 DELKEYS`

Controllare che le definizioni dei tasti definiti dall'utente siano state rimosse utilizzando la funzione RCLKEYS.

Capitolo 21
Programmazione in linguaggio User RPL

Il linguaggio User RPL è il linguaggio di programmazione più comunemente utilizzato per programmare le calcolatrici. I componenti del programma possono essere assemblati nell'editor di riga includendoli tra i simboli di delimitazione programma « » nell'ordine appropriato. La maggior parte degli esempi in questo Capitolo verrà presentata in modalità RPN: questo perché tra gli utenti della calcolatrici è più diffusa la programmazione in questa modalità. Inoltre, per facilitare l'inserimento di comandi di programmazione, si raccomanda di impostare il flag di sistema 117 su SOFT menu (Menu FUNZIONE). I programmi funzionano altrettanto bene in modalità ALG una volta testati ed eseguito il debug in modalità RPN. Se si preferisce lavorare in modalità ALG, è sufficiente imparare la programmazione in modalità RPN, quindi reimpostare la modalità operativa su ALG per eseguire i programmi. Un semplice esempio di programmazione in User RPL in modalità ALG è presentato all'ultima pagina del presente Capitolo.

Esempio di programmazione

Nei precedenti capitoli di questa guida, sono stati presentati numerosi programmi che possono essere utilizzati per molteplici applicazioni (ad esempio i programmi CRMC e CRMT, utilizzati per creare una matrice da un numero di elenchi, sono stati presentati nel Capitolo 10). In questa sezione viene presentato un semplice programma per introdurre i concetti relativi alla programmazione di calcolatrici. Il programma che verrà presentato, è utilizzato per definire la funzione $f(x) = \sinh(x)/(1+x^2)$, che accetta degli elenchi come argomento (cioè, x può essere un elenco di numeri, come descritto nel Capitolo 8). Nel Capitolo 8 si è affermato che il segno di addizione (+), agisce come operatore concatenante per gli elenchi e non può dare come risultato una somma termine a termine. Per ottenere una sommatoria termine a termine degli elenchi, è necessario utilizzare l'operatore ADD. Pertanto, per definire la funzione mostrata in alto si utilizzerà il seguente programma:

```
«'x' STO x SINH 1 x SQ ADD / 'x' PURGE »
```

Per inserire il programma procedere come istruzioni:

Sequenza di tasti:	Risultato:	Interpretato come:
[→] « »	«	Avviare un programma RPL
['] [ALPHA] [←] [X] [▶] [STO▶]	'x' STO	Memorizzare il livello 1 nella variabile x
[ALPHA] [←] [X]	x	Collocare x nel livello 1
[←] MTH HYP SINH	SINH	Calcolare il seno iperbolico (sinh) del livello 1

[/][SPC][ALPHA][←][X] [←][x^2]	`1 x SQ`	Inserire 1 e calcolare x^2
[←][MTH] LIST ADD	ADD	Calcolare $(1+x^2)$,
[÷]	/	quindi dividere
['][ALPHA][←][X][▶]	`'x'`	
[←][PRG] MEM DIR PURGE	`PURGE`	Eliminare la variabile x
[ENTER]		Programmare nel livello 1

Per salvare il programma utilizzare: ['][ALPHA][←][G][STO▶]

Premere [VAR] per recuperare il proprio menu variabili e valutare g(3.5) inserendo il valore dell'argomento nel livello 1 ([3][•][5][ENTER]), quindi premere g. Il risultato è 1.2485…, vale a dire g(3.5) = 1.2485. Provare inoltre ad ottenere g({1 2 3}), inserendo l'elenco nel livello 1 del display: [←][{}] [1][SPC][2][SPC][3][ENTER] e premendo g. Il risultato ora è {SINH(1)/2 SINH(2)/5 SINH(3)/10}, se il CAS è impostato sulla modalità `EXACT`. Se invece è impostato in modalità APPROXIMATE, il risultato sarà {0.5876… 0.7253… 1.0017…}.

Sottoprogrammi e variabili globali e locali

Il programma g, definito in alto, può essere visualizzato come

```
« 'x' STO x SINH 1 x SQ ADD / 'x' PURGE »
```

utilizzando [→] g.

Notare che il programma utilizza x come nome della variabile per memorizzare il valore collocato nel livello 1 dello stack tramite i passaggi di programmazione `'x' STO`. La variabile x, mentre il programma è in esecuzione, è memorizzata nel menu variabili come qualsiasi altra variabile precedentemente memorizzata. Dopo aver calcolato la funzione, il programma rimuove in modo permanente (elimina) la variabile x in modo che non compaia nel menu variabili dopo aver terminato la valutazione del programma. Se la variabile x non viene eliminata permanentemente dal programma, il suo valore risulterebbe ancora disponibile dopo l'esecuzione dello stesso. Per questo motivo, la variabile x, così come è stata utilizzata in questo programma, viene definita *variabile globale.* L'utilizzo di x come variabile globale comporta quanto segue: se in precedenza è stata definita una variabile denominata x, il suo valore verrebbe sostituito dal valore utilizzato dal programma, quindi essa verrebbe completamente eliminata dal menu variabili dopo l'esecuzione del programma.

Dal punto di vista della programmazione, pertanto, una *variabile globale* è una variabile che è accessibile all'utente dopo l'esecuzione del programma. È possibile utilizzare all'interno del programma una variabile locale che sia definita soltanto per quel programma e che non sarà disponibile per l'utilizzo dopo l'esecuzione del programma stesso. Il precedente programma potrebbe essere modificato per visualizzare:

« → x « x SINH 1 x SQ ADD / » »

Il simbolo freccia (→) si ottiene premendo il tasto shift destro unitamente al tasto 0, cioè →. Inoltre, si tenga presente che esistono ulteriori simboli per la programmazione (« ») che stanno a indicare l'esistenza di un _sottoprogramma_, riportato di seguito « x SINH 1 x SQ ADD / », all'interno del programma principale. Il programma principale inizia con la combinazione → x, che rappresenta l'assegnazione del valore nel livello 1 dello stack a una _variabile locale_ x. Quindi, la sequenza del programma continua all'interno del sottoprogramma posizionando *x* nello stack, calcolando *SINH(x),* posizionando *1* nello stack, posizionando *x* nello stack, elevando *x al quadrato*, aggiungendo *1* a *x*, e dividendo il livello 2 dello stack (*SINH(x)*) per il livello 1 dello stack ($1+x^2$). Il controllo del programma torna quindi al programma principale, ma non ci sono più comandi tra il primo gruppo di simboli di chiusura della programmazione (») e il secondo, pertanto il programma termina. L'ultimo valore nello stack, vale a dire $SINH(x)/(1+x^2)$, viene restituito come output del programma.

La variabile x nell'ultima versione del programma non occupa mai una posizione tra le variabili del menu variabili. Essa opera all'interno della memoria della calcolatrice senza influire su alcuna variabile del menu variabili che abbia lo stesso nome. Per questo motivo, la variabile x in questo caso è definita come una variabile locale del programma, o semplicemente _variabile locale_.

Nota: per modificare il programma, inserire il nome del programma nello stack (' ENTER), quindi utilizzare . Utilizzare i tasti freccia ( ) per spostarsi all'interno del programma. Utilizzare il tasto backspace/cancella, per cancellare qualsiasi carattere indesiderato. Per aggiungere i simboli di delimitazione del programma (vale a dire « »), utilizzare « »; poiché tali simboli appaiono in coppia sarà necessario inserirli all'inizio e alla fine del sottoprogramma e cancellare uno dei suoi componenti con il tasto cancella per ottenere il programma richiesto, riportato di seguito:

« → x « x SINH 1 x SQ ADD / » ».

Una volta terminata la modifica del programma, premere ENTER. Il programma modificato viene salvato nuovamente nella variabile @g1@.

Ambito globale delle variabili

Tutte le variabili definite nella directory HOME o in qualsiasi altra directory o sottodirectory sono considerate *variabili globali* dal punto di vista dello sviluppo del programma. Tuttavia, l'*ambito* di una variabile, ovvero, *la posizione nella struttura delle directory dove la variabile è accessibile*, dipende dalla posizione della variabile all'interno della struttura ad albero (vedere il Capitolo 2).

La regola per determinare l'ambito di una variabile è la seguente*: una variabile globale è accessibile nella directory dove è definita e in tutte le sottodirectory collegate a tale directory, a meno che non sia presente una variabile con lo stesso nome nella sottodirectory in questione*. Le conseguenze di questa regola sono le seguenti:

- Una variabile globale definita nella directory HOME sarà accessibile da tutte le directory all'interno di HOME, a meno che non sia ridefinita in una directory o sottodirectory.
- Se si ridefinisce la variabile all'interno di una directory o sottodirectory, tale definizione ha la precedenza rispetto alla definizione di una variabile in altre directory di livello superiore a quella corrente.
- Quando si esegue un programma che contiene un riferimento a una data variabile globale, il programma utilizzerà il valore della variabile globale nella directory dalla quale viene invocato il programma. Se non esiste alcuna variabile con quel nome nella directory invocata, il programma eseguirà una ricerca nelle directory di livello superiore a quella corrente, fino alla directory HOME e utilizzerà il valore corrispondente al nome della variabile in questione nella directory più prossima a quella corrente.

Un programma definito in una data directory è accessibile da tale directory o da una delle relative sottodirectory.

Tutte queste regole possono inizialmente disorientare i nuovi utenti della calcolatrice. Tuttavia possono venire semplificate dal seguente suggerimento: *Creare directory e sottodirectory con nomi che ne richiamino la funzione, in modo da organizzare i propri dati e assicurare che le variabili globali si trovino nelle sottodirectory corrette.*

Ambito locale di una variabile

l'ambito di tali variabili è limitato al programma o al sottoprogramma nelle quali sono definite. Un esempio di una variabile locale è l'indice del ciclo FOR (descritto in seguito nel presente capitolo) `« → n x « 1 n FOR j x NEXT n →LIST » »`

Menu PRG

In questa sezione verrà illustrato il contenuto del menu PRG (programmazione) con il flag di sistema 117 impostato su SOFT menu (Menu FUNZIONE). Con tale impostazione del flag, i sottomenu e i comandi del menu PRG verranno visualizzati sotto forma di etichette dei tasti funzione. Ciò facilita l'inserimento dei comandi di programmazione nel Line Editor quando si crea un programma.

Per accedere al menu PRG, utilizzare la combinazione di tasti ← PRG . All'interno del menu PRG, possono essere identificati i seguenti sottomenu (premere NXT per spostarsi al gruppo di sottomenu successivo all'interno del menu PRG):

Di seguito viene presentata una breve descrizione del contenuto di questi sottomenu, e dei relativi sottomenu:

STACK: Funzioni relative alla manipolazione degli elementi dello stack in modalità RPN
MEM: Funzioni relative alla manipolazione della memoria
DIR: Funzioni relative alla manipolazione delle directory
ARITH: Funzioni relative alla manipolazione degli indici memorizzati nelle variabili

BRCH: Gruppo di sottomenu con salto di programma (branching) e funzioni di looping
IF: Costrutto IF-THEN-ELSE-END per branching
CASE: Costrutto CASE-THEN-END per branching
START: Costrutto START-NEXT-STEP per branching
FOR: Costrutto FOR-NEXT-STEP per looping
DO: Costrutto DO-UNTIL-END per looping
WHILE: Costrutto WHILE-REPEAT-END per looping
TEST: Operatori di confronto, operatori logici, funzioni di prova di flag
TYPE: Funzioni per la conversione di tipi di oggetti, splitting di oggetti, ecc.
LIST: Funzioni relative alla manipolazione di elenchi
ELEM: Funzioni relative alla manipolazione di elementi di un elenco
PROC: Funzioni relative all'applicazione di procedure agli elenchi
GROB: Funzioni relative alla manipolazione di oggetti grafici
PICT: Funzioni relative ai disegni nella schermata dei grafici
CHARS: Funzioni relative alla manipolazione di stringhe di caratteri
MODES: Funzioni relative alla modifica delle modalità della calcolatrice
FMT: Per modificare i formati numerici, il formato della virgola
ANGLE: Per modificare la misura dell'angolo e i sistemi di coordinate
FLAG: Per selezionare e deselezionare i flag e verificarne il relativo stato
KEYS: Per definire e attivare i tasti definiti dall'utente (Capitolo 20)
MENU: Per definire e attivare i menu personalizzati (Capitolo 20)
MISC: Modifiche di modalità miste (segnali acustici, orologio, ecc.)
IN: Funzioni relative all'input nei programmi
OUT: Funzioni relative all'output dei programmi
TIME: Funzioni relative al tempo
ALRM: Manipolazione degli allarmi
ERROR: Funzioni relative alla gestione degli errori
IFERR: Costrutto IFERR-THEN-ELSE-END per la gestione degli errori
RUN: Funzioni relative alla esecuzione e al debugging dei programmi

Navigazione all'interno dei sottomenu RPN

Iniziare con la combinazione di tasti ← PRG , quindi premere il tasto funzione corretto (ad esempio, MEM). Se si desidera accedere a un sottomenu all'interno di questo sottomenu (ad esempio, DIR all'interno del sottomenu MEM), premere il tasto corrispondente. Per spostarsi in un sottomenu di livello superiore, premere il tasto NXT fino a quando non compare il riferimento al sottomenu superiore (ad esempio, MEM all'interno del sottomenu DIR) o al menu PRG (ovvero, PRG).

Funzioni elencate in base al sottomenu

Viene riportato di seguito un elenco di funzioni all'interno dei sottomenu PRG, elencate in base ai sottomenu.

STACK	**MEM/DIR**	**BRCH/IF**	**BRCH/WHILE**	**TYPE**
DUP	PURGE	IF	WHILE	OBJ→
SWAP	RCL	THEN	REPEAT	→ARRY
DROP	STO	ELSE	END	→LIST
OVER	PATH	END		→STR
ROT	CRDIR		**TEST**	→TAG
UNROT	PGDIR	**BRCH/CASE**	==	→UNIT
ROLL	VARS	CASE	≠	C→R
ROLLD	TVARS	THEN	<	R→C
PICK	ORDER	END	>	NUM
UNPICK			≤	CHR
PICK3	**MEM/ARITH**	**BRCH/START**	≥	DTAG
DEPTH	STO+	START	AND	EQ→
DUP2	STO-	NEXT	OR	TYPE
DUPN	STOx	STEP	XOR	VTYPE
DROP2	STO/		NOT	
DROPN	INCR	**BRCH/FOR**	SAME	**LIST**
DUPDU	DECR	FOR	TYPE	OBJ→
NIP	SINV	NEXT	SF	→LIST
NDUPN	SNEG	STEP	CF	SUB
	SCONJ		FS?	REPL
MEM		**BRCH/DO**	FC?	
PURGE	**BRCH**	DO	FS?C	
MEM	IFT	UNTIL	FC?C	
BYTES	IFTE	END	LININ	
NEWOB				
ARCHI				
RESTO				

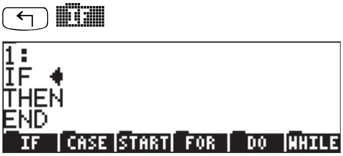
LIST/ELEM	**GROB**	**CHARS**	**MODES/FLAG**	**MODES/MISC**
GET	→GROB	SUB	SF	BEEP
GETI	BLANK	REPL	CF	CLK
PUT	GOR	POS	FS?	SYM
PUTI	GXOR	SIZE	FC?	STK
SIZE	SUB	NUM	FS?C	ARG
POS	REPL	CHR	FS?C	CMD
HEAD	→LCD	OBJ→	FC?C	INFO
TAIL	LCD→	→STR	STOF	
	SIZE	HEAD	RCLF	**IN**
LIST/PROC	ANIMATE	TAIL	RESET	INFORM
DOLIST		SREPL		NOVAL
DOSUB	**PICT**		**MODES/KEYS**	CHOOSE
NSUB	PICT	**MODES/FMT**	ASN	INPUT
ENDSUB	PDIM	STD	STOKEYS	KEY
STREAM	LINE	FIX	RECLKEYS	WAIT
REVLIST	TLINE	SCI	DELKEYS	PROMPT
SORT	BOX	ENG		
SEQ	ARC	FM,	**MODES/MENU**	**OUT**
	PIXON	ML	MENU	PVIEW
	PIXOF		CST	TEXT
	PIX?	**MODES/ANGLE**	TMENU	CLLCD
	PVIEW	DEG	RCLMENU	DISP
	PX→C	RAD		FREEZE
	C→PX	GRAD		MSGBOX
		RECT		BEEP
		CYLIN		
		SPHERE		

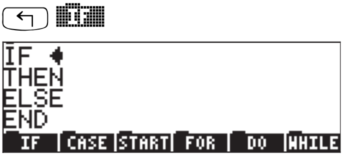
TIME	ERROR	RUN
DATE	DOERR	DBUG
→DATE	ERRN	SST
TIME	ERRM	SST↓
→TIME	ERR0	NEXT
TICKS	LASTARG	HALT
		KILL
TIME/ALRM	**ERROR/IFERR**	OFF
ACK	IFERR	
ACKALARM	THEN	
STOALARM	ELSE	
RCLALARM	END	
DELALARM		
FINDALARM		

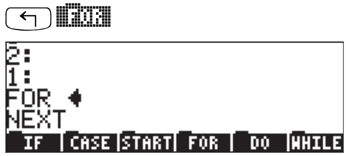
Tasti di scelta rapida nel menu PRG

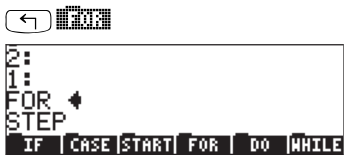
Molte delle funzioni elencate in precedenza e contenute nel menu PRG sono richiamabili anche in altri modi:

- Gli operatori di confronto (≠, ≤, <, ≥, >) sono disponibili nella tastiera.
- Molte funzioni e impostazioni del sottomenu MODES possono essere attivate utilizzando le funzioni di input offerte dal tasto MODE.
- Le funzioni del sottomenu TIME sono accessibili mediante la combinazione di tasti ↱ TIME .
- Le funzioni STO e RCL (nel sottomenu MEM/DIR) sono disponibili da tastiera utilizzando i tasti STO▸ e ↰ RCL .
- Le funzioni RCL e PURGE (del sottomenu MEM/DIR) sono disponibili mediante il menu TOOL (TOOL).
- All'interno del sottomenu BRCH, premendo il tasto shift sinistro (↰) o il tasto shift destro (↱) prima di premere un qualsiasi tasto del sottomenu, si potranno creare costrutti relativi al tasto del sottomenu selezionato. Questa caratteristica è disponibile solo con la calcolatrice in modalità RPN. Di seguito sono riportati alcuni esempi:









Si noti che il prompt di inserimento (◆) è posizionato dopo la parola che definisce ciascun costrutto, pertanto è possibile iniziare a digitare nella posizione corretta.

Sequenze di tasti per i comandi più usati

Di seguito sono presentate le sequenze di tasti che consentono di eseguire i comandi utilizzati con maggiore frequenza per la programmazione numerica all'interno del menu PRG. I comandi sono elencati in base al menu:

STACK

DUP ← PRG STACK DUP
SWAP ← PRG STACK SWAP
DROP ← PRG STACK DROP

MEM DIR

PURGE ← PRG MEM DIR PURGE
ORDER ← PRG MEM DIR ORDER

BRCH IF

IF ← PRG BRCH IF IF
THEN ← PRG BRCH IF THEN
ELSE ← PRG BRCH IF ELSE
END ← PRG BRCH IF END

BRCH CASE

CASE ← PRG BRCH CASE CASE
THEN ← PRG BRCH CASE THEN
END ← PRG BRCH CASE END

BRCH START

START ← PRG BRCH START START
NEXT ← PRG BRCH START NEXT
STEP ← PRG BRCH START STEP

BRCH FOR

FOR ← PRG BRCH FOR FOR
NEXT ← PRG BRCH FOR NEXT
STEP ← PRG BRCH FOR STEP

BRCH DO

DO ← PRG BRCH DO DO
UNTIL ← PRG BRCH DO UNTIL
END ← PRG BRCH DO END

BRCH WHILE

WHILE	← PRG BRCH WHILE WHILE
REPEAT	← PRG BRCH WHILE REPEA
END	← PRG BRCH WHILE END

TEST

==	← PRG TEST ≠
AND	← PRG TEST NXT AND
OR	← PRG TEST NXT OR
XOR	← PRG TEST NXT XOR
NOT	← PRG TEST NXT NOT
SAME	← PRG TEST NXT SAME
SF	← PRG TEST NXT NXT SF
CF	← PRG TEST NXT NXT CF
FS?	← PRG TEST NXT NXT FS?
FC?	← PRG TEST NXT NXT FC?
FS?C	← PRG TEST NXT NXT FS?C
FC?C	← PRG TEST NXT NXT FC?C

TYPE

OBJ→	← PRG TYPE OBJ→
→ARRY	← PRG TYPE →ARRY
→LIST	← PRG TYPE →LIST
→STR	← PRG TYPE →STR
→TAG	← PRG TYPE →TAG
NUM	← PRG TYPE NXT NUM
CHR	← PRG TYPE NXT CHR
TYPE	← PRG TYPE NXT TYPE

LIST ELEM

GET	← PRG LIST ELEM GET
GETI	← PRG LIST ELEM GETI
PUT	← PRG LIST ELEM PUT
PUTI	← PRG LIST ELEM PUTI
SIZE	← PRG LIST ELEM SIZE
HEAD	← PRG LIST ELEM NXT HEAD
TAIL	← PRG LIST ELEM NXT TAIL

LIST PROC

REVLIST	← PRG LIST PROC REVLI
SORT	← PRG LIST PROC NXT SORT
SEQ	← PRG LIST PROC NXT SEQ

MODES ANGLE

DEG	← PRG NXT MODES ANGLE DEG
RAD	← PRG NXT MODES ANGLE RAD

MODES MENU

CST	← PRG NXT MODES MENU CST
MENU	← PRG NXT MODES MENU MENU
BEEP	← PRG NXT MODES MISC BEEP

IN

INFORM	← PRG NXT IN INFOR
INPUT	← PRG NXT IN INPUT
MSGBOX	← PRG NXT OUT MSGBX
PVIEW	← PRG NXT OUT PVIEW

RUN

DBUG	← PRG NXT NXT RUN DBG
SST	← PRG NXT NXT RUN SST
SST↓	← PRG NXT NXT RUN SST↓
HALT	← PRG NXT NXT RUN HALT
KILL	← PRG NXT NXT RUN KILL

Programmi per creare elenchi di numeri

Si noti che le funzioni nel menu PRG non sono le sole funzioni utilizzabili per la programmazione. In realtà, quasi tutte le funzioni della calcolatrice possono essere inserite in un programma. Pertanto, è possibile utilizzare, ad esempio, le funzioni del menu MTH. In particolare, è possibile utilizzare le funzioni relative alle operazioni con gli elenchi, quali SORT, ΣLIST, ecc., disponibili mediante il menu MTH/LIST.

Quali esercizi di programmazione aggiuntivi e per fare pratica con le sequenze di tasti presentate, verranno illustrati tre programmi per la creazione e la manipolazione di elenchi. I nomi dei programma e gli elenchi sono i seguenti:

LISC:

```
« → n x « 1 n FOR j x NEXT n →LIST » »
```

CRLST:

```
« → st en df « st en FOR  j j df STEP en st - df / FLOOR 1 +
→LIST » »
```

CLIST:

```
« REVLIST DUP DUP SIZE 'n' STO ΣLIST SWAP TAIL DUP SIZE 1 - 1
SWAP FOR j DUP ΣLIST SWAP TAIL NEXT 1 GET n →LIST REVLIST 'n'
PURGE »
```

Il funzionamento di questi programmi è il seguente:

(1) *LISC*: crea un elenco di n elementi, tutti uguali a una costante c.
Funzionamento: inserire n, inserire c, premere LISC
Esempio: 5 ENTER 6.5 ENTER LISC crea l'elenco: {6.5 6.5 6.5 6.5 6.5}

(2) *CRLST*: crea un elenco di numeri da n_1 a n_2 con un incremento pari a Δn, ovvero, {n_1, n_1+Δn, n1+2·Δn, … n_1+N·Δn }, dove N=arrotondamento all'intero minore((n_2-n_1)/Δn)+1.
Funzionamento: inserire n_1, inserire n_2, inserire Δn, premere CRLST
Esempio: .5 ENTER 3.5 ENTER .5 ENTER CRLST dà come risultato: {0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5}

(3) *CLIST*: crea un elenco di somme cumulative di elementi, ovvero, se l'elenco originale è {x_1 x_2 x_3 … x_N}, quindi CLIST crea l'elenco:

$$\{x_1, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3, \ldots, \sum_{i=1}^{N} x_i\}$$

Funzionamento: inserire l'elenco originale nel livello 1, premere CLIST.
Esempio: {1 2 3 4 5} ENTER CLIST dà come risultato {1 3 6 10 15}.

Esempi di programmazione sequenziale

In generale, si definisce programma una qualsiasi sequenza di istruzioni per la calcolatrice racchiusa tra i simboli di delimitazione programma « e ». I sottoprogrammi possono essere inclusi come parte di un programma. Gli esempi presentati precedentemente in questa guida (ad esempio nei Capitoli 3 e 8) 6 possono essere classificati fondamentalmente in due tipi: (a) programmi generati definendo una funzione; e, (b) programmi che simulano una sequenza di operazioni nello stack. Questi due tipi di programmi vengono descritti di seguito. La forma generale di questi programmi è input→ elaborazione→output, pertanto vengono denominati <u>programmi sequenziali</u>.

Programmi generati definendo una funzione

Questi sono programmi generati utilizzando la funzione DEFINE (definisci) (← DEF) con un argomento nella forma seguente:

'function_name(x_1, x_2, …) = espressione che contiene le variabili x_1, x_2, …'

Il programma è memorizzato in una variabile chiamata `function_name`. Quando il programma viene richiamato nello stack, utilizzando → function_name. Viene visualizzato quanto segue:

« → x_1, x_2, … 'espressione che contiene le variabili x_1, x_2, …'».

Per calcolare la funzione per un insieme di variabili x_1, x_2, …di input, in modalità RPN, inserire le variabili nello stack nell'ordine corretto (vale a dire x_1 per prima, seguita da x_2, quindi x_3 ecc.), e premere il tasto menu funzione etichettato function_name. La calcolatrice restituirà il valore della funzione function_name(x_1, x_2, …).

<u>*Esempio*</u>: *Equazione di Manning per canale rettangolare largo.*
Come esempio, considerare la seguente equazione che calcola la portata unitaria (portata per ampiezza unitaria), q, in un canale aperto rettangolare largo utilizzando l'equazione di Manning:

$$q = \frac{C_u}{n} y_0^{5/3} \sqrt{S_0}$$

dove C_u è una constante che dipende dal sistema unitario utilizzato [C_u = 1.0 per unità del Sistema Internazionale (S.I.), e C_u = 1.486 per unità del Sistema Anglosassone (E.S.)], n è il coefficiente di resistenza di Manning, che dipende dal tipo di allineamento del canale e da altri fattori, y_0 è la profondità del flusso, e S_0 è la pendenza del letto del canale data come frazione adimensionale.

Nota: i valori del coefficiente di Manning, n, sono disponibili nelle tabelle come numeri adimensionali, tipicamente compresi tra 0.001 e 0.5. Il valore di Cu viene anche utilizzato senza dimensioni. Tuttavia, è necessario assicurarsi che il valore di y0 sia espresso nell'unità corretta, vale a dire metri (m) del S.I. e in piedi (ft) del E.S. Il risultato di q viene restituito nell'unità corretta del corrispondente sistema in uso, cioè m^2/s nel S.I. e ft^2/s nell'E.S. L'equazione di Manning è, pertanto, *dimensionalmente inconsistente*.

Supponendo di voler creare una funzione q(Cu, n, y0, S0) per calcolare la portata unitaria q per questo caso, utilizzare l'espressione

'q(Cu,n,y0,S0)=Cu/n*y0^(5./3.)*√S0',

come argomento della funzione DEFINE. Notare che l'esponente 5./3., nell'equazione, rappresenta un rapporto di numeri reali dovuto ai punti decimali. Premere [VAR], se necessario, per recuperare l'elenco di variabili. A questo punto, nelle etichette del menu funzione, comparirà una variabile chiamata [q]. Per vedere il contenuto di q, utilizzare [→][q]. Il programma generato definendo la funzione `q(Cu,n,y0,S0)` è visualizzato come:

« → Cu n y0 S0 'Cu/n*y0^(5./3.)*√S0' ».

Ciò va interpretato come "inserire Cu, n, y0, S0, in questo ordine, quindi calcolare l'espressione tra virgolette." Ad esempio, per calcolare q per Cu = 1.0, n = 0.012, y0 = 2 m, e S0 = 0.0001, utilizzare, in modalità RPN:

1 [ENTER] 0.012 [ENTER] 2 [ENTER] 0.0001 [ENTER] [q]

Il risultato è 2.6456684 (oppure, q = 2.6456684 m^2/s).

È inoltre possibile separare con degli spazi i dati di input in una singola linea di stack invece di utilizzare ENTER.

Programmi che simulano una sequenza di operazioni nello stack

In questo caso, si presume che i termini da includere nella sequenza di operazioni siano presenti nello stack. Per prima cosa, inserire il programma aprendo i simboli di delimitazione programma con ↱ « ». Quindi inserire la sequenza di operazioni da effettuare. Quando tutte le operazioni sono state inserite, premere ENTER per completare il programma. Se il programma verrà eseguito una sola volta, a questo punto è possibile premere EVAL per eseguire il programma utilizzando i dati di input disponibili. Se si tratta invece di un programma permanente, esso deve essere memorizzato in un nome di variabile.

Il miglior modo per descrivere questo tipo di programmi è utilizzando un esempio:

<u>Esempio</u>: *altezza cinetica per un canale rettangolare.*
Supponendo di voler calcolare l'altezza cinetica, h_v, in un canale rettangolare di larghezza b, con una profondità di flusso y, che trasporti una portata unitaria Q, l'energia specifica è calcolata come $h_v = Q^2/(2g(by)^2)$, dove g è l'accelerazione della gravità ($g = 9.806\ m/s^2$ in unità del S.I. oppure $g = 32.2\ ft/s^2$ in unità dell'E.S.). Dovendo calcolare h_v per Q = 23 cfs (piedi cubici al secondo = ft^3/s), b = 3 ft, e y = 2 ft, si utilizzerà: $h_v = 23^2/(2\cdot 32.2\cdot(3\cdot 2)^2)$. Utilizzando interattivamente la calcolatrice in modalità RPN, è possibile calcolare questa quantità come:

2 ENTER 3 × ↰ x^2 3 2 • 2 ×
2 × 2 3 ↰ x^2 ▶ ÷

Che restituisce come risultato 0.228174, oppure h_v = 0.228174.

Per raggruppare questo calcolo in un programma è necessario avere i dati di input (Q, g, b, y) nello stack nell'ordine in cui verranno utilizzati nel calcolo. In termini delle variabili Q, g, b, e y, il calcolo appena eseguito è scritto come (non digitare quanto segue):

y ENTER b × ↰ x^2 g × 2 × Q ↰ x^2 ▶ ÷

Come si può notare, la variabile y è utilizzata per prima, quindi b, g, e Q, in questo ordine. Pertanto, allo scopo di questo calcolo è necessario inserire le variabili nell'ordine inverso, vale a dire (non digitare quanto segue):

Q `ENTER` g `ENTER` b `ENTER` y `ENTER`

Per i valori specifici presi in considerazione si utilizzerà:

23 `ENTER` 32.2 `ENTER` 3 `ENTER` 2 `ENTER`

Il programma stesso conterrà solo quelle sequenze tasti (o comandi) risultanti dalla rimozione dei valori di input dal calcolo interattivo mostrato in precedenza, cioè rimovendo Q, g, b, e y da (non digitare quanto segue):

y `ENTER` b `×` `←` x^2 g `×` `2` `×` Q `←` x^2 `▶` `÷`

e mantenendo solo le operazioni visualizzate di seguito (non digitare quanto segue):

`ENTER` `×` `←` `×` `2` `×` `←` x^2 `▶` `÷`

Nota: inserendo il programma, non utilizzare la sequenza tasti `▶`, utilizzare invece la sequenza tasti: `←` PRG STACK SWAP.

A differenza dell'utilizzo interattivo della calcolatrice svolto in precedenza, è necessario effettuare degli scambi dei livelli 1 e 2 dello stack all'interno del programma. Per scrivere il programma, utilizzare pertanto:

`→` « »	Apre i simboli programma
`×`	Moltiplicare y per b
`←` x^2	Elevare al quadrato (b·y)
`×`	Moltiplicare $(b·y)^2$ g volte
`2` `×`	Digitare 2 e moltiplicarlo per g· $(b·y)^2$
`←` PRG STACK SWAP	Scambiare Q con 2·g· $(b·y)^2$
`←` x^2	Elevare Q al quadrato
`←` PRG STACK SWAP	Scambiare 2·g· $(b·y)^2$ con Q^2
`÷`	Dividere Q per 2·g· $(b·y)^2$
`ENTER`	Inserire il programma

Il programma dovrebbe apparire così:

```
« * SQ * 2 * SWAP SQ SWAP / »
```

Nota: SQ è la funzione risultante dalla sequenza tasti ← x^2 .

Salvare il programma nella variabile chiamata hv:

' ALPHA ← H ALPHA ← V STO▶

Una nuova variabile hv dovrebbe risultare disponibile nel menu tasti funzione. (Premere VAR per visualizzare l'elenco di variabili.) Il programma rimasto nello stack può essere calcolato utilizzando la funzione EVAL . Il risultato dovrebbe essere 0.228174…, come prima. Inoltre, il programma è disponibile per un utilizzo futuro nella variabile hv. Ad esempio, per Q = 0.5 m^3/s, g = 9.806 m/s^2, b = 1.5 m, e y = 0.5 m, utilizzare:

0.5 SPC 9.806 SPC 1.5 SPC 0.5 hv

Nota: SPC è utilizzato qui come alternativa a ENTER per l'inserimento dei dati di input.

Il risultato ora è 2.26618623518E-2, vale a dire hv = $2.26618623518 \times 10^{-2}$ m.

Nota: poiché l'equazione programmata in hv è dimensionalmente consistente, è possibile utilizzare le unità nell'inserimento dati.

Come asserito in precedenza, i due tipi di programmi presentati in questa sezione sono *programmi sequenziali*, nel senso che il flusso del programma segue un singolo percorso, vale a dire inserimento dati (INPUT) → operazione (OPERATION) → risultato (OUTPUT). È possibile creare una struttura ad albero del flusso del programma utilizzando i comandi nel menu ← PRG BRCH . Ulteriori dettagli sulla creazione di strutture ad albero dei programmi sono presentati di seguito.

Inserimento interattivo di dati nei programmi

Negli esempi relativi ai programmi sequenziali presentati nella sezione precedente, per l'utente non sempre è chiaro l'ordine in cui le variabili devono essere inserite nello stack prima dell'esecuzione del programma. Nel caso del programma q, scritto come

```
« →Cu n y0 S0 'Cu/n*y0^(5/3)*√S0' »,
```

è sempre possibile richiamare la definizione del programma nello stack (↱ ▒▒▒) per vedere l'ordine in cui le variabili devono essere inserite, riportato di seguito → Cu n y0 S0. Tuttavia, nel caso del programma ▒▒▒, la sua definizione

« * SQ * 2 * SWAP SQ SWAP / »

non fornisce indizi sull'ordine in cui i dati devono essere inseriti, a meno che, naturalmente, non si sia davvero esperti in RPN e nel linguaggio User RPL.

Un modo per controllare il risultato del programma come formula è quello di inserire nello stack variabili simboliche al posto di risultati numerici e lasciare che il programma lavori su tali variabili. Affinchè questo approccio sia efficace, il Sistema Algebrico della Calcolatrice (CAS) deve essere impostato nelle modalità `symbolic` ed `exact`. Ciò si ottiene utilizzando MODE ▒▒▒ e assicurandosi che i segni di spunta `_Numeric` e `_Approx` siano rimossi. Premere ▒▒▒ ▒▒▒ per tornare al display normale della calcolatrice. Premere VAR per visualizzare il menu variabili.

Si utilizzerà quest'ultimo approccio per calcolare la formula risultante dall'utilizzo del programma ▒▒▒ come segue: Dal momento che nel programma vi sono quattro dati di input, si utilizzano le variabili simboliche S4, S3, S2 e S1 per indicare i livelli dello stack per l'inserimento dati:

ALPHA S 4 ENTER ALPHA S 3 ENTER ALPHA S 2 ENTER ALPHA S 1 ENTER

Quindi, premere ▒▒▒. La formula risultante dovrebbe apparire così

`'SQ(S4)/(S3*SQ(S2*S1)*2)'`,

se il display non è impostato sullo stile Textbook , oppure così,

$$\frac{SQ(S4)}{S3 \cdot SQ(S2 \cdot S1) \cdot 2}$$

se è stato selezionato lo stile Textbook. Poiché la funzione SQ( ) sta per x^2, l'ultimo risultato andrà interpretato come

$$\frac{S4^2}{2 \cdot S3 \cdot (S2 \cdot S1)^2},$$

che indica la posizione dei diversi livelli di input nello stack per la formula. Confrontando questo risultato con la formula originale che è stata programmata, vale a dire

$$h_v = \frac{Q^2}{2g(by)^2},$$

è chiaro che bisogna inserire y nel livello di stack 1 (S1), b nel livello di stack 2 (S2), g nel livello di stack 3 (S3), e Q nel livello di stack 4 (S4).

Suggerire con una stringa di input

Questi due approcci per identificare l'ordine dei dati di input non sono molto efficienti. È possibile, tuttavia, aiutare l'utente nell'identificazione delle variabili da utilizzare suggerendogli il nome delle variabili stesse. Dei vari metodi forniti dal linguaggio User RPL, il più semplice è utilizzare una stringa di input e la funzione INPUT (← PRG NXT IN INPUT) per caricare i propri dati di input.

Il seguente programma suggerisce all'utente il valore di una varabile e posiziona l'input nel livello di stack 1:

```
« "Enter a: " {"↵:a: " {2 0} V } INPUT OBJ→ »
```

Questo programma include i simboli :: (tag) e ↵(invio), disponibili tramite le combinazioni di sequenze tasti ← :: e → ↵, entrambe associate al tasto . . Il simbolo tag (::) è utilizzato per etichettare stringhe per input e output. Il simbolo invio (↵) è simile al ritorno a capo di un computer. Le stringhe tra virgolette (" ") sono inserite direttamente dalla tastiera alfanumerica.

Salvare il programma in una variabile chiamata INPTa (INPUT a).

Provare a eseguire il programma premendo il tasto funzione denominato INPTa.

Il risultato è uno stack che suggerisce all'utente il valore di a e posiziona il cursore davanti ad :a: Inserire il valore di a, ad esempio 35, quindi premere `ENTER`. Il risultato è la stringa di input `:a:35` nel livello di stack 1.

Funzione di A con una stringa di input

Nel caso fosse necessario utilizzare questa parte di codice per calcolare la funzione, f(a) = 2*a^2+3, è possibile modificare il programma come segue:

```
« "Enter a:" {"↵:a:" {2 0} V }
INPUT OBJ→ → a « '2*a^2+3' » »
```

Salvare questo nuovo programma come 'FUNCa' (Funzione di a):

Eseguire il programma premendo `FUNCa`. Quando richiesto, inserire il valore di a, ad esempio, 2, e premere `ENTER`. Il risultato è semplicemente la forma algebrica `2a`^{2}`+3`, che è un risultato scorretto. La calcolatrice fornisce funzioni per programmi di debug che identifichino errori logici durante l'esecuzione del programma, come mostrato di seguito.

Esecuzione del debug del programma

Per comprendere il motivo del mancato funzionamento, si utilizza la funzione DBUG (Debug) della calcolatrice come segue:

`'` `FUNCa` `ENTER`	Copia il nome del programma nel livello di stack 1
`←` PRG `NXT` `NXT` `RUN` `DBG`	Avvia il debugger
`SST↓`	Esegue il debug passo-a-passo; risultato: "Inserire a"
`SST↓`	Risultato: {" ↵ a:" {2 0} V}
`SST↓`	Risultato: All'utente viene chiesto di inserire il valore di a
`2` `ENTER`	Inserire 2 come valore di a. Risultato: "↵:a:2"
`SST↓`	Risultato: a:2

SST↓	Risultato: stack vuoto, esecuzione in corso →a
SST↓	Risultato: stack vuoto, inserimento del sottoprogramma in corso «
SST↓	Risultato: '2*a^2+3'
SST↓	Risultato: '2*a^2+3', chiusura del sottoprogramma in corso »
SST↓	Risultato: '2*a^2+3', chiusura del programma principale in corso»

L'ulteriormente pressione del tasto funzione SST↓ non produce altri risultati poiché sì è eseguito l'intero programma passo a passo. L'esecuzione del debugger non ha fornito alcuna informazione sul motivo del mancato calcolo da parte del programma del valore di $2a^2+3$ per a = 2. Per vedere qual è il valore di a nel sottoprogramma, è necessario eseguire nuovamente il debugger e calcolare a all'interno del sottoprogramma. Provare quanto segue:

VAR	Recupera il menu variabili
' FUNCa ENTER	Copia il nome del programma nel livello di stack 1
← PRG NXT NXT RUN DBG	Avvia il debugger
SST↓	Esegue il debug passo-a-passo; risultato: "Inserire a"
SST↓	Risultato: {" ↵a:" {2 0} V}
SST↓	Risultato: All'utente viene chiesto di inserire il valore di a
2 ENTER	Inserire 2 come valore di a. Risultato: "↵a:2"
SST↓	Risultato: a:2
SST↓	Risultato: stack vuoto, esecuzione in corso →a
SST↓	Risultato: stack vuoto, inserimento del sottoprogramma in corso «

A questo punto si è all'interno del sottoprogramma « '2*a^2+3' » che utilizza la variabile locale a. Per vedere il valore di a utilizzare:

ALPHA ← A EVAL	Ciò mostra davvero che la variabile locale a = 2

A questo punto è possibile annullare il debugger poiché si conosce già il risultato che si otterrà. Per annullare il debugger premere KILL. Si riceverà il messaggio `<!> Interrupted` (Interrotto) che notifica l'annullamento del debugger. Premere ON per tornare al display normale della calcolatrice.

Nota: in modalità debug, ogni volta che si preme SST↓, l'angolo superiore sinistro del display mostra il passo del programma che è stato eseguito. Un tasto funzione chiamato SST è inoltre disponibile nel sottomenu RUN all'interno del menu PRG. Tale tasto può essere utilizzato per eseguire contemporaneamente qualsiasi sottoprogramma richiamato dall'interno di un programma principale. Di seguito verranno presentati alcuni esempi dell'applicazione di SST.

Correzione del programma

L'unica spiegazione plausibile per la mancata esecuzione del programma sembra essere l'assenza del comando →NUM dopo l'espressione algebrica '2*a^2+3'. Modificare il programma aggiungendo la funzione mancante EVAL. Dopo la modifica, il programma si presenterà come segue:

```
« "Enter a: " {"↵:a: " {2 0} V } INPUT
OBJ→ → a « '2*a^2+3' →NUM » »
```

Memorizzare nuovamente nella variabile FUNCa, ed eseguire il programma con a = 2. Questa volta il risultato sarà 11, ad esempio, $2*2^2+3 = 11$.

Stringa di input per due o tre valori di input

In questa sezione sarà creata una sottodirectory, all'interno della directory HOME, per avere degli esempi di stringhe di input per uno, due o tre valori di input. Saranno stringhe di input generiche che potranno essere incorporate in qualsiasi programma futuro, facendo attenzione a cambiare i nomi delle variabili a seconda delle necessità di ogni programma.

Iniziare creando una sottodirectory chiamata PTRICKS (Programming TRICKS) per inserirvi i tidbit di programmazione che potranno essere riutilizzati in seguito, in esercizi di programmazione più complessi. Prima di creare la sottodirectory assicurarsi di portarsi alla directory HOME: Utilizzare la seguente combinazione di tasti per creare la sottodirectory PTRICKS all'interno della directory HOME:

' ALPHA ALPHA P T R I C K S ENTER	Inserisce il nome della directory 'PTRICKS'
← PRG MEM DIR CRDIR	CRDIR Crea la directory
VAR	Ritorna all'elenco di variabili

Un programma può avere più di 3 valori di input. Quando si utilizzano le stringhe di input è preferibile limitare il numero di valori di input a 5 alla volta, semplicemente in quanto sono visibili solo 7 livelli di stack. Se si utilizza il livello di stack 7 per dare un titolo alla stringa di input e si lascia il livello di stack 6 vuoto, per facilitare la lettura del display, si possono utilizzare solo i livelli di stack da 1 a 5 per definire le variabili di input.

Programma per stringhe di input con due valori di input

Un programma per stringhe di input con due valori di input, ad esempio, a e b, può avere il seguente aspetto:

```
« "Enter a and b: " {"↵:a:↵:b: " {2 0} V } INPUT OBJ→ »
```

Il programma può essere facilmente creato modificando i contenuti di INPTa. Memorizzare il programma nella variabile INPT2.

Applicazione: valutare una funzione di due variabili

Considerare la legge dei gas perfetti, pV = nRT, dove p = pressione del gas (Pa), V = volume del gas (m^3), n = numero di moli (gmol), R = costante universale dei gas = 8.31451_J/(gmol*K), e T = temperatura assoluta (K).

È possibile definire la pressione p come una funzione di due variabili, V e T, come p(V,T) = nRT/V per una data massa di gas, nella misura in cui anche n rimarrà costante. Supponendo che n = 0,2 gmol, la funzione da programmare sarà

$$p(V,T) = 8.31451 \cdot 0.2 \cdot \frac{T}{V} = (1.662902\_\frac{J}{K}) \cdot \frac{T}{V}$$

È possibile definire la funzione digitando il programma seguente

```
« → V T '(1.662902_J/K)*(T/V)' »
```

e memorizzandolo nella variabile p.

Il passo successivo è aggiungere la stringa di input che chiederà all'utente di indicare i valori di V e T. Per creare questo flusso di input, modificare il programma p, come segue:

```
« "Enter V and T: " {"↵ :V:↵ :T: " {2 0} V }
INPUT OBJ→ → V T '(1.662902_J/K)*(T/V)'  »
```

Memorizzare il nuovo programma nella variabile p. Premere p per eseguire il programma. Inserire i valori V = 0.01_m^3 e T = 300_K nella stringa di input, infine premere ENTER.   Il risultato così ottenuto sarà 49887.06_J/m^3. Le unità di J/m^3 sono equivalenti a Pascal (Pa), l'unità di pressione più utilizzata nel sistema S.I..

> **Nota:** poiché sono state deliberatamente incluse le unità di misura nella definizione della funzione, i valori di input devono avere delle unità di misura collegate per generare risultati corretti.

Programma per stringhe di input con tre valori di input

Il programma per stringhe di input con tre valori di input, ad esempio, a, b e c, può avere il seguente aspetto:

```
« "Enter a, b and c:" {"↵ :a:↵ :b:↵ :c:" {2 0} V } INPUT
                              OBJ→ »
```

È possibile facilmente creare questo programma modificando i contenuti di INPT2 per farlo apparire come mostrato sopra. Il programma così creato può essere memorizzato nella variabile chiamata INPT3. Questo programma permette di completare l'insieme dei programmi di stringhe di input che permetteranno di inserire uno, due o tre valori di input. Conservare questi programmi come riferimento, sarà in seguito possibile copiarli e modificarli per ottenere nuovi programmi.

Applicazione: valutazione di una funzione di tre variabili

Supponiamo di voler programmare la legge dei gas perfetti, che includa il numero di moli, n, come variabile aggiuntiva, ossia si vuole definire la funzione

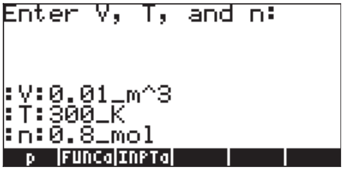
$$p(V,T,n) = (8.31451\_\frac{J}{K})\frac{n \cdot T}{V},$$

e modificarla per includere la stringa di input di tre variabili. La procedura per unire questa funzione è molto simile a quella utilizzata in precedenza per definire la funzione p(V,T). Il programma così ottenuto si presenterà come segue:

```
« "Enter V, T, and n:" {"↵ :V:↵ :T:↵ :n:" {2 0} V } INPUT
OBJ→ →V T n '(8.31451_J/(K*mol))*(n*T/V)'»
```

Memorizzare i risultati nella variabile p. Per eseguire il programma, premere p.

Inserire i valori V = 0.01_m^3, T = 300_K, e n = 0.8_mol. Prima di premere ENTER, lo stack si presenterà come segue:



Premere ENTER per ottenere il risultato 199548.24_J/m^3, o 199548.24_Pa = 199.55 kPa.

Inserimento di valori mediante i moduli di input

La funzione INFORM (← PRG NXT IN INFOR.) può essere utilizzata per creare moduli di input dettagliati per un programma. La funzione INFORM richiede cinque argomenti nel seguente ordine:

1. Titolo: stringa di caratteri che descriva il modulo di input
2. Definizioni del campo: elenco con una o più definizioni di campo {s_1 s_2 … s_n}, dove ogni definizione di campo, s_i, può assumere uno dei due formati seguenti:
   a. Etichetta di campo semplice: stringa di caratteri
   b. Elenco di specifiche del modulo {"label" "helpInfo" $type_0$ $type_1$ … $type_n$}. "Label" è l'etichetta di un campo. "HelpInfo" è una stringa di caratteri che descrive l'etichetta di campo nel dettaglio e le specifiche di tipo costituiscono un elenco di tipi di variabili consentite per questo campo (vedere i vari tipi di oggetti al Capitolo 24).
3. Informazioni sul formato di campo: singolo numero *col* o elenco {*col tabs*}. Nella specifica, *col* è il numero di colonne nel riquadro di input, e *tabs* (opzionale) specifica il numero di stop di tabulazione tra le etichette e i campi nel modulo. Questo elenco può essere vuoto. I valori predefiniti sono *col* = 1 e *tabs* = 3.
4. Elenco di valori di reset: elenco contenente i valori di reset dei diversi campi se l'opzione RESET è selezionata mentre si utilizza il modulo di input.
5. Elenco dei valori iniziali: elenco contenente i valori iniziali dei campi.

Gli elenchi di cui ai punti 4 e 5 possono essere vuoti. Inoltre, se nessun valore deve essere selezionato per queste opzioni è possibile utilizzare il comando (← PRG NXT IN NOVAL) NOVAL.

Dopo aver attivato la funzione INFORM si ottiene come risultato uno zero, nel caso in cui l'opzione CANCEL sia stata inserita o un elenco con i valori inseriti nei campi nell'ordine specificato e il numero 1, ad esempio, nello stack RPN:

```
2:    {v1 v2 … vn}
1:               1
```

Perciò se il valore nel livello di stack 1 è zero, non è stato effettuato alcun input, mentre se questo valore è 1, i valori di input sono disponibili nel livello di stack 2.

Esempio 1 – Ad esempio, consideriamo il seguente programma, INFP1 (INput Form Program 1) per calcolare la portata Q in un canale aperto attraverso la formula di Chezy: $Q = C\cdot(R\cdot S)^{1/2}$, dove C è il coefficiente di Chezy, una funzione della scabrezza della superficie del canale (valori tipici 80-150), R è il raggio idraulico del canale (misura di lunghezza) e S è la pendenza del letto del canale (numeri adimensionali, generalemente da 0.01 a 0.000001). Il seguente programma definisce un modulo di input attraverso la funzione INFORM:

```
« " CHEZY'S EQN" { { "C:" "Chezy's coefficient" 0} { "R:"
"Hydraulic radius" 0 } { "S:" "Channel bed slope" 0} } { } { 120
1 .0001} { 110 1.5 .00001 }  INFORM »
```

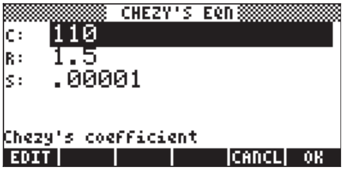
Nel programma possiamo identificare i 5 componenti dell'input come segue:

1. Titolo: `" CHEZY'S EQN"`
2. Definizioni di campo: possono essere di tre tipi, con etichette "C:", "R:", "S:", stringhe info "coefficiente di Chezy", "Raggio idraulico", "Pendenza del letto del canale" e accettano solo dati di tipo 0 (numeri reali) per tutti e tre i campi:

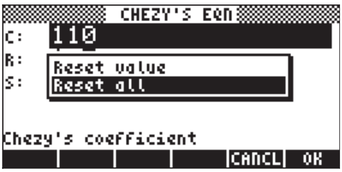
```
{ { "C:" "Chezy's coefficient" 0} { "R:" "Hydraulic
radius" 0 } { "S:" "Channel bed slope" 0} }
```

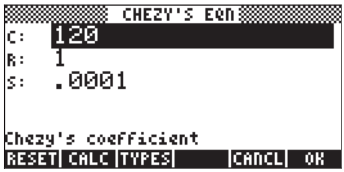
3. Informazioni sul formato del campo: { } (un elenco vuoto, quindi, valori predefiniti utilizzati)
4. Elenco dei valori di reinizializzazione: { `120 1 .0001`}
5. Elenco dei valori iniziali: { `110 1.5 .00001`}

Salvare il programma nella variabile INFP1: Premere INFP1 per eseguire il programma. Il modulo di input, con i valori iniziali caricati, si presenta come segue:

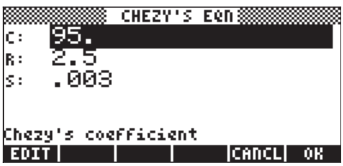


Per vedere l'effetto del reset di questi valori utilizzare NXT RESET (selezionare *Reset all* per eseguire il reset dei valori dei campi):





Inserire quindi i diversi valori per i tre campi, cioè, C = 95, R = 2.5, e S = 0.003, premendo OK dopo aver digitato i singoli valori. Dopo aver effettuato le sostituzioni, il modulo apparirà come segue:



Per inserire questi valori nel programma premere nuovamente OK. In questo modo si attiverà la funzione INFORM generando i seguenti risultati nello stack:

Con questo esempio si è mostrato l’utilizzo della funzione INFORM. Per vedere come utilizzare questi valori di input in un calcolo, modificare il programma nel modo seguente:

```
« “ CHEZY’S EQN” { { “C:” “Chezy’s coefficient” 0} { “R:”
“Hydraulic radius” 0 } { “S:” “Channel bed slope” 0} } { } { 120
1 .0001} { 110 1.5 .00001 }  INFORM IF THEN OBJ→ DROP → C R S
‘C*(R*S)’ →NUM “Q” →TAG ELSE “Operation cancelled” MSGBOX
END »
```

I vari passaggi del programma mostrati sopra e successivi al comando INFORM implica la l'uso di un costrutto di decisione, quale IF-THEN-ELSE-END (descritto dettagliatamente più avanti nel Capitolo). Il controllo del programma viene assegnato in base al valore di livello di stack 1 Vi sono due possibilità: se tale valore è pari a 1, il controllo passa ai comandi:

```
OBJ→ DROP → C R S ‘C*√(R*S)’ →NUM “Q” →TAG
```

Questi comandi calcolano il valore di Q e inseriscono un tag (o etichetta). Se invece il valore nel livello di stack 1 è 0 (condizione che può accadere quando viene inserito CANCEL mentre si utilizza il riquadro di input), il controllo del programma passa ai comandi:

```
“Operation cancelled” MSGBOX
```

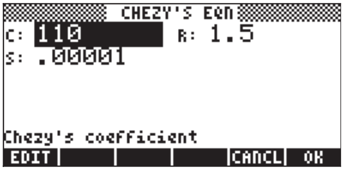
Questi comandi producono un riquadro messaggi, che indica che l’operazione è stata cancellata.

Nota: la funzione MSGBOX appartiene all’insieme di funzioni di output nel sottomenu PRG/OUT. I comandi IF, THEN, ELSE, END sono disponibili nel sottomenu PRG/BRCH/IF. Le funzioni OBJ→, →TAG sono disponibili nel sottomenu PRG/TYPE. La funzione DROP si trova nel menu PRG/STACK. Le funzioni → e →NUM sono disponibili da tastiera.

<u>Esempio 2</u> – Per mostrare l’utilizzo dell'opzione 3 (Informazioni sul formato del campo) negli argomenti della funzione INFORM, modificare l’elenco vuoto utilizzato nel programma INFP1 in {2 1}, ciò significa 2 colonne invece di 3 (valore predefinito) e solo uno stop di tabulazione tra le etichette e i valori. Salvare il nuovo programma nella variabile INFP2:

```
« " CHEZY'S EQN" { { "C:" "Chezy's coefficient" 0} { "R:"
"Hydraulic radius" 0 } { "S:" "Channel bed slope" 0} } {
2 1 } { 120 1 .0001} { 110 1.5 .00001 }  INFORM IF THEN
OBJ→ DROP → C R S 'C*(R*S)' →NUM "Q" →TAG ELSE
"Operation cancelled" MSGBOX END »
```

Eseguendo il programma INFP2 si ottiene il seguente modulo di input:



Esempio 3 – Modificare l'elenco delle informazioni relative al formato del campo in {3 0} e salvare il programma modificato nella variabile INFP3. Eseguire questo programma per visualizzare il nuovo modulo di input:

Creare un riquadro di selezione

La funzione CHOOSE (← PRG NXT IN CHOOS) permette all'utente di creare un riquadro di selezione in un programma. Questa funzione richiede tre argomenti:

1. Prompt (stringa di caratteri che descrive il riquadro di selezione)
2. Elenco di definizioni di selezione {c_1 c_2 … c_n}. Una definizione di selezione c_i può avere entrambi i formati:
    a. Oggetto, ad esempio, un numero, un'espressione algebrica, ecc., che sarà visualizzato nel riquadro di selezione e sarà anche il risultato della selezione.
    b. Elenco {object_displayed object_result} in modo che object_displayed sia elencato nel riquadro selezionato, e object_result sia selezionato come risultato se viene selezionata questa opzione.
3. Numero che indichi la posizione predefinita nell'elenco delle definizioni di selezione. Se questo numero è 0, non sarà evidenziata alcuna selezione predefinita.

L'attivazione della funzione CHOOSE restituirà il valore zero, se si utilizza l'azione CANCL o, nel caso sia stata eseguita una selezione, l'opzione selezionata (ad esempio, v) e il numero 1, ad esempio, nello stack in modalità RPN:

```
2:            v
1:            1
```

<u>Esempio 1</u> – L'equazione di Manning, che permette di calcolare la velocità del flusso in un canale aperto, include un coefficiente, C_u, che dipende dal sistema di unità di misura utilizzato. Se si utilizza il sistema S.I. (System International), $C_u = 1.0$, se si utilizza quello E.S. (English System), $C_u = 1.486$. Il seguente programma utilizza un riquadro di selezione per permettere all'utente di definire il valore di C_u, selezionando il sistema di unità. Salvarlo nella variabile CHP1 (CHoose Program 1):

```
« "Units coefficient" { { "S.I. units" 1}
   { "E.S. units" 1.486}  } 1 CHOOSE »
```

Eseguendo questo programma (premere CHP1), vengono visualizzati i seguenti riquadri di selezione:

A seconda del sistema di unità utilizzato `S.I. units` o `E.S. units`, la funzione CHOOSE inserisce un valore pari a 1 o un valore di 1.486 nel livello di stack 2, e il valore 1 nel livello 1. Se si cancella il riquadro di selezione, la funzione CHOICE restituisce uno zero (0).

I valori restituiti dalla funzione CHOOSE possono essere utilizzati da altri comandi del programma come mostrato nel programma modificato CHP2:

```
« "Units coefficient" { { "S.I. units" 1} { "E.S. units"
1.486}  } 1 CHOOSE IF THEN "Cu" →TAG ELSE "Operation
cancelled" MSGBOX END »
```

I comandi successivi alla funzione CHOOSE nel nuovo programma implicano una decisione basata sul valore del livello di stack 1 secondo il costrutto IF-THEN-ELSE-END. Se il valore nel livello di stack 1 è 1, i comandi `"Cu" →TAG` produrranno un risultato codificato nello schermo. Se il valore nel livello di stack

1 è zero, i comandi "Operation cancelled" MSGBOX determineranno la comparsa di un messaggio indicante che l'operazione è stata annullata.

Identificazione dell'output nei programmi

Il modo più semplice per identificare l'output dei programmi numerici è l'applicazione di un "tag" ai risultati del programma. Un tag è una semplice stringa unita ad un numero o a un oggetto. La stringa sarà il nome associato all'oggetto. Ad esempio, si è visto in precedenza che con il debugging dei programmi INPTa (o INPT1) e INPT2, si ottengono come risultato degli output numerici codificati come `:a:35.`

Applicare un tag a un risultato numerico

Per applicare un tag a un risultato numerico è necessario inserire il numero nel livello di stack 2 e la stringa con il tag nel livello di stack 2, quindi utilizzare la funzione →TAG function (← PRG TYPE →TAG). Ad esempio, per ottenere il risultato codificato `B:5.`, utilizzare:

5 ENTER → "" ALPHA B ← PRG TYPE →TAG

Scomposizione di un risultato numerico con tag in un numero e in un tag

Per scomporre un risultato con tag nel suo valore numerico e nel tag, utilizzare la funzione OBJ→ (← PRG TYPE OBJ→). Il risultato della scomposizione di un numero con tag con la funzione →OBJ è l'inserimento del valore numerico nel livello di stack 2 e del tag nel livello di stack 1. Se si vuole utilizzare solo il valore numerico, è sufficiente eliminare il tag utilizzando il tasto backspace ←. Ad esempio, scomponendo la quantità identificata mediante tag `B:5` (vedere sopra), si ottiene:

"Eliminare il tag" da una quantità con il tag

"Eliminare il tag" vuol dire estrarre l'oggetto da una quantità con il tag. Si può accedere a questa funzione attraverso la combinazione di tasti: ← PRG TYPE NXT DTAG. Ad esempio, data la quantità con tag `a:2`, DTAG restituisce il valore numerico 2.

Nota: per le operazioni matematiche con quantità con tag, il calcolatore esegue automaticamente la separazione del tag "dalla" quantità automaticamente prima dell'operazione. Ad esempio, il numero in basso a sinistra mostra due quantità con tag prima e dopo aver premuto il tasto × in modalità RPN:

Esempi di output con tag

Esempio 1 – applicare un tag all'output dalla funzione FUNCa

Modificare la funzione FUNCa, definita in precedenza, per ottenere un output con tag. Utilizzare ↱ FUNCa per richiamare i contenuti di FUNCa nello stack. Il programma della funzione è il seguente

```
« "Enter a: " {"↵:a: " {2 0} V } INPUT OBJ→ → a « '2*a^2+3'
                    →NUM » »
```

Modificarlo come segue:

```
« "Enter a: " {"↵:a: " {2 0} V } INPUT OBJ→ → a « '2*a^2+3'
                 →NUM "F" →TAG » »
```

Salvare nuovamente il programma nella funzione FUNCa utilizzando ↰ FUNCa. Eseguire il programma premendo FUNCa. Inserire un valore di 2 quando richiesto e premere ENTER. Il risultato ottenuto è l'output con tag `F:11`.

Esempio 2 – applicare un tag all'input e output della funzione FUNCa

In questo esempio è stato modificato il programma FUNCa in modo che l'output includa non solo la funzione valutata, ma anche una copia dell'input con il tag.

Utilizzare ↱ FUNCa per richiamare i contenuti di FUNCa nello stack:

```
« "Enter a: " {"↵:a: " {2 0} V } INPUT OBJ→ → a « '2*a^2+3'
                 →NUM "F" →TAG » »
```

Modificarlo come segue:

```
« “Enter a: “ {“↵:a: “ {2 0} V } INPUT OBJ→ → a « ‘2*a^2+3‘
EVAL ”F” →TAG a SWAP» »
```

(Notare che la funzione SWAP è disponibile utilizzando ← PRG STACK SWAP). Salvare nuovamente il programma nella funzione FUNCa utilizzando ← FUNCa. Eseguire il programma premendo FUNCa . Inserire un valore di 2 quando richiesto e premere ENTER. Il risultato corrisponde a due numeri con tag `a:2.` nel livello di stack 2, e `F:11.` nel livello di stack 1.

Nota: poiché si è utilizzato una stringa di input per ottenere il valore di input, la variabile locale a contiene effettivamente un valore con tag (`:a:2`, nell'esempio sopra riportato). Non è quindi necessario applicare il tag nell'output. È necessario solamente inserire una a prima della funzione SWAP nel sottoprogramma soprariportato e l'input con tag nello stack. È necessario sottolineare che, nell'eseguire il calcolo della funzione, il tag dell'input a viene automaticamente eliminato e nel calcolo è utilizzato solo il suo valore numerico.

Per visualizzare l'operazione della funzione FUNCa, passo per passo, è possibile utilizzare la funzione DBUG come segue:

' FUNCa ENTER	Copiare il nome del programma nel livello di stack 1
← PRG NXT NXT RUN DBG	Avviare il debugger
SST↓	Debugging passo per passo, risultato: “Inserire a:”
SST↓	Risultato: {“ ↵a:” {2 0} V}
SST↓	Risultato: viene richiesto all'utente di inserire il valore di a
2 ENTER	Inserire il valore 2 per a. Risultato: “↵:a:2”
SST↓	Risultato: a:2
SST↓	Risultato: stack vuoto, se si esegue →a
SST↓	Risultato: stack vuoto, inserimento del sottoprogramma «
SST↓	Risultato: ‘2*a^2+3’
SST↓	Risultato: stack vuoto, calcolo
SST↓	Risultato: 11.,
SST↓	Risultato: “F”
SST↓	Risultato: F: 11.
SST↓	Risultato: a:2.
SST↓	Risultato: scambiare i livelli 1 e 2
SST↓	Uscita dal sottoprogramma »
SST↓	Uscita dal programma principale »

Esempio 3 – applicare un tag a input e output della funzione p(V,T)
In questo esempio è stato modificato il programma ▒▒ in modo che l'output applichi un tag ai valori di input e al risultato. Utilizzare ⓡ ▒▒ per richiamare i contenuti del programma allo stack:

```
« "Enter V, T, and n:" {"↵ :V:↵ :T:↵ :n:" {2 0} V } INPUT
      OBJ→ →V T n '(8.31451_J/(K*mol))*(n*T/V)' »
```

Modificarlo come segue:

```
« "Enter V, T and n: " {"↵ :V:↵ :T:↵ :n:"  {2 0} V } INPUT
OBJ→ →V T n « V T n'(8.31451_J/(K*mol))*(n*T/V)' EVAL "p"
                        →TAG » »
```

Nota: occorre notare che sono stati inseriti il calcolo e l'applicazione del tag della funzione p(V,T,n), preceduti da un richiamo alle variabili di input V T n, in un sottoprogramma [la sequenza di istruzioni racchiuse tra la coppia dei simboli di programmazione interni « »]. Questo è necessario perchè senza il simbolo di programmazione che separa i due elenchi di varibaili di inputs (`V T N « V T n`), il programma riterrebbe che il comando di input

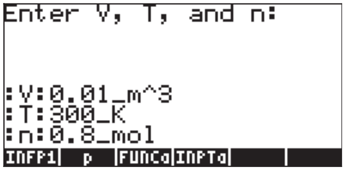
`→V T N V T n`

richieda sei valori di input, mentre ne sono disponibili solo tre. Ciò avrebbe prodotto un messaggio di errore e l'interruzione dell'esecuzione del programma.

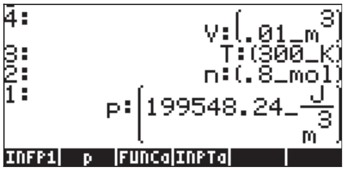
Per includere il sottoprogramma sopraindicato nella definizione modificata del programma ▒▒, sarebbe necessario l'utilizzo di ⓡ « » all'inizio e alla fine del sottoprogramma. Poiché i simboli di programmazione vengono inseriti in coppie, se si invoca ⓡ « » , sarà necessario cancellare il simbolo che indica il termine del programma (») all'inizio, e il simbolo di inizio del programma («) alla fine del sottoprogramma.

Per cancellare i caratteri mentre si modifica il programma, posizionare il cursore sulla destra del carattere da cancellare ed utilizzare il tasto backspace ◄.

Salvare nuovamente il programma nella variabile p utilizzando ← p. Eseguire quindi il programma premendo p. Inserire i valori di V = 0.01_m^3, T = 300_K e n = 0.8_mol, quando richiesto. Prima di premere ENTER per l'input, lo stack apparirà in questo modo:



Dopo aver eseguito il programma, lo stack apparirà come segue:



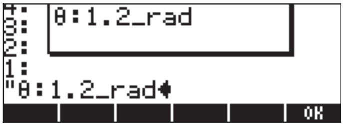
In conclusione: il filo conduttore nei tre esempi mostrati è l'utilizzo dei tag per identificare le variabili di input e output. Se si utilizza una stringa di input per ottenere i valori di input, a quei valori sarà già stato applicato il tag e potranno essere facilmente richiamati nello stack per l'output. L'uso del comando →TAG permette di identificare l'output di un programma.

Uso di un riquadro messaggi

Una riquadro messaggio è un modo più chiaro per presentare l'output di un programma. Il comando riquadro messaggi nella calcolatrice si ottiene premendo ← PRG NXT OUT MSGBOX. Il comando riquadro messaggi richiede che la stringa di output da inserire nel riquadro sia disponibile nel livello di stack 1. Per visualizzare l'operazione del comando MSGBOX provare il seguente esercizio:

→ "" ALPHA → T ALPHA ← :: 1 • 2
→ _ ALPHA ← R ALPHA ← A ALPHA ← D
← PRG NXT OUT MSGBOX

Il risultato è il seguente riquadro messaggi:



Premere OK per chiudere il riquadro messaggi.

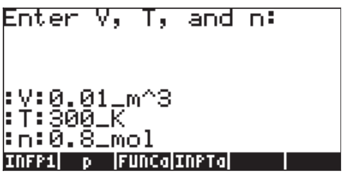
È possibile utilizzare un riquadro messaggi per l'output di un programma, utilizzando un output con tag, convertito in una striga, come la stringa di output per MSGBOX. Per convertire un risultato con tag, o qualsiasi valore algebrica o senza tag in una stringa, utilizzare la funzione →STR disponibile in ← PRG TYPE →STR.

Uso di un riquadro messaggi per l'output del programma

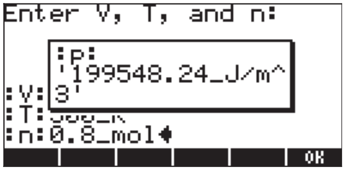
La funzione p, utilizzata nell'ultimo esempio può essere modificata come segue:

```
« "Enter V, T and n: " {"↵ :V:↵ :T:↵ :n: " {2 0} V } INPUT
OBJ→ →V T n « V T n'(8.31451_J/(K*mol))*(n*T/V)' EVAL "p"
→TAG →STR MSGBOX » »
```

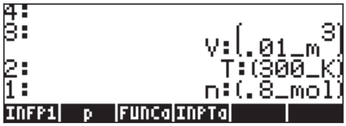
Salvare nuovamente il programma nella variabile p utilizzando ← p. Eseguire il programma premendo p. Inserire i valori di V = 0.01_m^3, T = 300_K e n = 0.8_mol, quando richiesto.
Come nella precedente versione di p, prima di premere ENTER per l'input, lo stack apparirà in questo modo:



Il primo output del programma è un riquadro messaggi che contiene la stringa:



Premere OK per chiudere il riquadro messaggi ottenuto come output. Lo stack apparirà come segue:



Inserimento di input e output nel riquadro messaggi

È possibile modificare il programma in modo che nel messaggio non sia compreso solo l'output, ma anche l'input. Nel caso del programma p, il programma modificato avrà l'aspetto di:

```
« "Enter V, T and n: " {"↵ :V:↵ :T:↵ :n: " {2 0} V } INPUT
OBJ→ →V T n « V →STR "↵ " + T →STR "↵ " + n →STR "↵ " +
'(8.31451_J/(K*mol))*(n*T/V)' EVAL "p" →TAG →STR + + +
MSGBOX » »
```

Notare che è necessario aggiungere le seguenti parti di codice dopo ciascun nome delle variabili V, T, e n, nel sottoprogramma:

→STR "↵ " +

Per digitare per la prima volta questa parte di codice , utilizzare:

← PRG TYPE →STR → "" → ↵ ▶ +

Poiché le funzioni per il menu TYPE rimangono disponibili nei tasti funzione, per la seconda e terza occorrenza della parte di codice (→STR "↵ " +) nel sottoprogramma (ossia rispettivamente dopo le variabili T e n), è sufficiente utilizzare:

→STR → "" → ↵ ▶ +

Notare che dopo aver digitato la sequenza di tasti [↱] [←] viene generata una nuova riga nello stack.

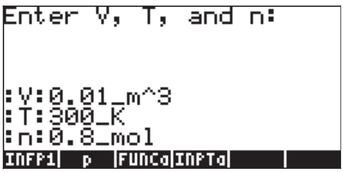
L'ultima modifica che deve essere apportata è l'inserimento del segno più tre volte dopo la chiamata alla funzione alla fine del sottoprogramma.

Nota: il segno più (+) nel programma è utilizzato per *concatenare* le stringhe. *La concatenazione* è una semplice operazione di unione dei singoli caratteri delle stringhe.

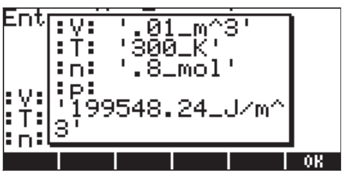
Per vedere il programma in azione:

- Salvare nuovamente il programma nella variabile p utilizzando [↰] [p].
- Eseguire il programma premendo [p].
- Inserire i valori di V = 0.01_m^3, T = 300_K e n = 0.8_mol, quando richiesto.

Come nella precedente versione di [p], prima di premere [ENTER] per l'input, lo stack apparirà in questo modo:



Il primo output del programma è un riquadro messaggi contenente la stringa:



Premere [OK] per chiudere il riquadro messaggi ottenuto come output.

Incorporazione di unità all'interno di un programma
Come è stato possibile osservare da tutti gli esempi delle diverse versioni del programma presentate in questo capitolo, collegare le unità di misura ai valori di input può essere laborioso. È possibile chiedere al programma stesso di collegare le unità ai valori di input e di output. Verrà ora illustrata questa possibilità modificando ancora una volta il programma come segue.

Richiamare il contenuto del programma nello stack utilizzando ↱ e modificarlo affinché abbia il seguente aspetto:

> **Nota:** il programma è stato suddiviso arbitrariamente in diverse righe per facilitarne la lettura. Il programma non verrà visualizzato necessariamente in questo modo nello stack della calcolatrice. Tuttavia, la sequenza dei comandi è corretta. Quindi, tenere presente che il carattere ↵ non viene visualizzato nello stack, bensì crea una nuova riga.

```
« "Enter V,T,n [S.I.]: " {"↵ :V:↵ :T:↵ :n: " {2 0} V }
INPUT OBJ→ → V T n
« V '1_m^3' * T '1_K' * n '1_mol' * → V T n
« V "V" →TAG →STR "↵ " + T "T" →TAG →STR "↵ " + n "n" →TAG
→STR "↵ " +
'(8.31451_J/(K*mol))*(n*T/V)' EVAL "p" →TAG →STR + + +
MSGBOX » » »
```

Questa nuova versione del programma include un livello supplementare di sottoprogrammazione (vale a dire un terzo livello di simboli di programmazione « » e alcuni passi che utilizzano elenchi come ad esempio,

`V '1_m^3' * { } + T '1_K' * + n '1_mol' * + EVAL → V T n`

L' *interpretazione* di questa parte di *codice* è la seguente. (Vengono utilizzati i valori della stringa di input di `:V:0.01`, `:T:300` e `:n:0.8`):

1. `V` : Il valore di V, come input dotato di tag (ad es., V:0.01) viene collocato nello stack.

2. ‘1_m^3’ : Le unità S.I. corrispondenti a V vengono quindi collocate nel livello 1 dello stack, l’input con tag di V viene spostato al livello 2 dello stack.

3. * : Moltiplicando il contenuto dei livelli 1 e 2 dello stack, si genera un numero con unità di misura (ad es., 0.01_m^3) ma si perde il tag.

4. T ‘1_K’ * : Calcolo del valore di T incluse le unità di misura del S.I.

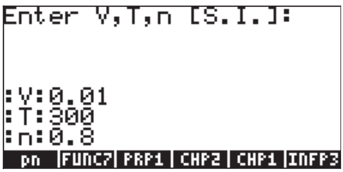
5. n ‘1_mol’ * : Calcolo del valore di n incluse le unità di misura

6. → V T n : I valori di V, T e n, collocati rispettivamente nei livelli 3, 2 e 1 dello stack passano al livello successivo della sottoprogrammazione.

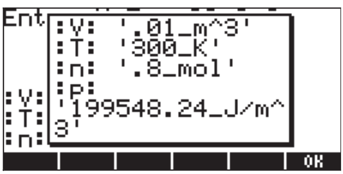
Per vedere come funziona questa versione del programma procedere come indicato di seguito:

- Memorizzare di nuovo il programma nella variabile p utilizzando [↰][p].
- Eseguire il programma premendo [p].
- Inserire i valori di V = 0.01, T = 300 e n = 0.8 quando richiesto (non sono necessarie le unità).

Prima di premere ENTER per il valore di input, lo stack avrà il seguente aspetto:



Premere ENTER per eseguire il programma. L’output è una riquadro messaggi contenente la stringa:



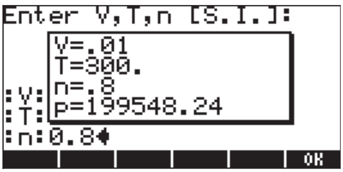
Premere OK per chiudere il riquadro messaggi ottenuto come output.

Riquadro messaggi di output senza unità

Modificare il programma p ancora una volta per eliminare l'utilizzo delle unità. Il programma senza unità avrà il seguente aspetto:

```
« "Enter V,T,n [S.I.]: " {"↵ :V:↵ :T:↵ :n: " {2 0} V }
INPUT OBJ→ → V T n
« V DTAG  T DTAG  n DTAG →  V T n
« "V=" V →STR + "↵ "+ "T=" T →STR + "↵ " + "n="  n →STR +
"↵ " +
'8.31451*n*T/V' EVAL →STR "p=" SWAP + + + + MSGBOX » » »
```

Se eseguito con i dati di input V = 0.01, T = 300 e n = 0.8, viene visualizzato come output il riquadro messaggi:



Premere OK per chiudere il riquadro messaggi.

Operatori relazionali e logici

Finora sono stati utilizzati principalmente programmi sequenziali. Il linguaggio User RPL comprende delle istruzioni che consentono il branching e il looping del flusso di programma. Molte di queste istruzioni prendono decisioni di tipo vero/falso. In questa sezione verranno presentati alcuni elementi utilizzati per costruire tali istruzioni logiche e precisamente, gli operatori relazionali e logici.

Operatori relazionali

Per operatori relazioni si intendono quegli operatori utilizzati per confrontare la posizione relativa di due oggetti. Ad esempio, nell'ambito dei numeri reali, gli operatori relazionali sono utilizzati per fare un'istruzione inerente la posizione relativa di due o più numeri reali. In base ai numeri effettivi utilizzati, tale istruzione può essere vera (rappresentata dal valore numerico 1. nella calcolatrice) o falsa (rappresentata dal valore numerico 0. nella calcolatrice).

Gli operatori relazionali disponibili per la programmazione della calcolatrice sono i seguenti:

Operatore	**Significato**	**Esempio**
==	"uguale a"	'x==2'
≠	"non uguale a"	'3 ≠ 2'
<	"minore di"	'm<n'
>	"maggiore di"	'10>a'
≥	"maggiore o uguale a"	'p ≥ q'
≤	"minore o uguale a"	'7≤12'

Tutti gli operatori, ad eccezione di == (che può essere creato digitando [→] = [→] =) sono disponibili sulla tastiera. Sono altresì disponibili in [←] PRG TEST.

Due numeri, variabili o valori algebrici collegati da un operatore relazionale formano un'espressione logica che può avere il valore di vero (1.), falso (0.) o semplicemente non essere valutata. Per determinare se un'istruzione logica è vera o falsa, collocare l'istruzioneistruzione nel livello 1 dello stack e premere EVAL ([EVAL]). Esempi:

'2<10' [EVAL], risultato: 1. (vera)

'2>10' [EVAL], risultato: 0. (falsa)

Nell'esempio successivo si parte dal presupposto che la variabile m non sia inizializzata (non gli è stato assegnato un valore numerico):

'2==m' [EVAL], risultato: '2==m'

Il fatto che il risultato della valutazione dell'istruzione corrisponda alla stessa istruzione originale indica che l'istruzione non può essere valutata in modo unico.

Operatori logici

Per operatori logici si intendono quelle particelle logiche utilizzare per unire o modificare istruzioni logiche semplici. È possibile accedere facilmente agli operatori logici disponibili nella calcolatrice utilizzando la sequenza di tasti: ← PRG TEST NXT.

Gli operatori logici disponibili sono i seguenti: AND, OR, XOR (exclusive or), NOT e SAME. Gli operatori produrranno risultati veri o falsi, in base al valore di verità della corrispondente istruzione logica. L'operatore NOT (negazione) si applica a una sola istruzione logica. Tutti gli altri si applicano a due istruzioni logiche.

Tabulando tutte le possibili combinazioni di una o più istruzioni insieme al valore risultante dall'applicazione di un determinato operatore logico, si ottiene la cosiddetta tabella di verità dell'operatore. Le tabelle che seguono sono tabelle di verità di ognuno degli operatori logici standard disponibili nella calcolatrice:

p	NOT p
1	0
0	1

p	q	p AND q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p	q	p OR q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

p	q	p XOR q
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

La calcolatrice include anche l'operatore logico SAME. Si tratta di un operatore logico non standard utilizzato per stabilire se due oggetti sono identici. Se lo sono, viene restituito il valore 1 (vero), in caso contrario viene restituito il valore 0 (falso). Ad esempio, il seguente esercizio in modalità RPN restituisce il valore 0:

'SQ(2)' ENTER 4 ENTER SAME

Tenere presente che l'uso di SAME implica un'interpretazione molto rigida della parola "identico." Per questo motivo, SQ(2) non è identico a 4 sebbene la valutazione numerica di entrambi corrisponde a 4.

Salto del programma (branching)

Il branching di un programma implica che il programma prenda una decisione tra due o più possibili percorsi. Il linguaggio User RPL fornisce un numero di comandi utilizzabili per il branching. È possibile accedere ai menu contenenti questi comandi mediante la sequenza di tasti:

← PRG BRCH

Questo menu visualizza i sottomenu per i costrutti del programma

In questa sezione verranno illustrati esempi con i costrutti IF…THEN..ELSE…END, and CASE…THEN…END verranno identificati come costrutti di branching del programma. I restanti costrutti, ossia START, FOR, DO e WHILE sono adatti al controllo di elaborazioni ripetitive all'interno di un programma e verranno identificati come costrutti per il looping del programma. Questo ultimo tipo di costrutti del programma verrà descritto in dettaglio in una sezione successiva.

Branching con IF

In questa sezione verranno illustrati esempi con i costrutti IF…THEN…END e IF…THEN…ELSE…END.

Costrutto IF...THEN...END

IF…THEN…END è il più semplice tra i costrutti di programma IF. Il formato generico di questo costrutto è il seguente:

`IF` *`logical_statement`* `THEN` *`program_statements`* `END`.

Per eseguire questo costrutto procedere come indicato di seguito:

1. Valutare l'istruzione_logica.
2. Se l'istruzione_logica è vera, eseguire le istruzioni_programma e continuare il flusso del programma dopo l'istruzione END.
3. Se l'istruzione_logica è falsa, saltare le istruzioni_programma e continuare il flusso del programma dopo l'istruzione END.

Per digitare le particelle IF, THEN, ELSE e END, utilizzare:

← PRG BRCH IF

Il menu contiene le funzioni IF THEN ELSE END selezionabili dall'utente. In alternativa, per creare un costrutto IF…THEN…END direttamente nello stack, utilizzare:

← PRG BRCH ← IF

Nello stack verrà creato il seguente input:

Il cursore ⬅ posizionato subito davanti alla l'istruzione IF chiede all'utente di digitare l'istruzione logica che attiverà il costrutto IF all'esecuzione del programma.
Esempio: digitare il seguente programma:

```
« → x « IF 'x<3' THEN 'x^2' EVAL END "Done" MSGBOX » »
```

e salvarlo con il nome 'f1'. Premere VAR e verificare che la variabile f1 sia effettivamente disponibile nel menu delle variabili. Verificare i seguenti risultati:

0 f1	Risultato: 0	1.2 f1	Risultato: 1.44
3.5 f1	Risultato: no action	10 f1	Risultato: nessuna azione

Questi risultati confermano il corretto funzionamento del costrutto IF…THEN…END. Il programma creato calcola la funzione $f_1(x) = x^2$, se $x < 3$ (e nessun output negli altri casi).

Costrutto IF…THEN…ELSE…END

Il costrutto IF…THEN…ELSE…END consente due percorsi alternativi del programma in base al valore di verità dell'istruzione _logica. Il formato generico di questo costrutto è il seguente:

```
IF logical_statement THEN program_statements_if_true ELSE
                program_statements_if_false END.
```

Per eseguire questo costrutto procedere come indicato di seguito:

1. Valutare l'istruzione_logica.
2. Se l'istruzione_logica è vera, eseguire le istruzioni_programma_se_vera e continuare il flusso del programma dopo l'istruzione END.
3. Se l'istruzione_logica è falsa, eseguire le istruzioni_programma_se_falsa e continuare il flusso del programma dopo l'istruzione END.

Per creare un costrutto IF…THEN… ELSE…END direttamente nello stack, utilizzare:

← PRG BRCH → IF

Nello stack verrà creato il seguente input:

Esempio: digitare il seguente programma:

`« → x « IF 'x<3' THEN 'x^2' ELSE '1-x' END EVAL "Done" MSGBOX » »`

e salvarlo con il nome 'f2'. Premere VAR e verificare che la variabile f2 sia effettivamente disponibile nel menu delle variabili. Verificare i seguenti risultati:

0 f2 Risultato: 0 1.2 f2 Risultato: 1.44

3.5 f2 Risultato: -2.5 10 f2 Risultato: -9

Questi risultati confermano il corretto funzionamento del costrutto IF…THEN… ELSE…END. Il programma creato calcola la funzione

$$f_2(x) = \begin{cases} x^2, if\ x < 3 \\ 1 - x, otherwise \end{cases}$$

Nota: in questo caso particolare, un'alternativa valida sarebbe stata quella di utilizzare una funzione IFTE avente la seguente forma: 'f2(x) = IFTE(x<3,x^2,1-x)'

Costrutti IF…THEN…ELSE…END annidati

Nella maggior parte dei linguaggi di programmazione per computer nei quali è disponibile il costrutto IF…THEN…ELSE…END, il formato generico utilizzato per la presentazione del programma è il seguente:

```
IF logical_statement THEN
      program_statements_if_true
ELSE
      program_statements_if_false
END
```

Nella progettazione di un programma per calcolatrici contenente i costrutti IF, si inizierà scrivendo a mano il pseudocodice dei costrutti IF come illustrato sopra. Ad esempio, per il programma f2, si potrà scrivere

```
IF x<3 THEN
       x^2
ELSE
       1-x
END
```

Se questo costrutto semplice funziona bene quando la funzione ha solo due salti, potrebbe essere necessario annidare i costrutti IF…THEN…ELSE…END er funzioni con tre o più salti. Considerare ad esempio la funzione

$$f_3(x) = \begin{cases} x^2, if\ x < 3 \\ 1-x,\ \ if\ 3 \le x < 5 \\ \sin(x), if\ 5 \le x < 3\pi \\ \exp(x), if\ 3\pi \le x < 15 \\ -2, elsewhere \end{cases}$$

In questo caso è possibile valutare questa funzione utilizzando i costrutti IF… THEN … ELSE … END:

```
IF x<3 THEN
       x^2
ELSE
       IF x<5 THEN
              1-x
       ELSE
              IF x<3π        THEN
                     sin(x)
              ELSE
                     IF x<15 THEN
                            exp(x)
                     ELSE
                            -2
                     END
              END
       END
END
```

Un costrutto IF complesso come questo viene chiamato set di costrutti IF … THEN … ELSE … END *annidati*.

Una possibile soluzione per valutare f3(x), basandosi sul costrutto IF annidato illustrato sopra, è scrivere il programma seguente:

```
« → x « IF 'x<3' THEN 'x^2' ELSE IF 'x<5' THEN '1-x' ELSE IF
'x<3*π' THEN 'SIN(x)' ELSE IF 'x<15' THEN 'EXP(x)' ELSE –2 END
END END END EVAL » »
```

Salvare il programma nella variabile f3 e provare a fare le seguenti valutazioni:

1.5 f3	*Risultato*:	2.25 (ad es., x^2)
2.5 f3	*Risultato*:	6.25 (ad es., x^2)
4.2 f3	*Risultato*:	-3.2 (ad es., 1-x)
5.6 f3	*Risultato*:	-0.631266… (ad es., sin(x), con x nei radianti)
12 f3	*Risultato*:	162754.791419 (i.e., exp(x))
23 f3	*Risultato*:	-2. (ad es., -2)

Costrutto CASE

Il costrutto CASE può essere utilizzato per codificare diversi possibili percorsi dei programmi come nel caso dei costrutti IF annidati descritti in precedenza. Il formato generico di questo costrutto è il seguente:

```
CASE
Logical_statement1 THEN program_statements1 END
Logical_statement2 THEN program_statements2 END
.
.
.
Logical_statement THEN program_statements END
Default_program_statements (optional)
END
```

Durante la valutazione di questo costrutto, il programma prova ognuna delle *istruzioni_logiche,* finché non ne trova una vera. Il programma esegue il corrispondente *istruzioni_programma* e trasmette il flusso del programma all'istruzione che segue l'istruzione END.

Le istruzioni CASE, THEN e END possono essere selezionate utilizzando [←] PRG [BRCH] [CASE] .

Se ci si trova nel menu BRCH, ad es. ([←] PRG [BRCH]) è possibile utilizzare i seguenti tasti di scelta rapida per digitare il costrutto CASE (la posizione del cursore è indicata dal simbolo ⇦):

- [←] [CASE]: Avvia il costrutto CASE con le seguenti richieste: CASE ⇦ THEN END END
- [→] [CASE]: Completa la riga CASE aggiungendo le particelle THEN ⇦ END

Esempio - programma f_3(x) che utilizza l'istruzione CASE
La funzione viene definita dalle seguenti 5 espressioni:

$$f_3(x) = \begin{cases} x^2, \mathit{if}\ x < 3 \\ 1-x,\ \mathit{if}\ 3 \le x < 5 \\ \sin(x), \mathit{if}\ 5 \le x < 3\pi \\ \exp(x), \mathit{if}\ 3\pi \le x < 15 \\ -2, \mathit{elsewhere} \end{cases}$$

Utilizzando l'istruzione CASE nel linguaggio User RPL è possibile codificare questa funzione come indicato di seguito:

```
« → x « CASE ‘x<3‘ THEN ‘x^2‘ END ‘x<5‘ THEN ‘1-x‘ END ‘x<3*π‘
THEN ‘SIN(x)‘ END ‘x<15‘ THEN ‘EXP(x)‘ END –2 END EVAL » »
```

Salvare il programma nella variabile denominata [f3c]. Quindi, provare ad eseguire i seguenti esercizi:

1.5	[f3c]	*Risultato*:	2.25 (ad es., x^2)
2.5	[f3c]	*Risultato*:	6.25 (ad es., x^2)
4.2	[f3c]	*Risultato*:	-3.2 (ad es., 1-x)

5.6 f3c *Risultato*: -0.631266… (ad es., sin(x), con x nei radianti)
12 f3c *Risultato*: 162754.791419 (ad es., exp(x))
23 f3c *Risultato*: -2. (ad es., -2)

Come si vede, f3c genera esattamente lo stesso risultato di f3. L'unica differenza nei programmi è il costrutto di branching utilizzato. Nel caso della funzione $f_3(x)$ che richiede cinque espressioni per essere definita, il costrutto CASE è il più semplice da creare rispetto ai vari costrutti IF…THEN…ELSE…END annidati.

Cicli del programma

I cicli di programma sono costrutti che consentono al programma di eseguire una serie di istruzioni in modo ripetitivo. Ad esempio, si supponga di voler calcolare la sommatoria del quadrato dei numeri interi da 0 a n, ad es.,

$$S = \sum_{k=0}^{n} k^2$$

Per calcolare questa sommatoria, è sufficiente utilizzare il tasto ↱ Σ all'interno dell'Editor delle equazioni e caricare i valori limite e l'espressione di questa sommatoria (alcuni esempi di sommatorie sono illustratti ai Capitoli 2 e 13). Tuttavia, al fine di illustrare l'uso dei cicli del programma, la sommatoria verrà calcolata utilizzando il linguaggio User RPL. Esistono quattro comandi diversi utilizzabili per codificare un ciclo di programma nel linguaggio User RPL, vale a dire START, FOR, DO e WHILE. I comandi START e FOR utilizzano un indice o un contatore per determinare quante volte il ciclo viene eseguito. I comandi DO e WHILE si affidano ad un'istruzione logica per decidere quando terminare l'esecuzione di un ciclo. L'utilizzo dei comandi di ciclo viene descritto in dettaglio nelle sezioni seguenti.

Costrutto START

Il costrutto START utilizza due valori di un indice per eseguire una serie di istruzioni ripetitivamente. Esistono due versioni di costrutto START: START…NEXT e START … STEP. La versione START…NEXT viene utilizzata quando l'incremento dell'indice è uguale a 1 mentre la versione START…STEP quando l'incremento dell'indice viene definito dall'utente.

I comandi utilizzati nel costrutto START sono disponibili mediante:

„ PRG BRCH START START

All'interno del menu BRCH („ PRG BRCH) sono disponibili le seguenti sequenze di tasti per generare costrutti START (il simbolo indica la posizione del cursore):

- „ START: Avvia il costrutto START…NEXT construct: START ← NEXT
- … START: Avvia il costrutto START…STEP construct: START ← STEP

Costrutto START...NEXT
Il formato generico di questa istruzione è il seguente:

```
start_value end_value START program_statements NEXT
```

Se in questo caso l'incremento è pari a 1, al fine di terminare il ciclo, accertarsi che `start_value < end_value`. In caso contrario, si dovrà creare quello che viene definito ciclo infinito.

Esempio – calcolo della somma S di cui sopra
Il costrutto START…NEXT contiene un indice il cui valore non è accessibile all'utente. Poiché per il calcolo della somma è necessario l'indice (k, in questo caso), si deve creare un proprio indice k che verrà incrementato all'interno del ciclo ogni volta che quest'ultimo viene eseguito. Il programma seguente rappresenta una possibile implementazione del calcolo di S:

```
« 0. DUP →n S k « 0. n START k SQ S + 1. 'k' STO+ 'S' STO
NEXT S "S" →TAG » »
```

Digitare il programma e salvarlo nella variabile chiamata S.

Di seguito viene fornita una breve spiegazione su come funziona il programma:

1. Questo programma richiede come input un numero intero. Pertanto, prima di eseguire il programma, quel numero (n) si trova nel livello 1 dello stack. Il programma viene quindi eseguito.
2. Viene inserito uno zero, n viene spostato al livello 2 dello stack.
3. Il comando DUP, che può essere inserito come ALPHA ALPHA D U P ALPHA, copia i contenuti del livello 1 dello stack, sposta tutti i livelli dello stack di un gradino verso l'alto e colloca la copia appena eseguita nel livello 1 dello stack. Pertanto, dopo aver eseguito DUP, n si trova nel livello 3 dello stack e gli zero riempiono i livelli 1 e 2.
4. La parte di codice `→n S k` memorizza i valori di n, 0 e 0, rispettivamente nelle variabili locali n, S, k. Si dice quindi che le variabili n, S e k sono state <u>inizializzate</u> (S e k a zero, n a qualsiasi valore scelto dall'utente).
5. La parte di codice `0. n START` identifica un ciclo di START il cui indice acquisirà i valori di 0, 1, 2, …, n
6. La somma S viene incrementata da k^2 nella parte di codice: `k SQ S +`
7. L'indice k viene incrementato di 1 nella parte di codice: `1. k +`
8. A questo punto, i valori aggiornati di S e k sono disponibili rispettivamente nei livelli 2 e 1 dello stack. La parte di codice `'k' STO` memorizza il valore dal livello 1 dello stack nella variabile locale k. Il valore aggiornato di S si trova ora nel livello 1 dello stack.
9. La parte di codice `'S' STO` memorizza il valore dal livello 1 dello stack nella variabile locale k. Lo stack ora è vuoto.
10. La particella NEXT aumenta l'indice di uno e passa il controllo all'inizio del ciclo (fase 6).
11. Il ciclo si ripete, finché l'indice del ciclo non raggiunge il valore massimo n.
12. L'ultima parte del programma richiama l'ultimo valore di S (sommatoria), aggiunge un tag e lo posiziona nel livello 1 dello stack in modo da essere visualizzato dall'utente come output del programma.

Per vedere il programma in funzione, passo-passo, è possibile utilizzare il debugger come segue (utilizzare n = 2). SL1 corrisponde al livello 1 dello stack:

VAR 2 ['] S1 ENTER	Posizionare un 2 nel livello 2 e il nome del programma 'S1' nel livello 1

← PRG NXT NXT RUN DBG	Avvia il debugger. SL1 = 2.
SST↓	SL1 = 0., SL2 = 2.
SST↓	SL1 = 0., SL2 = 0., SL3 = 2. (DUP)
SST↓	Vuota lo stack (-> n S k)
SST↓	Vuota lo stack (« - avvia il sottoprogramma)
SST↓	SL1 = 0., (valore iniziale dell'indice del ciclo)
SST↓	SL1 = 2.(n), SL2 = 0. (valore finale dell'indice del ciclo)
SST↓	Vuota lo stack (START - inizio del ciclo)

--- numero di esecuzione del ciclo 1 per k = 0

SST↓	SL1 = 0. (k)
SST↓	SL1 = 0. (SQ(k) = k^2)
SST↓	SL1 = 0.(S), SL2 = 0. (k^2)
SST↓	SL1 = 0. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 1., SL2 = 0. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 0.(k), SL2 = 1., SL3 = 0. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 1.(k+1), SL2 = 0. (S + k^2)
SST↓	SL1 = ‘k’, SL2 = 1., SL3 = 0. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 0. (S + k^2) [Vuota lo stack [Memorizza il valore di SL2 = 1 in SL1 = ‘k’]
SST↓	SL1 = ‘S’, SL2 = 0. (S + k^2)
SST↓	Vuota lo stack [Vuota lo stack [Memorizza il valore di SL2 = 0 in SL1 = ‘S’]
SST↓	Vuota lo stack (NEXT - fine del ciclo)

--- numero di esecuzione del ciclo 2 per k = 1

SST↓	SL1 = 1. (k)
SST↓	SL1 = 1. (SQ(k) = k^2)
SST↓	SL1 = 0.(S), SL2 = 1. (k^2)
SST↓	SL1 = 1. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 1., SL2 = 1. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 1.(k), SL2 = 1., SL3 = 1. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 2.(k+1), SL2 = 1. (S + k^2)
SST↓	SL1 = ‘k’, SL2 = 2., SL3 = 1. (S + k^2)

SST↓	SL1 = 1. (S + k^2) [Vuota lo stack [Memorizza il valore di SL2 = 2 in SL1 = ‘k’]
SST↓	SL1 = ‘S’, SL2 = 1. (S + k^2)
SST↓	Vuota lo stack [Vuota lo stack [Memorizza il valore di SL2 = 1 in SL1 = ‘S’]
SST↓	Vuota lo stack (NEXT - fine del ciclo)

--- numero di esecuzione del ciclo 3 per k = 2

SST↓	SL1 = 2. (k)
SST↓	SL1 = 4. (SQ(k) = k^2)
SST↓	SL1 = 1.(S), SL2 = 4. (k^2)
SST↓	SL1 = 5. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 1., SL2 = 5. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 2.(k), SL2 = 1., SL3 = 5. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 3.(k+1), SL2 = 5. (S + k^2)
SST↓	SL1 = ‘k’, SL2 = 3., SL3 = 5. (S + k^2)
SST↓	SL1 = 5. (S + k^2) [Vuota lo stack [Memorizza il valore di SL2 = 3 in SL1 = ‘k’]
SST↓	SL1 = ‘S’, SL2 = 5. (S + k^2)
SST↓	Empty stack [Vuota lo stack [Memorizza il valore di SL2 = 0 in SL1 = ‘S’]
SST↓	Vuota lo stack (NEXT - fine del ciclo)

--- per n = 2, l'indice del ciclo è terminato e il controllo passa all'istruzione che segue NEXT

SST↓	SL1 = 5 (viene richiamato S nello stack)
SST↓	SL1 = “S”, SL2 = 5 (“S” viene inserito nello stack)
SST↓	SL1 = S:5 (applicazione di un tag al valore di output)
SST↓	SL1 = S:5 (uscita dal sottoprogramma »)
SST↓	SL1 = S:5 (uscita dal programma principale »)

L'elenco passo-passo è terminato. Il risultato dell'esecuzione del programma S1 con n = 2, è S:5.

Verificare inoltre i seguenti risultati: VAR

3	@@@S1@@@	Risultato: `S:14`	4	@@@S1@@@	Risultato: `S:30`
5	@@@S1@@@	Risultato: `S:55`	8	@@@S1@@@	Risultato: `S:204`
10	@@@S1@@@	Risultato: `S:385`	20	@@@S1@@@	Risultato: `S:2870`
30	@@@S1@@@	Risultato: `S:9455`	100	@@@S1@@@	Risultato: `S:338350`

Costrutto START...STEP

La forma generale di questa istruzione è:

```
start_value end_value START program_statements increment
NEXT
```

Lo start_value (valore_iniziale), l'en_value (valore_finale) e `increment` (l'increment) dell'indice del ciclo possono essere quantità positive o negative. Per un `increment > 0` il costrutto viene eseguito purchè l'indice sia minore o uguale all'`end_value`. Per un For `increment < 0` il costrutto viene eseguito purché l'indice sia maggiore o uguale all'`end_value`.

Esempio - creazione di un elenco di valori
Si supponga di voler creare un elenco di valori di x da x = 0.5 a x = 6.5 con incrementi di 0.5. Si può scrivere il seguente programma:

```
« → xs xe dx « xs DUP xe START DUP dx + dx STEP DROP xe xs
- dx / ABS 1 + →LIST » »
```

e memorizzarlo nella variabile GLIST.

In questo programma, xs = valore iniziale del ciclo, xe = valore finale del ciclo, dx = valore di incremento per ciclo. Il programma inserisce nello stack i valori xs, xs+dx, xs+2·dx, xs+3·dx… . Successivamente, calcola il numero di elementi generati utilizzando la parte di codice: `xe xs – dx / ABS 1. +`

Infine, il programma crea un elenco con gli elementi presenti nello stack.

- Verificare che la sequenza 0.5 `ENTER` 2.5 `ENTER` 0.5 `ENTER` GLIST del programma produca l'elenco {0.5 1. 1.5 2. 2.5}.
- Per seguire l'operazione passo per passo, utilizzare il programma DBUG per un elenco breve, ad esempio:

[VAR] 1 [SPC] 1.5 [SPC] 0.5 [ENTER]	Digitare i parametri 1 1.5 0.5
['] [illegible] [ENTER]	Inserire il nome del programma al livello 1
[←] PRG [NXT] [NXT] RUN DBG	Avviare il debugger.

Utilizzare SST↓ per entrare nel programma e vedere nel dettaglio il funzionamento di ogni comando.

Costrutto FOR

Come per il comando START, il comando FOR ha due varianti: il costrutto FOR…NEXT per incrementi dell'indice del ciclo pari a 1 e il costrutto FOR…STEP per incrementi dell'indice del ciclo impostati dall'utente. A differenza del comando START, tuttavia, il comando FOR richiede l'assegnazione di un nome all'indice del ciclo (es. j, k, n). Non è però necessario preoccuparsi di incrementare l'indice manualmente come negli esempi per START. Il valore corrispondente all'indice è disponibile per i calcoli.

I comandi coinvolti nel costrutto FOR sono disponibili attraverso:

[←] PRG BRCH FOR

Per generare costrutti FOR, all'interno del menu BRCH ([←] PRG BRCH) sono disponibili le seguenti sequenze di tasti (il simbolo ⬅ indica la posizione del cursore):

- [←] FOR: Avvia il costrutto FOR…NEXT: FOR ⬅ NEXT
- [→] FOR: Avvia il costrutto FOR…STEP: FOR ⬅ STEP

Costrutto FOR…NEXT

La forma generale di questa istruzione è:

```
start_value end_value FOR loop_index program_statements
NEXT
```

Per evitare un ciclo infinito, assicurarsi che `start_value < end_value`.

Esempio - calcolare la sommatoria S utilizzando un costrutto FOR…NEXT
Il seguente programma calcola la sommatoria

$$S = \sum_{k=0}^{n} k^2$$

Uso del ciclo FOR…NEXT:

```
« 0 →n S « 0 n FOR k k SQ S + ‘S‘ STO NEXT S “S” →TAG » »
```

Memorizzare questo programma in una variabile [S2]. Verificare i seguenti esercizi: [VAR]

3	[S2]	Risultato: `S:14`	4	[S2]	Risultato: `S:30`
5	[S2]	Risultato: `S:55`	8	[S2]	Risultato: `S:204`
10	[S2]	Risultato: `S:385`	20	[S2]	Risultato: `S:2870`
30	[S2]	Risultato: `S:9455`	100	[S2]	Risultato: `S:338350`

Si noterà che il programma è molto più semplice di quello memorizzato in [S1]. Non è necessario inizializzare k o incrementare k nell’ambito del programma. Il programma stesso si occupa della produzione di tali incrementi.

Costrutto FOR…STEP

La forma generale di questa istruzione è:

```
start_value end_value FOR loop_index program_statements
increment STEP
```

Lo start_value, l'end_value e `increment` (l’increment) dell’indice del ciclo possono essere quantità positive o negative. Per un `increment > 0` il costrutto viene eseguito purchè l’indice sia minore o uguale al `end_value`. Per un `increment < 0` il costrutto viene eseguito purchè l’indice sia maggiore o uguale a `end_value`. Le istruzioni del programma vengono eseguite almeno una volta (es. `1 0 START 1 1 STEP` restituisce 1)

Esempio - generare un elenco di numeri utilizzando un costrutto FOR…STEP
Digitare il programma:

```
« → xs xe dx « xe xs – dx / ABS 1. + → n « xs xe FOR x x
dx STEP n →LIST » » »
```

e memorizzarlo nella variabile GLIS2.

- Verificare che la sequenza 0.5 ENTER 2.5 ENTER 0.5 ENTER GLIS2 del programma produca l’elenco {0.5 1. 1.5 2. 2.5}.
- Per seguire l’operazione passo per passo, utilizzare il programma DBUG per un elenco breve, ad esempio:

VAR 1 SPC 1.5 SPC 0.5 ENTER	Digitare i parametri 1 1.5 0.5
[‘] GLIS2 ENTER	Inserire il nome del programma al livello 1
← PRG NXT NXT RUN DBG	Avviare il debugger.

Utilizzare SST↓ per entrare nel programma e vedere nel dettaglio il funzionamento di ogni comando.

Costrutto DO

La struttura generale di questo comando è:

```
DO program_statements UNTIL logical_statement END
```

Il comando DO avvia un ciclo indefinito che esegue i program_statements (istruzioni_programma) finchè il logical_statement (istruzione_logica) restituisce il risultato FALSE (Falso) (0). Il `logical_statement` deve contenere il valore di un indice il cui valore è modificato nei `program_statements`.

Esempio 1 - Questo programma richiama un contatore nell’angolo superiore sinistro del display che aggiunge 1 a un ciclo indefinito finché la pressione di un tasto (qualsiasi) non lo ferma: `« 0 DO DUP 1 DISP 1 + UNTIL KEY END DROP »`

Il comando KEY (Tasto) viene valutato come TRUE (vero) alla pressione di una sequenza di tasti.

Esempio 2 - calcolare la sommatoria S utilizzando un costrutto DO…UNTIL…END

Il seguente programma calcola la sommatoria

$$S = \sum_{k=0}^{n} k^2$$

Utilizzando un ciclo DO…UNTIL…END:

```
« 0. → n S « DO n SQ S + ‘S‘ STO n 1 – ‘n‘ STO UNTIL ‘n<0‘ END
S “S” →TAG » »
```

Memorizzare questo programma in una variabile S2. Verificare i seguenti esercizi: (VAR)

3 S2	Risultato: S:14	4 S2	Risultato: S:30
5 S2	Risultato: S:55	8 S2	Risultato: S:204
10 S2	Risultato: S:385	20 S2	Risultato: S:2870
30 S2	Risultato: S:9455	100 S2	Risultato: S:338350

<u>Esempio 3</u> - generare un elenco utilizzando un costrutto DO…UNTIL…END
Digitare il seguente programma

```
« → xs xe dx « xe xs – dx / ABS 1. + xs → n x « xs DO
‘x+dx’ EVAL DUP ‘x’ STO UNTIL ‘x≥xe’ END n →LIST » » »
```

e memorizzarlo nella variabile GLIST.

- Verificare che la sequenza 0.5 (ENTER) 2.5 (ENTER) 0.5 (ENTER) GLIST del programma produca l’elenco {0.5 1. 1.5 2. 2.5}.
- Per seguire l’operazione passo per passo, utilizzare il programma DBUG per un elenco breve, ad esempio:

(VAR) 1 (SPC) 1.5 (SPC) 0.5 (ENTER)	Digitare i parametri 1 1.5 0.5
[‘] GLIST (ENTER)	Inserire il nome del programma al livello 1
(←) PRG (NXT) (NXT) RUN DBG	Avviare il debugger.

Utilizzare SST↓ per entrare nel programma e vedere nel dettaglio il funzionamento di ogni comando.

Costrutto WHILE

La struttura generale di questo comando è:

```
WHILE logical_statement REPEAT program_statements END
```

L'istruzione WHILE ripeterà i `program_statements` finché `logical_statement` non è vero (diverso da zero). In caso contrario, il comando del programma viene passato all'istruzione immediatamente successiva a END. I `program_statements` devono prevedere un indice di ciclo che viene modificato prima della verifica del `logical_statement` all'inizio della ripetizione successiva. A differenza del comando DO, se la prima valutazione del logical_statement è falsa, il ciclo non verrà mai eseguito.

Esempio 1 - calcolare la sommatoria S utilizzando un costrutto WHILE… REPEAT…END

Il seguente programma calcola la sommatoria

$$S = \sum_{k=0}^{n} k^2$$

Uso di un ciclo WHILE…REPEAT…END:

```
« 0. →n S « WHILE 'n≥0' REPEAT n SQ S + 'S' STO n 1 – 'n' STO
END S "S" →TAG » »
```

Memorizzare questo programma in una variabile **S4**. Verificare i seguenti esercizi: VAR

3	**S4**	Risultato: `S:14`	4	**S4**	Risultato: `S:30`
5	**S4**	Risultato: `S:55`	8	**S4**	Risultato: `S:204`
10	**S4**	Risultato: `S:385`	20	**S4**	Risultato: `S:2870`
30	**S4**	Risultato: `S:9455`	100	**S4**	Risultato: `S:338350`

Esempio 2 - generare un elenco utilizzando un costrutto WHILE…REPEAT…END

Digitare il seguente programma

```
« → xs xe dx « xe xs – dx / ABS 1. + xs → n x « xs WHILE
'x<xe' REPEAT 'x+dx' EVAL DUP 'x' STO END n →LIST » » »
```

e memorizzarlo nella variabile GLIS3.

- Verificare che la sequenza 0.5 ENTER 2.5 ENTER 0.5 ENTER GLIS3 del programma produca l'elenco {0.5 1. 1.5 2. 2.5}.
- Per seguire l'operazione passo per passo, utilizzare il programma DBUG per un elenco breve, ad esempio:

VAR 1 SPC 1.5 SPC 0.5 ENTER	Digitare i parametri 1 1.5 0.5
['] GLIS3 ENTER	Inserire il nome del programma al livello 1
← PRG NXT NXT RUN DBG	Avviare il debugger.

Utilizzare SST↓ per entrare nel programma e vedere nel dettaglio il funzionamento di ogni comando.

Errori e intercettazione degli errori

Le funzioni del sottomenu PRG/ERROR permettono di manipolare gli errori nella calcolatrice e di intercettare gli errori nei programmi. Il sottomenu PRG/ERROR, disponibile attraverso ← PRG NXT NXT ERROR , contiene le seguenti funzioni e sottomenu:

DOERR

Questa funzione esegue un errore determinato dall'utente, facendo sì che la calcolatrice si comporti come se quel particolare errore si fosse presentato. La funzione può avere come argomento un numero intero, un numero intero binario, un messaggio di errore oppure il numero zero (0). Ad esempio, digitando 5 ENTER DOERR in modalità RPN si avrà il seguente messaggio di errore: *Error: Memory Clear (Cancella memoria)*

Se si digita #11h ENTER DOERR, si avrà il seguente messaggio: *Error: Undefined FPTR Name (Nome FPTR non definito)*
Se si digita “TRY AGAIN“ ENTER DOERR, si avrà il seguente messaggio: *TRY AGAIN (Riprova)*

Infine, 0 ENTER DOERR darà il seguente messaggio: *Interrupted (Interrotto)*

ERRN

Questa funzione restituisce un numero che rappresenta l’errore più recente. Ad esempio, provando 0 1/x ON ERRN, si avrà il numero #305h. Si tratta di un numero intero binario che rappresenta l’errore: *Infinite Result (Risultato infinito)*

ERRM

Questa funzione restituisce una stringa di caratteri che rappresenta il messaggio dell'errore più recente. Ad esempio, se si prova 0 1/x ON ERRM in modalità Approx, si avrà la seguente stringa: *“Infinite Result”*

ERR0

Questa funzione cancella il numero dell’ultimo errore in modo che, eseguendo successivamente ERRN in modalità Approx, si avrà come risultato # 0h. Ad esempio, provando 0 1/x ON ERR0 ERRN, si avrà # 0h. Inoltre, se si prova 0 1/x ON ERR0 ERRM, si avrà la stringa vuota “ “.

LASTARG

Questa funzione restituisce copie degli argomenti del comando o della funzione eseguiti più di recente. Ad esempio, se in modalità RPN si usa: 3 ÷ 2 ENTER e poi la funzione LASTARG (LASTA), i valori 3 e 2 verranno elencati nello stack. Un altro esempio in modalità RPN è il seguente: 5 TAN ENTER . L’utilizzo di LASTATG dopo queste voci produrrà un 5.

Sottomenu IFERR

Il sottomenu IFERR prevede le seguenti funzioni:

Questi sono i componenti del costrutto IFERR…THEN…END oppure del costrutto IFERR…THEN…ELSE…END. Entrambi i costrutti logici sono utilizzati per l'intercettazione degli errori nel corso dell’esecuzione dei programmi. Digitando oppure nel sottomenu si inseriranno nello stack i componenti della struttura IFERR, in modo che siano disponibili per l’utente quando si dovranno completare i termini mancanti, ovvero

La forma generale dei due costrutti per l'intercettazione degli errori è la seguente:

IF trap-clause (clausola-intercetta) THEN error-clause (clausola-errore) END

IF trap-clause THEN error-clause ELSE normal-clause END

L’azione di questi costrutti logici è simile a quella dei costrutti IF…THEN…END e IF…THEN…ELSE…END. Se viene rilevato un errore nel corso dell’esecuzione della trap-clause, allora viene eseguita la error-clause. Altrimenti viene eseguita la normal-clause (clausola_normale).

Come esempio si consideri il seguente programma () che prende come parametro due matrici, A e b, e verifica se nella trap-clause è presente un errore: A b / (modalità RPN, ovvero A/b). Se riscontra un errore, allora il programma richiama la funzione LSQ (Least Squares, vedere Capitolo 11) per risolvere il sistema delle equazioni:

```
« → A b « IFERR A b / THEN LSQ END » »
```

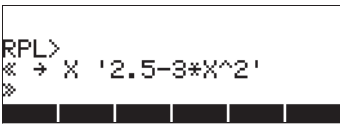
Provare a eseguire il programma con gli argomenti A = [[2, 3, 5], [1, 2, 1]] e b = [[5], [6]]. Una semplice divisione di questi due argomenti provoca un errore: */Error: Invalid Dimension. (Dimensione non valida)*

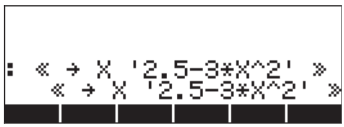
Tuttavia, con il costrutto per l'intercettazione di errori del programma e con gli stessi argomenti, produce: [0.262295…, 0.442622…].

Programmazione nel linguaggio User-RPL in modalità algebrica

Mentre tutti i programmi descritti finora sono prodotti ed eseguiti in modalità RPN, è sempre possibile digitare un programma utilizzando il linguaggio User-RPL, se ci si trova in modalità algebrica, richiamando la funzione RPL>. Questa funzione è disponibile nel Command Catalog. Ad esempio, si provi a creare il seguente programma in modalità algebrica e lo si memorizzi nella variabile P2: « → X '2.5-3*X^2' »

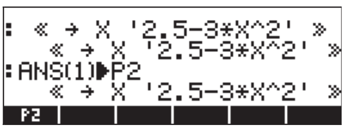
Per prima cosa attivare la funzione RPL> dal Command Catalog (↱ CAT). Tutte le funzioni attivate in modalità ALG presentano due parentesi vicino al proprio nome. La funzione RPL> non fa eccezione, se non per il fatto che le parentesi devono essere cancellate prima di digitare un programma nel display. Utilizzare i tasti freccia (◀ ▶) e il tasto cancella (⬅) per eliminare le parentesi dall'istruzione RPL>(). A questo punto è possibile digitare il programma RPL. Le seguenti figure mostrano il comando RPL> con il programma prima e dopo la pressione del tasto ENTER.





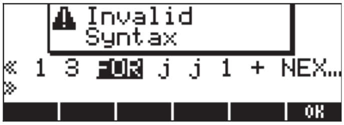
Per memorizzare il programma utilizzare il comando STO come segue:

↰ ANS STO▶ ALPHA P 2 ENTER

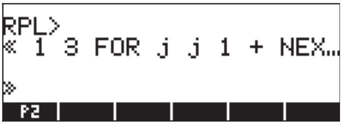


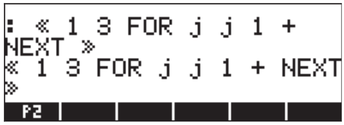
Nella schermata successiva viene mostrata una valutazione del programma P2 per l'argomento X = 5:

Se è possibile scrivere programmi in modalità algebrica senza utilizzare la funzione RPL>, alcuni costrutti RPL produrranno un messaggio di errore alla pressione di ENTER, ad esempio:



Mentre se si utilizza RPL non si avranno problemi nel caricamento di questo programma in modalità algebrica:





Capitolo 22
Programmi per la manipolazione dei grafici

Il presente capitolo illustra una serie di esempi su come utilizzare le funzioni della calcolatrice per manipolare i grafici in modo interattivo o attraverso programmi. Come al Capitolo 21, si consiglia di utilizzare la modalità RPN e di impostare il flag di sistema 117 su SOFT menu (menu FUNZIONE). « »

Nel Capitolo 12 si introducono una serie di applicazioni grafiche per la calcolatrice. Gli esempi del Capitolo 12 mostrano la creazione interattiva di grafici mediante l'utilizzo dei moduli di input preimpostati della calcolatrice. È possibile inoltre utilizzare diagrammi nei propri programmi ad esempio per integrare i risultati numerici con grafici. Prima di procedere, si illustrerà il funzionamento della relativa funzione nel menu PLOT.

Menu PLOT

I comandi per l'impostazione e la creazione di grafici sono disponibili dal menu PLOT. Il menu PLOT è accessibile attraverso: 8 1 . 0 1 ← PRG NXT MODES MENU MENU.

Il menu che appare permette all'utente di accedere a una serie di funzioni per grafici. Per l'applicazione negli esempi successivi, si personalizzi la definizione del tasto F3 (GRAPH) per permettere l'accesso a questo menu come descritto di seguito.

Personalizzazione del tasto di accesso al menu PLOT

Digitare la seguente sequenza di tasti per verificare se nella calcolatrice esistono già tasti personalizzati: ← PRG NXT MODES KEYS RCLKEYS.
Se non ci sono tasti personalizzati, apparirà un elenco contentente una S, ovvero {S}. Questo significa che la tastiera Standard è l'unica definizione memorizzata per i tasti della calcolatrice.

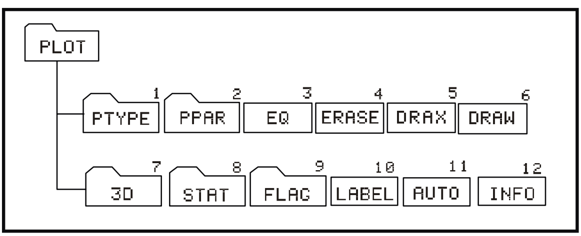
Per personalizzare un tasto è necessario aggiungere a questo elenco un comando o un programma seguito da un riferimento al tasto stesso (per i dettagli, vedere il Capitolo 20). Digitare l'elenco { S << 81.01 MENU >> 13.0 } nello stack e utilizzare la funzione STOKEYS (← PRG NXT MODES KEYS STOK) per impostare il tasto F3 per l'accesso al menu PLOT. Verificarne la corretta memorizzazione nella calcolatrice utilizzando ← PRG NXT MODES KEYS RCLK.

Nota: nel corso della presentazione del menu PLOT, delle sue funzioni o sottomenu, non si eseguirà alcun esercizio. La presente sezione sarà per lo più una sorta di panoramica dei contenuti del menu PLOT mano a mano che si osserveranno le varie tipologie di grafici disponibili nella calcolatrice.

Per attivare un tasto personalizzato dall'utente è necessario premere ← USER (allo stesso modo del tasto ALPHA) prima di premere il tasto o la combinazione desiderata. Per attivare il menu PLOT con la definizione del tasto utilizzata in precedenza, premere: ← USER F3 . Verrà visualizzato il seguente menu (premere NXT per passare al secondo menu)

Descrizione del menu PLOT

Lo schema seguente mostra i menu disponibili in PLOT. I numeri associati ai vari menu e alle varie funzioni nello schema sono utilizzati come riferimento nelle descrizioni successive.



I tasti funzione denominati 3D, STAT, FLAG, PTYPE e PPAR, permettono di visualizzare ulteriori menu che saranno presentati nel dettaglio in seguito. A questo punto si descriveranno le funzioni accessibili in modo diretto attraverso i tasti funzione per il menu numero 81.02. Tali opzioni sono:

LABEL (10)
La funzione LABEL (Etichetta) è utilizzata per etichettare gli assi di un grafico nonché i nomi delle variabili e i valori minimo e massimo degli assi stessi. I nomi delle variabili sono selezionati tra le informazioni contenute nella variabile PPAR.

AUTO (11)
La funzione AUTO (AUTOscale) calcola un intervallo di visualizzazione per l'asse y oppure per gli assi x e y nei grafici bidimensionali a seconda del tipo di grafico definito in PPAR. Per i grafici tridimensionali, la funzione AUTO non esegue alcuna azione. Per i grafici bidimensionali, la funzione AUTO esegue le seguenti azioni:

- FUNCTION: basandosi sull'intervallo grafico di x, campiona la funzione in EQ e determina i valori minimo e massimo di y.
- CONIC: imposta la scala dell'asse y in modo che sia uguale alla scala dell'asse x.
- POLAR: basandosi sui valori della variabile indipendente (solitamente θ), campiona la funzione in EQ e determina i valori minimo e massimo di x e y.
- PARAMETRIC: produce un risultato simile alla funzione POLAR basandosi sui valori del parametro che definisce le equazioni per x e y.
- TRUTH: non esegue azioni.
- BAR: l'intervallo sull'asse x è impostato da 0 a *n+1,* dove *n* è il numero degli elementi in ΣDAT. l'intervallo dei valori di y è basato sul contenuto di ΣDAT. I valori minimo e massimo di y sono determinati in modo che l'asse x si trovi sempre all'interno del grafico.
- HISTOGRAM: simile a BAR.
- SCATTER: imposta l'intervallo degli assi x e y basandosi sul contenuto delle variabili indipendente e dipendente di ΣDAT.

INFO (12)
La funzione INFO è solo interattiva (ovvero non può essere programmata). Alla pressione del relativo tasto funzione, fornisce informazioni sui parametri del grafico corrente.

EQ (3)
La calcolatrice riserva la variabile denominata EQ per memorizzare l'equazione corrente in grafici o per la soluzione delle equazioni (vedere Capitolo…). Il tasto funzione denominato EQ in questo menu può essere utilizzato come se fosse disponibile il menu variabili, ossia, premendo [EQ] verrà visualizzato il contenuto corrente di quella variabile.

ERASE (4)
La funzione ERASE cancella il contenuto corrente della finestra dei grafici. In fase di programmazione, può essere utilizzata per assicurarsi che la finestra dei grafici sia vuota prima di tracciare un nuovo grafico.

DRAX (5)
La funzione DRAX disegna gli assi nel grafico corrente, se visibili.

DRAW (6)
La funzione DRAW disegna il grafico definito in PPAR.

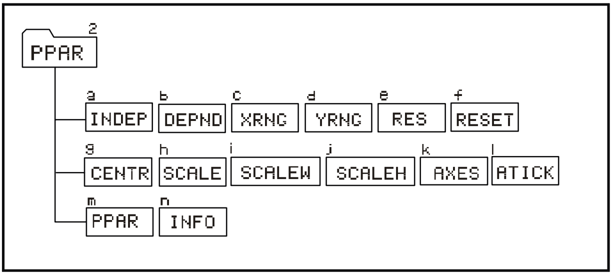
Menu PTYPE in PLOT (1)
Il menu PTYPE elenca il nome di tutte le tipologie di grafico bidimensionale preimpostate nella calcolatrice. Il menu contiene i seguenti tasti:

Questi tasti corrispondono alle tipologie di grafico descritte in precedenza: *Function, Conic, Polar, Parametric, Truth* e *Diff Eq*. La pressione di uno di questi tasti funzione durante la digitazione di un programma, inserirà la chiamata a una funzione all'interno del programma stesso. Premere NXT PLOT per tornare al menu PLOT principale.

Menu PPAR (2)
Il menu PPAR elenca le diverse opzioni disponibili per la variabile PPAR come mostrato dalle seguenti etichette dei tasti funzione. Premere NXT per passare ai menu successivi:

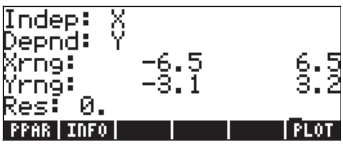
Nota: i comandi SCALE mostrati in figura rappresentano in realtà SCALE, SCALEW, SCALEH, in questo ordine.

Lo schema seguente mostra le funzioni disponibili nel menu PPAR. Le lettere associate a ogni funzione nello schema sono utilizzate come riferimento nella seguente descrizione delle funzioni.



INFO (n) e PPAR (m)

Premendo INFO o digitando ↱ PPAR nell'ambito di questo menu, si otterrà un elenco delle impostazioni PPAR correnti, ad esempio:



Questa informazione indica nell'ordine che: X è la variabile indipendente (Indep), Y è la variabile dipendente (Depnd), l'intervallo dell'asse x va da -6.5 a 6.5 (Xrng) e l'intervallo dell'asse y va da -3.1 a 3.2 (Yrng). L'ultima informazione sullo schermo, il valore di Res (risoluzione) determina l'intervallo della variabile indipendente utilizzata per generare il grafico.

Le etichette dei tasti funzione presenti nel menu PPAR (2) rappresentano i comandi che possono essere utilizzati nei programmi. Questi comando comprendono:

INDEP (a)
Il comando INDEP specifica la variabile indipendente e il rispettivo intervallo grafico. Queste specifiche sono memorizzate come terzo parametro nella variabile PPAR. Il valore preimpostato è 'X'. I valori che possono essere assegnati alla variabile indipendente sono:

- Un nome di variabile, es. '`Vel`'
- Un nome di variabile in un elenco, es. { `Vel` }
- Un nome di variabile e un intervallo in un elenco, es. { `Vel 0 20` }
- Un intervallo senza un nome di variabile, es. { `0 20` }
- Due valori che rappresentano un intervallo, es. `0 20`

In un programma, tutte queste specifiche saranno seguite dal comando INDEP.

DEPND (b)
Il comando DEPND definisce il nome della variabile dipendente. Nel caso di grafici TRUTH (Verità), definisce anche l'intervallo grafico. Il valore preimpostato è Y. I tipi di specifica per la variabile DEPND sono gli stessi di quelli per la variabile INDEP.

XRNG (c) e YRNG (d)
Il comando XRNG definisce l'intervallo grafico per l'asse x mentre il comando YRNG definisce quello per l'asse y. Il parametro di partenza per tutti questi comandi è costituito da due numeri che rappresentano i valori minimo e massimo di x o y. I valori degli intervalli degli assi x e y sono memorizzati come coppie ordinate (x_{min}, y_{min}) e (x_{max}, y_{max}) nei primi due elementi della variabile PPAR. I valori preimpostati per x_{min} e x_{max} sono rispettivamente -6.5 e 6.5. I valori preimpostati per x_{min} e x_{max} sono rispettivamente -3,1 e 3,2.

RES (e)
Il comando RES (RESolution) definisce l'intervallo tra i valori della variabile indipendente quando si genera un particolare grafico. La risoluzione può essere espressa in termini di unità di misura definite dall'utente, come numero reale oppure in termini di pixel come un intero binario (numeri che iniziano con #, ad esempio, #10). La risoluzione è memorizzata come quarta voce nella variabile PPAR.

CENTR (g)
Il comando CENTR utilizza come argomento una coppia ordinata (x,y) o un valore x e adatta i primi due elementi nella variabile PPAR, ovvero (x_{min}, y_{min}) e (x_{max}, y_{max}) in modo che il centro del grafico sia rispettivamente (x,y) o (x,0).

SCALE (h)
Il comando SCALE (Scala) determina la scala del grafico rappresentata dal numero di unità per segno di spunta. La scala preimpostata corrisponde a 1 unità per segno di spunta. Quando si utilizza il comando SCALE, questo prende come argomento due numeri, x_{scale} e y_{scale}, che rappresentano le nuove scale orizzontale e verticale. Il comando SCALE consente di regolare i parametri (x_{min}, y_{min}) e (x_{max}, y_{max}) in PPAR per adattarli alla scala desiderata. Il centro del grafico è protetto.

SCALEW (i)
Dato un fattore x_{factor}, il comando SCALEW moltiplica la scala orizzontale per tale fattore. La lettera W in SCALEW è l'abbreviazione di "width" (larghezza). L'esecuzione di SCALEW modifica i valori di x_{min} e x_{max} in PPAR.

SCALEH (j)
Dato un fattore y_{factor}, il comando SCALEH moltiplica la scala verticale per tale fattore. La lettera H in SCALEH è l'abbreviazione di "height" (altezza). L'esecuzione di SCALEW modifica i valori di y_{min} e y_{max} in PPAR.

Nota: le modifiche apportate utilizzando SCALE, SCALEW o SCALEH possono essere usate per ingrandire o ridurre la visualizzazione di un grafico.

ATICK (l)
Il comando ATICK (Axes TICK mark) è utilizzato per impostare le annotazioni di spunta per gli assi. Il valore di input per il comando ATICK può essere uno dei seguenti:

- Un valore reale x: imposta su x unità le annotazioni di spunta per gli assi x e y
- Un elenco di due valori reali {x y}: imposta rispettivamente su x e y unità le annotazioni di spunta per gli assi x e y.
- Un intero binario #n: imposta su #n pixel le annotazioni di spunta per gli assi x e y

Un elenco di due interi binari {#n #m}: imposta rispettivamente su #n e #m pixel le annotazioni di spunta per gli assi x e y.

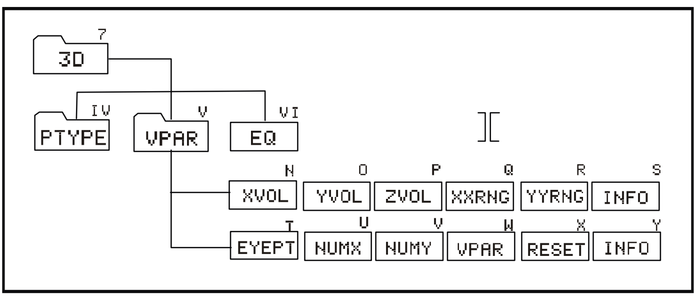
AXES (k)
Il valore di input per il comando AXES (Assi) consiste in una coppia ordinata (x,y) oppure in un elenco {(x,y) *atick* "x-axis label" "y-axis label"}. Il parametro *atick* rappresenta la specifica delle annotazioni di spunta come descritto in precedenza per il comando ATICK. La coppia ordinata rappresenta il centro del grafico. Se come input per AXES viene data solo una coppia ordinata, allora solo l'origine degli assi stessi sarà alterata. L'argomento del comando AXES, che si tratti di una coppia ordinata o di un elenco di valori, è memorizzato come quinto parametro in PPAR.

Per tornare al menu PLOT premere **PLOT**.

Premere NXT per entrare nella seconda pagina del menu PLOT.

RESET (f)
Questo tasto riporterà i parametri relativi ai grafici ai valori preimpostati.

Menu 3D in PLOT (7)
Il menu 3D contiene due sottomenu, PTYPE e VPAR, e una variabile EQ. Siccome il significato di EQ è ormai noto, ci si concentrerà sul contenuto dei menu PTYPE e VPAR. Lo schema sottostante mostra la struttura del menu 3D.



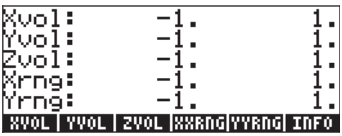
Menu PTYPE in 3D (IV)

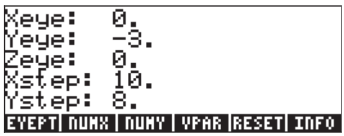
Il menu PTYPE in 3D prevede le seguenti funzioni:

Queste funzioni corrispondono alle opzioni *Slopefield, Wireframe, Y-Slice, Ps-Contour, Gridmap* e *Pr-Surface* presentate in precedenza. La pressione di uno di questi tasti funzione durante la digitazione di un programma, inserirà la chiamata relativa alla funzione all'interno del programma stesso. Premere NXT 3D per tornare al menu 3D principale.

Menu VPAR in 3D (V)

La variabile VPAR sta per Volume PARameters (Parametri volume) e fa riferimento a un parallelepipedo nello spazio all'interno del quale viene costruito un grafico tridimensionale. Premendo [VPAR] nel menu 3D, si potrà accedere alle seguenti funzioni. Premere NXT per passare al menu successivo:





Di seguito viene descritto il significato di queste funzioni:

INFO (S) e VPAR (W)

Premendo INFO (S), appariranno le informazioni presenti nella schermata in alto a sinistra, in alto. Gli intervalli in *Xvol, Yvol* e *Zvol* descrivono la dimensione del parallelepipedo nello spazio dove sarà creato il grafico. *Xrng* e *Yrng* descrivono l'intervallo di valori di x e y, rispettivamente, come variabili indipendenti nel piano x-y che sarà utilizzato per generare funzioni della forma z = f(x,y).

Premere NXT e INFO (Y) per ottenere le informazioni riportate nella schermata in alto a destra. Tali informazioni rappresentano il valore della posizione del punto di vista utilizzato per la creazione del grafico tridimensionale (Xeye, Yeye, Zeye) e del numero di passi lungo gli assi x e y necessari per generare una griglia per grafici a superficie.

XVOL (N), YVOL (O), e ZVOL (P)
Queste funzioni prendono come parametro iniziale un valore minimo e massimo e sono utilizzate per definire la dimensione del parallelepipedo all'interno del quale sarà generato il grafico (ossia, l'area a forma di parallelepipedo per la visualizzazione del grafico). Questi valori sono memorizzati nella variabile VPAR. I valori preimpostati per gli intervalli XVOL, YVOL e ZVOL vanno da -1 a 1.

XXRNG (Q) e YYRNG (R)
Queste funzioni prendono come parametro iniziale un valore minimo e massimo e sono utilizzate per definire gli intervalli delle variabili x e y per generare funzioni z = f(x,y). Il valore preimpostato degli intervalli XXRNG e YYRNG sarà lo stesso di XVOL e YVOL.

EYEPT (T)
La funzione EYEPT prende come parametro iniziale i valori reali x, y e z che rappresentano la posizione del punto di vista utilizzato per la generazione di un grafico tridimensionale. Il punto di vista è un punto nello spazio dal quale si osserva il grafico tridimensionale. Variando il punto di vista si varia la vista del grafico. L'immagine sottostante esplicita l'idea del punto di vista rispetto allo spazio effettivamente occupato dal grafico e alla sua proiezione sul piano dello schermo.

NUMX(U) e NUMY (V)
Le funzioni NUMX e NUMY sono utilizzate per definire il numero di punti o "passi" lungo ogni direzione da utilizzarsi per la creazione della griglia di base dalla quale ottenere valori di z = f(x,y).

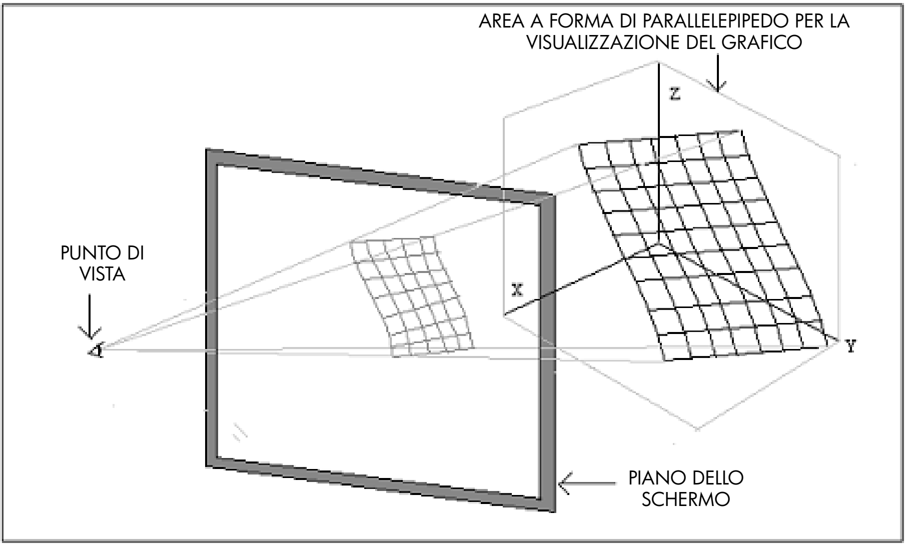
VPAR (W)
Si tratta semplicemente di un riferimento alla variabile VPAR.

RESET (X)

Riporta i parametri nello schermo ai loro valori predefiniti.

Premere NXT 3D per tornare al menu 3D.

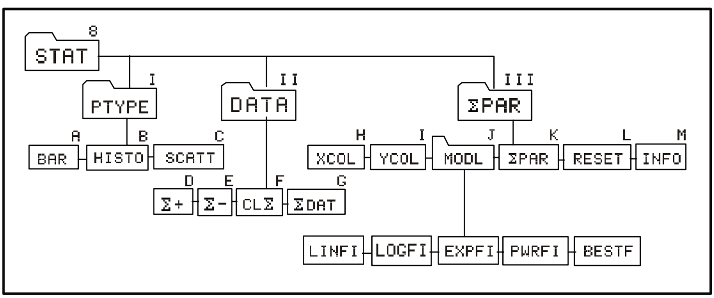
Premere PLOT per tornare al menu PLOT.



Menu STAT in PLOT

Il menu STAT permette di accedere a grafici relativi ad analisi statistiche. All'interno di questo menu si trovano i seguenti menu:

Lo schema sottostante mostra la struttura del menu STAT all'interno di PLOT. I numeri e le lettere associati a ogni funzione o menu sono utilizzati come riferimento nelle descrizioni che seguono la figura.



Menu PTYPE in STAT (I)

Il menu PTYPE prevede le seguenti funzioni:

Questi tasti corrispondono ai seguenti tipi di grafico: *Bar (A), Histogram (B)* e *Scatter (C)*, presentati in precedenza. La pressione di uno di questi tasti funzione durante la digitazione di un programma, inserirà una chiamata alla relativa funzione all'interno del programma stesso. Premere STAT per tornare al menu STAT.

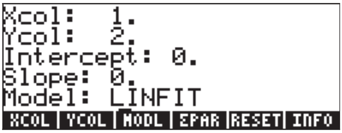
Menu DATA in STAT (II)

Il menu DATA prevede le seguenti funzioni:

Le funzioni elencate in questo menu sono utilizzate per manipolare la matrice statistica ΣDAT. Le funzioni Σ+ (D) e Σ- (E) aggiungono o rimuovono le righe di dati dalla matrice ΣDAT. CLΣ(F) cancella la matrice ΣDAT (G) e il tasto funzione denominato ΣDAT è usato semplicemente come riferimento per applicazioni interattive. Maggiori dettagli sull'utilizzo di queste funzioni saranno forniti in un capitolo successivo sulle applicazioni statistiche. Premere STAT per tornare al menu STAT.

Menu ΣPAR in STAT (III)

Il menu ΣPAR prevede le seguenti funzioni:



<u>INFO (M) e ΣPAR (K)</u>

Il tasto INFO in ΣPAR fornisce le informazioni mostrate nella schermata in alto. Le informazioni visualizzate a display sono contenute nella variabile ΣPAR. I valori mostrati sono i valori predefiniti per la colonna x, la colonna y, l'intercetta e la pendenza di un modello di interpolazione dei dati e il tipo di modello per l'interpolazione dei dati in ΣDAT.

XCOL (H)
Il comando XCOL è utilizzato per indicare quale delle colonne di ΣDAT, se più di una, sarà la colonna x o la colonna della variabile indipendente.

YCOL (I)
Il comando YCOL è utilizzato per indicare quale delle colonne di ΣDAT, se più di una, sarà la colonna y o la colonna della variabile dipendente.

MODL (J)
Il comando MODL si riferisce al modello da selezionare per interpolare i dati in ΣDAT, se si utilizza un'interpolazione dei dati. Per vedere quali opzioni sono disponibili premere MODL. Si otterrà il seguente menu:

Queste funzioni corrispondono a Linear Fit (Interpolazione lineare), Logarithmic Fit (Interpolazione logaritmica), Exponential Fit (Interpolazione esponenziale), Power Fit (Interpolazione di potenza) o Best Fit (Interpolazione ottimale. L'interpolazione dei dati è descritta con maggiore dettaglio nei capitoli seguenti. Premere ΣPAR per tornare al menu ΣPAR.

ΣPAR (K)
ΣPAR è semplicemente un riferimento alla variabile ΣPAR per un uso interattivo.

RESET (L)
Questa funzione riporta il contenuto di ΣPAR ai suoi valori predefiniti.

Premere NXT STAT per tornare al menu STAT. Premere [PLOT] per tornare al menu PLOT principale.

Menu FLAG all'interno di PLOT

Il menu FLAG è in realtà interattivo, quindi è possibile selezionare una qualsiasi delle seguenti opzioni:

- AXES: quando è selezionata mostra gli assi se essi sono visibili all'interno dell'area o del volume del grafico.
- CNCT: quando è selezionata il grafico è realizzato in modo da collegare i singoli punti.

- SIMU: quando è selezionata e se sono presenti più grafici da tracciare nello stesso insieme di assi, questa opzione traccia tutti i grafici simultaneamente.

Premere @PLOT per tornare al menu PLOT.

Generazione di grafici usando i programmi

A seconda che si stia lavorando con un grafico bidimensionale definito da una funzione, da dati presi da ΣDAT o da funzioni tridimensionali, sarà necessario impostare le variabili PPAR, ΣPAR e/o VPAR prima di generare un grafico in un programma. Per impostare queste variabili utilizzare i comandi mostrati nella sezione precedente.

Di seguito viene riportata la descrizione del formato generico delle variabili necessarie per la generazione dei diversi tipi di grafico disponibili nella calcolatrice.

Grafici bidimensionali

I grafici bidimensionali generati da queste funzioni, ossia *Function, Conic, Parametric, Polar, Truth e Differential Equation*, utilizzano PPAR con il formato:

{ (x_{min}, y_{min}) (x_{max}, y_{max}) `indep res axes ptype depend` }

I grafici bidimensionali generati a partire dai dati contenuti nella matrice statistica ΣDAT, ossia *Bar, Histogram,* e *Scatter* utilizzano la variabile ΣPAR con il seguente formato:

{ `x-column y-column slope intercept model` }

utilizzando allo stesso tempo PPAR con il formato indicato sopra.

I significati dei diversi parametri in PPAR e ΣPAR sono stati presentati nella sezione precedente.

Grafici tridimensionali

I grafici tridimensionali disponibili, ossia le opzioni *Slopefield, Wireframe, Y-Slice, Ps-Contour, Gridmap* e *Pr-Surface* utilizzano la variabile VPAR con il seguente formato:

{x_{left}, x_{right}, y_{near}, y_{far}, z_{low}, z_{high}, x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}, x_{eye}, y_{eye}, z_{eye}, x_{step}, y_{step}}

Queste coppie di valori di x, y e z rappresentano quanto segue:

- Dimensioni dell'area a forma di parallelepipedo utilizzata per la visualizzazione dei grafici (x_{left}, x_{right}, y_{near}, y_{far}, z_{low}, z_{high})
- Intervallo delle variabili indipendenti x e y(x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max})
- Posizione del punto di vista (x_{eye}, y_{eye}, z_{eye})
- Numero dei punti (o "passi") nelle direzioni x e y (x_{step}, y_{step})

I grafici tridimensionali richiedono inoltre la variabile PPAR con i parametri indicati in precedenza.

Variabile EQ

Tutti i grafici, esclusi quelli basati su ΣDAT, richiedono inoltre la definizione della funzione o delle funzioni da tracciare memorizzando le espressioni o i riferimenti a quelle funzioni nella variabile EQ.

Riassumendo, per generare un grafico all'interno di un programma è necessario caricare EQ se richiesto. Caricare successivamente PPAR, PPAR e ΣPAR oppure PPAR e ΣPAR. Infine utilizzare il nome del tipo di grafico corretto: FUNCTION, CONIC, POLAR, PARAMETRIC, TRUTH, DIFFEQ, BAR, HISTOGRAM, SCATTER, SLOPE, WIREFRAME, YSLICE, PCONTOUR, GRIDMAP o PARSURFACE, per generare il grafico.

Esempi di grafici interattivi del menu PLOT

Per comprendere meglio come funziona un programma con i comandi e le variabili PLOT, provare i seguenti esercizi relativi ai grafici interattivi utilizzando il menu PLOT.

Esempio 1 – Grafico di una funzione:

← USER F3	Apre il menu PLOT (*)
PTYPE FUNCT	Seleziona FUNCTION come tipo di grafico
'√r' ENTER ← EQ	Memorizza la funzione "√r" in EQ
PPAR	Mostra i parametri del grafico

ALPHA ← R ENTER INDEP	Definisce "r" come variabile indipendente
ALPHA ← S ENTER DEPND	Definisce "s" come variabile dipendente
1 +/- SPC 10 H-VIEW	Definisce (-1, 10) come l'intervallo di x
1 +/- SPC 5 V-VIEW NXT	Definisce (-1, 5) come l'intervallo di y
{ (0,0) {.4 .2} "Rs" "Sr"} ENTER	Elenco di definizione degli assi
AXES	Definisce l'origine degli assi, i segni di graduazione e le etichette
NXT PLOT	Ritorna al menu PLOT
ERASE DRAX NXT LABEL	Cancella la figura, disegna gli assi e inserisce le etichette
NXT DRAW	Disegna la funzione e mostra la figura
EDIT NXT MENU	Elimina le etichette dei menu
NXT NXT PICT CANCL	Ritorna al display normale della calcolatrice

(*) Il menu PLOT è disponibile mediante il tasto definito dall'utente F3 , come mostrato in precedenza in questo Capitolo.

Esempio 2 – <u>Grafico parametrico (utilizzare RAD come misura degli angoli)</u>:

← USER F3	Apre il menu PLOT
PTYPE PARAM	Seleziona PARAMETRIC come tipo di grafico
{ 'SIN(t)+i*SIN(2*t)' } ENTER	Definisce la funzione complessa X+iY
← EQ	Memorizza la funzione complessa in EQ
PPAR	Mostra i parametri del grafico
{t 0 6.29} ENTER INDEP	Definisce "t" come variabile indipendente
ALPHA Y ENTER DEPND	Definisce "Y" come variabile dipendente
2.2 +/- SPC 2.2 H-VIEW	Definisce (-2.2,2.2) come intervallo di x
1.1 +/- SPC 1.1 V-VIEW NXT	Definisce (-1.1,1.1) come intervallo di y
{ (0,0) {.4 .2} "X(t)" "Y(t)"} ENTER	Elenco di definizione degli assi
AXES	Definisce il centro degli assi, i segni di graduazione e le etichette
NXT PLOT	Ritorna al menu PLOT
ERASE DRAX NXT LABEL	Cancella la figura, disegna gli assi e inserisce le etichette
NXT DRAW	Disegna la funzione e mostra la figura
EDIT NXT MENU NXT NXT PICT CANCL	Completa il grafico

Esempio 3 – <u>Grafico polare</u>:

← USER F3	Apre il menu PLOT
PTYPE POLAR	Seleziona POLAR come tipo di grafico
'1+SIN(θ)' ENTER ← EQ	Memorizza la funzione complessa r = f(θ) in EQ

PPAR	Mostra i parametri del grafico
{ θ 0 6.29} ENTER INDEP	Definisce "θ" come variabile indipendente
ALPHA Y ENTER DEPND	Definisce "Y" come variabile dipendente
3 +/- SPC 3 XRNG	Definisce (-3,3) come intervallo di x
0.5 +/- SPC 2.5 YRNG NXT	Definisce (-0.5,2.5) come intervallo di y
{ (0,0) {.5 .5} “x” “y”} ENTER	Elenco di definizione degli assi
AXES	Definisce il centro degli assi, i segni di graduazione e le etichette
NXT PLOT	Ritorna al menu PLOT
ERASE DRAX NXT LABEL	Cancella la figura, disegna gli assi e inserisce le etichette
NXT DRAW	Disegna la funzione e mostra la figura
EDIT NXT MENU	Elimina le etichette dei menu
NXT NXT PICT CANCL	Ritorna al display normale della calcolatrice

Da questi esempi, si osserva uno schema per la generazione interattiva di un grafico bidimensionale mediante il menu PLOT:

1 – Selezionare PTYPE.

2 – Memorizzare la funzione da tracciare nella variabile EQ (utilizzando il formato corretto, ad esempio, 'X(t)+iY(t)' per PARAMETRIC).

3 – Inserire il nome (e l'intervallo, se necessario) delle variabili indipendente e dipendente

4 – Inserire le specifiche degli assi sotto forma di elenco {origine, segni di graduazione etichetta dell'asse x, etichetta dell'asse y}

5 – Utilizzare ERASE, DRAX, LABEL, DRAW per generare un grafico con assi completi di etichette

Questo stesso approccio può essere usato per generare grafici con un programma, ad eccezione del fatto che in un programma è necessario aggiungere il comando PICTURE dopo la chiamata alla funzione DRAW per richiamare la schermata dei grafici nello stack.

Esempi di grafici generati da un programma

In questa sezione viene mostrato come implementare un programma per la generazione degli ultimi tre esempi presentati. Attivare il menu PLOT prima di iniziare a digitare il programma per facilitare l'inserimento dei comandi grafici (← USER F3 , vedere sopra).

Esempio 1 – Grafico di una funzione. Inserire il seguente programma:

«	Avvia il programma
{PPAR EQ} PURGE	Elimina PPAR ed EQ correnti
'√r' STEQ	Memorizza "√r" in EQ
'r' INDEP	Imposta la variabile indipendente come "r"
's' DEPND	Imposta la variabile dipendente come "s"
FUNCTION	Seleziona FUNCTION come tipo di grafico
{ (0.,0.) {.4 .2} "Rs" "Sr" } AXES	Imposta le informazioni relative agli assi
-1. 5. XRNG	Imposta l'intervallo x
-1. 5. YRNG	Imposta l'intervallo y
ERASE DRAW DRAX LABEL	Cancella & disegna il grafico, gli assi e le etichette
PICTURE »	Richiama la schermata dei grafici nello stack

Memorizzare il programma nella variabile PLOT1. Per eseguire il programma, premere VAR, se necessario, quindi premere PLOT1.

Esempio 2 – <u>Grafico parametrico</u>. Inserire il seguente programma:

«	Avvia il programma
RAD {PPAR EQ} PURGE	Modifica la misura degli angoli in radianti, elimina le variabili.
'SIN(t)+i*SIN(2*t)' STEQ	Memorizza "X(t)+iY(t)" in EQ
{ t 0. 6.29} INDEP	Imposta la variabile indipendente come "r", con intervallo
'Y' DEPND	Imposta la variabile dipendente come "Y"
PARAMETRIC	Seleziona PARAMETRIC come tipo di grafico
{ (0.,0.) {.5 .5} "X(t)" "Y(t)" } AXES	Imposta le informazioni relative agli assi
-2.2 2.2 XRNG	Imposta l'intervallo x
-1.1 1.1 YRNG	Imposta l'intervallo y
ERASE DRAW DRAX LABEL	Cancella & disegna il grafico, gli assi e le etichette
PICTURE	Richiama la schermata dei grafici nello stack
»	Termina il programma

Memorizzare il programma nella variabile PLOT2. Per eseguire il programma, premere VAR, se necessario, quindi premere PLOT2.

Esempio 3 – <u>Grafico polare</u>. Inserire il seguente programma:

«	Avvia il programma
`RAD {PPAR EQ} PURGE`	Modifica la misura degli angoli in radianti, elimina le variabili.
`'1+SIN(θ)' STEQ`	Memorizza 'f(θ)' in EQ
`{ θ 0. 6.29} INDEP`	Imposta la variabile indipendente come "θ", con intervallo
`'Y' DEPND`	Imposta la variabile dipendente come "Y"
`POLAR`	Seleziona POLAR come tipo di grafico
`{ (0.,0.) {.5 .5}`	
`"x" "y"} AXES`	Imposta le informazioni relative agli assi
`-3. 3. XRNG`	Imposta l'intervallo x
`-.5 2.5 YRNG`	Imposta l'intervallo y
`ERASE DRAW DRAX LABEL`	Cancella & disegna il grafico, gli assi e le etichette
`PICTURE`	Richiama la schermata dei grafici nello stack
»	Termina il programma

Memorizzare il programma nella variabile PLOT3. Per eseguire il programma, premere VAR, se necessario, quindi premere PLOT3.

Questi esercizi illustrano l'utilizzo dei comandi PLOT (Diagramma) nei programmi. Essi sono solo un piccolo esempio della vastità di applicazioni di programmazione dei diagrammi. Si consiglia di eseguire esercizi sulla programmazione dei diagrammi mirati alle proprie esigenze.

Comandi di disegno per l'uso in programmazione

È possibile tracciare delle figure all'interno della finestra dei grafici direttamente da un programma, utilizzando comandi come quelli contenuti nel menu PICT (Immagini), al quale si accede mediante ← PRG NXT PICT. Le funzioni disponibili in questo menu sono le seguenti. Premere NXT per spostarsi al menu successivo.

Naturalmente, i comandi LINE (Linea), TLINE (Accendi/Spegni linea) e BOX (Riquadro), eseguono le stesse operazioni del loro equivalente interattivo, una volta inseriti i dati richiesti. Queste funzioni, così come le altre funzioni del menu PICT, fanno riferimento alla finestra dei grafici i cui campi x e y sono determinati nella variabile PPAR, come dimostrato in precedenza per diversi tipi di grafico. Le funzioni del comando PICT vengono descritte di seguito:

PICT

Questo tasto funzione fa riferimento a una variabile denominata PICT che memorizza i contenuti correnti della finestra dei grafici. Tuttavia, il nome di questa variabile non può essere messo tra virgolette e la variabile può memorizzare unicamente oggetti grafici. In questo senso, la variabile PICT è diversa da tutte le altre variabili della calcolatrice.

PDIM

La funzione PDIM prende come parametro sia due coppie ordinate (x_{min},y_{min}) (x_{max},y_{max}) sia due numeri interi binari #w e #h. L'effetto della funzione PDIM è quello di sostituire il contenuto corrente di PICT con una schermata vuota. Se l'argomento è (x_{min},y_{min}) (x_{max},y_{max}), questi valori diventano il campo delle coordinate definite dall'utente in PPAR. Se l'argomento è #w e #h, i campi delle coordinate definite dall'utente in PPAR restano invariati, ma la dimensione del grafico diventa #h x #v pixel.

PICT e schermata dei grafici

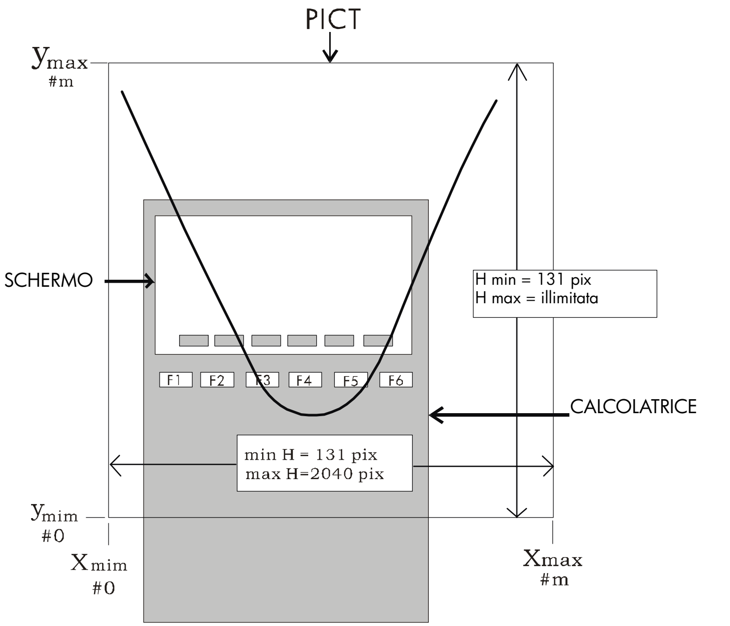
PICT, che è la zona di memorizzazione del grafico corrente, può essere considerato come un grafico bidimensionale, avente una dimensione minima di 131 pixel di larghezza per 64 pixel di altezza. La larghezza massima di PICT è di 2048 pixel, mentre non ci sono limiti di altezza. Un pixel corrisponde a ciascun punto dello schermo della calcolatrice che può essere acceso (scuro) o spento (chiaro) per comporre un testo o un grafico. La dimensione dello schermo della calcolatrice è di 131 per 64 pixel, vale a dire la dimensione minima di PICT. Se il vostro PICT è più grande dello schermo, il grafico PICT può essere considerato come un dominio bidimensionale che può essere fatto scorrere sullo schermo della calcolatrice, come illustrato nella figura seguente.

LINE

Questo comando prende come parametro due coppie ordinate (x_1,y_1) (x_2,y_2) oppure due coppie di coordinate pixel {#n_1 #m_1} {#n_2 #m_2}. Il comando traccia la linea tra queste coordinate.

TLINE

Questo comando (Toggle LINE) prende come parametro due coppie ordinate (x_1,y_1) (x_2,y_2) oppure due coppie di coordinate pixel {#n_1 #m_1} {#n_2 #m_2}. Il comando traccia la linea tra queste coordinate, spegnendo i pixel che si trovano sul percorso della linea e accendendo gli altri.



BOX

Questo comando prende come parametro due coppie ordinate (x_1,y_1) (x_2,y_2) oppure due coppie di coordinate pixel {#n_1 #m_1} {#n_2 #m_2}. Il comando traccia un riquadro le cui diagonali sono rappresentate dalle due coppie di coordinate inserite.

ARC

Questo comando viene utilizzato per tracciare un arco. ARC prende come parametro gli elementi seguenti:

- Coordinate del centro dell'arco come (x, y) in coordinate inserite dall'utente o {#n, #m} in pixel.
- Raggio dell'arco come r (coordinate inserite dall'utente) o #k (pixel).
- Angolo iniziale θ_1 e angolo finale θ_2.

PIX?, PIXON e PIXOFF

Questa funzione accetta le coordinate di un punto in coordinate inserite dall'utente (x,y) o in pixel {#n, #m}.

- PIX? verifica se il pixel in corrispondenza della posizione (x,y) o {#n, #m} è acceso.
- PIXOFF spegne il pixel in corrispondenza della posizione (x,y) o {#n, #m}.
- PIXON accende il pixel in corrispondenza della posizione (x,y) o {#n, #m}.

PVIEW

Questo comando prende come parametro le coordinate di un punto in coordinate inserite dall'utente (x,y) o pixel {#n, #m} e posiziona il contenuto di PICT con l'angolo superiore sinistro in corrispondenza del punto specificato. È possibile usare come argomento anche un elenco vuoto : in questo caso la figura verrà posizionata al centro dello schermo. PVIEW non attiva il cursore grafico o il menu Picture. Per attivare una di queste funzioni utilizzare PICTURE.

PX→C

La funzione PX→C converte le coordinate pixel {#n #m} in coordinate nell'unità richiesta dall'utente (x,y).

C→PX

La funzione C→PX converte le coordinate in unità inserite dall'utente (x,y) in coordinate pixel {#n #m}.

Esempi di programmazione con l'utilizzo delle funzioni di disegno

In questa sezione vengono utilizzati i comandi descritti in precedenza per creare grafici con i programmi. L'elenco dei programmi viene fornito nel dischetto o sul CD-ROM forniti in dotazione.

Esempio 1 – Un programma che utilizza comandi di disegno
Il seguente programma traccia un disegno nella schermata dei grafici (l'unico scopo di questo programma è di descrivere come utilizzare i comandi della calcolatrice per tracciare disegni sul display).

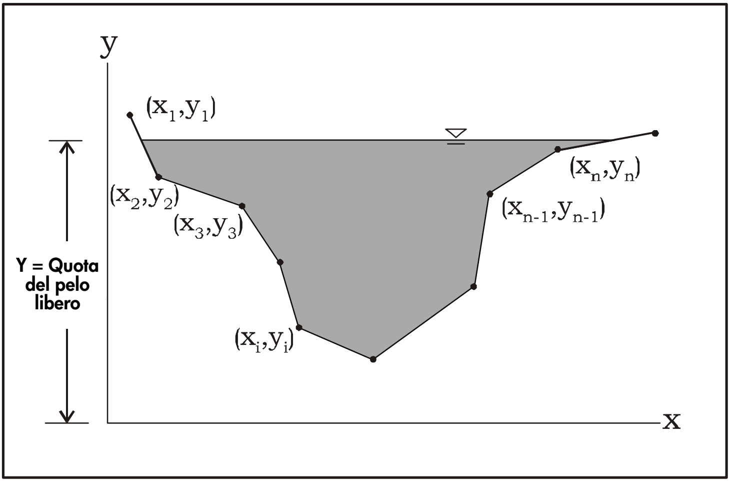
«	Avviare il programma
DEG	Selezionare i gradi per le misure angolari
0. 100. XRNG	Definire il campo x
0. 50. YRNG	Definire il campo y
ERASE	Cancellare la figura
(5., 2.5) (95., 47.5) BOX	Tracciare un riquadro da (5,5) a (95,95)

(50., 50.) 10. 0. 360. ARC	Tracciare il centro del cerchio (50,50), r=10.
(50., 50.) 12. –180. 180. ARC	Tracciare il centro del cerchio (50,50), r=12.
1 8 FOR j	Tracciare 8 linee all'interno del cerchio
(50., 50.) DUP	Le linee sono centrate su (50,50)
‘12*COS(45*(j-1))’ →NUM	Calcolare x, l'altra estremità a 50 + x
‘12*SIN(45*(j-1))’ →NUM	Calcolare y, l'altra estremità a 50 + y
R → C	Convertire x y in (x,y), numero complesso
+	Aggiungere (50,50) a (x,y)
LINE	Tracciare la linea
NEXT	Fine del ciclo FOR
{ } PVIEW	Visualizzare la figura
»	

Esempio 2 – Programma per tracciare la sezione trasversale di un corso d'acqua

Questa applicazione può essere utile per determinare l'area e il perimetro bagnato di una sezione trasversale di un corso d'acqua. Normalmente, si osserva la sezione trasversale di un corso d'acqua come una serie di punti che rappresentano le coordinate x e y rispetto a una serie arbitraria di coordinate. Questi punti possono essere tracciati ottenendo uno schema della sezione trasversale per una determinata quota del pelo libero. La figura sottostante mostra l'esempio riportato in questo paragrafo.

Il programma, disponibile sul dischetto o sul CD ROM in dotazione con la calcolatrice, usa quattro sottoprogrammi: FRAME, DXBED, GTIFS e INTRP. Il programma principale, denominato XSECT, prende come parametro una matrice di valori di x e y e il valore di quota del pelo libero Y (vedi figura sopra), in questo ordine. Il programma genera un grafico della sezione trasversale, indicando i dati inseriti mediante dei punti sul grafico stesso e mostra il pelo libero nella sezione trasversale.



Si consiglia di creare una sottodirectory separata dove memorizzare i programmi. La sottodirectory può essere chiamata FIUME, visto che si tratta di sezioni trasversali di canali aperti e irregolari, tipiche dei corsi d'acqua.

Per vedere il programma XSECT in azione, utilizzare i seguenti insiemi di dati. Inserire i dati come matrici in due colonne: la prima colonna corrisponde a x e la seconda a y. Memorizzare le matrici in variabili, denominandole ad esempio XYD1 (X-Y Insieme dati 1) e XYD2 (X-Y Insieme dati 2). Per eseguire il programma, inserire uno degli insiemi di dati nello stack, ad esempio VAR XYD1, quindi digitare una quota del pelo libero, ad esempio 4.0, infine premere XSECT. La calcolatrice mostrerà uno schema della sezione trasversale con la corrispondente quota. Premere ON per uscire dalla schermata del grafico.

Provare la seguente sequenza di tasti:

XYD1 2 XSECT

XYD1 3 XSECT

XYD1 4 XSECT

XYD1 6 XSECT

L'utilizzo del programma XSECT può richiedere alcuni istanti di attesa. A causa del numero relativamente alto di funzioni grafiche utilizzate, oltre a tutte le iterazioni numeriche, la creazione del grafico può infatti richiedere alcuni istanti (circa 1 minuto).

Insieme dati 1

x	y
0.4	6.3
1.0	4.9
2.0	4.3
3.4	3.0
4.0	1.2
5.8	2.0
7.2	3.8
7.8	5.3
9.0	7.2

Insieme dati 2

x	y
0.7	4.8
1.0	3.0
1.5	2.0
2.2	0.9
3.5	0.4
4.5	1.0
5.0	2.0
6.0	2.5
7.1	2.0
8.0	0.7
9.0	0.0
10.0	1.5
10.5	3.4
11.0	5.0

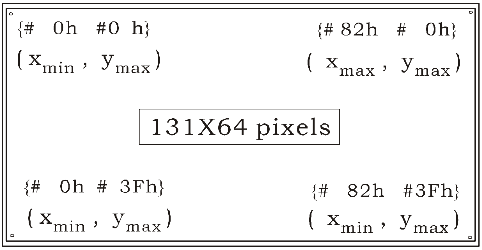
Nota: il programma FRAME, così come viene programmato originariamente (vedi dischetto o CD ROM), non mantiene il grafico in scala. Per mantenere il grafico nella giusta scala, sostituire il programma FRAME con il programma seguente:

```
« STOΣ MINΣ MAXΣ 2 COL→ DUP →COL DROP – AXL ABS AXL 20 /
DUP NEG SWAP 2 COL→ + →ROW DROP SWAP → yR xR « 131 DUP
R→B SWAP yR OBJ→ DROP – xR OBJ→ DROP - / * FLOOR R→B
PDIM yR OBJ→ DROP YRNG xR OBJ→ DROP XRNG ERASE » »
```

Questo programma mantiene la larghezza della variabile PICT a 131 pixel, cioè la dimensione minima in pixel per l'asse orizzontale, e regola il numero di pixel degli assi verticali in modo tale che venga mantenuta una scala di 1:1 tra gli assi verticali e orizzontali.

Coordinate in pixel

La figura seguente mostra le coordinate per uno schermo standard (minimo) di 131x64 pixel. Le coordinate in pixel vengono misurate a partire dall'angolo superiore sinistro dello schermo {# 0h # 0h}, che, in coordinate definite dall'utente, corrisponde a (x_{min}, y_{max}). Le coordinate massime in termini di pixel corrispondono all'angolo inferiore destro dello schermo {# 82h #3Fh}, che in coordinate definite dall'utente corrisponde al punto (x_{max}, y_{min}). Le coordinate degli altri due angoli, sia in pixel che in coordinate definite dall'utente, vengono mostrate nella figura.

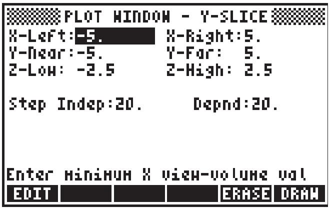


Animazione di grafici

Di seguito viene mostrato un metodo per produrre un'animazione utilizzando un tipo di grafico Y-Slice. Si supponga di voler animare un'onda progressiva, f(X,Y) = 2.5 sin(X-Y). Possiamo considerare la X come valore del tempo nell'animazione, che produce diagrammi di f(X,Y) vs Y per diversi valori di X. Per generare il grafico, provare la seguente sequenza di tasti:

- ← 2D/3D simultaneamente. Selezionare Y-Slice per TYPE (Tipo). '2.5*SIN(X-Y)' per EQ. 'X' per INDEP. Premere NXT OK.

- ← WIN , simultaneamente (in modalità RPN). Utilizzare i seguenti valori:



- Premere ERASE DRAW. Attendere che la calcolatrice generi tutti i grafici necessari. Una volta pronta, la calcolatrice mostrerà un'onda sinusoidale progressiva.

Animazione di un gruppo di grafici

La calcolatrice è dotata della funzione ANIMATE (Animare) utilizzata per animare un certo numero di grafici inseriti nello stack. È possibile generare un grafico nella schermata dei grafici mediante i comandi presenti nei menu PLOT e PICT. Per inserire il grafico nello stack, utilizzare il comando PICT RCL. Una volta inseriti *n* grafici nei livelli da *n* a *1* dello stack, è sufficiente utilizzare il comando *n* ANIMATE per produrre un'animazione costituita dai grafici inseriti nello stack.

Esempio 1 – Animazione di un'increspatura della superficie dell'acqua. Come esempio, inserire il seguente programma che genera 11 grafici che rappresentano un cerchio posizionato al centro della schermata dei grafici e il cui raggio aumenta di un valore costante ad ogni grafico successivo.

«	Avviare il programma
RAD	Definire le unità angolari in radianti
131 R→B 64 R→B PDIM	Impostare PICT su 131x64 pixel
0 100 XRNG 0 100 YRNG	Impostare i campi x e y su 0-100
1 11 FOR j	Avviare il ciclo con j = 1 … 11
ERASE	Cancellare il PICT corrente
(50., 50.) '5*(j-1)' →NUM	Centrare i cerchi (50,50)
0 '2*π' →NUM ARC	Tracciare il centro del cerchio r = 5(j-1)
PICT RCL	Inserire il PICT corrente nello stack
NEXT	Fine del ciclo FOR-NEXT
11 ANIMATE	Animazione
»	Fine del programma

Memorizzare questo programma in una variabile denominata PANIM (Plot ANIMation). Per avviare il programma premere VAR (se necessario) PANIM. La calcolatrice impiegherà più di un minuto per generare il grafico e produrre l'animazione. Pertanto, bisognerà pazientare alcuni istanti. Sullo schermo apparirà una clessidra, per un tempo che potrà sembrare lungo prima che sullo schermo appaia un'animazione: essa simulerà le increspature generate da un sassolino gettato sulla superficie piatta di una massa d'acqua. Per fermare l'animazione premere ON.

Gli 11 grafici generati dal programma rimangono nello stack. Se si vuole riavviare l'animazione è sufficiente usare il comando: 11 ANIMATE. (La funzione ANIMATE è disponibile premendo i tasti ← PRG NXT GROB NXT ANIM). L'animazione verrà riavviata. Premere ON per fermare nuovamente l'animazione. Il numero 11 rimarrà elencato nel livello 1 dello stack. Premere ◄ per eliminarlo dallo stack.

Si supponga di voler conservare i valori usati per questa animazione in una variabile. È possibile inserire tali valori in un elenco, che chiameremo WLIST, utilizzando la seguente sequenza di tasti:

I I ← PRG TYPE →LIST ' ALPHA ALPHA W L I S T ALPHA STO►

Premere VAR per tornare all'elenco di variabili. La variabile WLIST sarà ora presente nell'elenco dei tasti funzione. Per riavviare l'animazione basata su questo elenco di variabili, utilizzare il seguente programma:

«	Avvia il programma
WLIST	Inserisce l'elenco WLIST nello stack
OBJ→	Scompone l'elenco, livello stack 1 = 11
ANIMATE	Avvia l'animazione
»	Fine del programma

Salvare questo programma in una variabile denominata RANIM (Re-ANIMate). Per avviarlo, premere RANIM.

Il seguente programma anima i grafici di WLIST in avanti e indietro:

«	Avvia il programma
WLIST DUP	Inserisce l'elenco WLIST nello stack, farne una copia supplementare
REVLIST +	Inverte l'ordine, concatena 2 elenchi
OBJ→	Scompone l'elenco in elementi, livello 1 = 22
ANIMATE	Avvia l'animazione
»	Fine del programma

Salvare questo programma in una variabile denominata RANI2 (Re-ANImate versione 2). Per avviarlo, premere RANI2. L'animazione ora simulerà un'increspatura sulla superficie altrimenti piatta di una massa d'acqua che si riflette sulle pareti di un recipiente circolare tornando verso il centro. Premere ON per fermare l'animazione.

Esempio 2 – Animazione del grafico di diverse funzioni potenza

Si supponga di voler animare il grafico delle funzioni f(x) = x^n, n = 0, 1, 2, 3, 4, nello stesso sistema di assi. È possibile utilizzare il seguente programma:

«	Avvia il programma
RAD	Imposta l'unità di misura degli angoli su radianti
131 R→B 64 R→B PDIM	Imposta PICT su 131 x 64 pixel
0 2 XRNG 0 20 YRNG	Imposta i campi x e y
0 4 FOR j	Avvia il ciclo con j = 0, 1, …, 4
'X^j' STEQ	Memorizza 'X^j' nella variabile EQ
ERASE	Cancella il PICT corrente
DRAX LABEL DRAW	Aggiungere gli assi, le etichette, tracciare la funzione
PICT RCL	Inserisce il PICT corrente nello stack
NEXT	Fine del ciclo FOR-NEXT
5 ANIMATE	Animazione
»	

Memorizzare questo programma in una variabile denominata PWAN (PoWer function ANimation). Per avviare il programma premere VAR (se necessario) PWAN. La calcolatrice traccerà prima ogni singola funzione potenza, poi avvierà l'animazione nella quale le cinque funzioni verranno tracciate in rapida successione. Per fermare l'animazione premere ON.

Altre informazioni sulla funzione ANIMATE

Nei due precedenti esempi la funzione ANIMATE utilizzava come parametro i grafici da animare e il relativo numero. È possibile utilizzare altre informazioni per produrre un'animazione, quali l'intervallo di tempo tra i grafici e il numero di ripetizioni dei grafici stessi. In questi casi, il formato della funzione ANIMATE sarà il seguente:

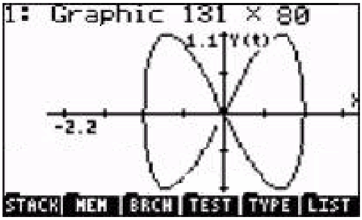
`n-grafici {n {#X #Y} ritardo rip} ANIMATE`

`n` rappresenta il numero di grafici, `{#X #Y}` sono le coordinate pixel dell'angolo inferiore destro dell'area da tracciare (vedi figura sotto), `ritardo` è il numero di secondi tra due grafici consecutivi dell'animazione e `rip` è il numero di ripetizioni dell'animazione.

Oggetti grafici (GROBs)

La sigla GROB sta per GRaphics OBjects (Oggetti grafici) e viene utilizzata nell'ambiente della calcolatrice per rappresentare una descrizione pixel per pixel di un'immagine visualizzata sullo schermo della calcolatrice. Quando un'immagine viene convertita in un GROB, essa diventa una sequenza di cifre binarie (*b*inary dig*its* = *bits*), ossia di 0 e di 1. Per comprendere l'utilizzo dei GROB e la conversione delle immagini in GROB, eseguire il seguente esercizio.

Quando si genera un grafico nella calcolatrice, esso diventa il contenuto di una specifica variabile denominata PICT. Perciò, per visualizzare il contenuto più recente di PICT è possibile utilizzare questo comando: PICT RCL([←] PRG [NXT] PICT PICT [←] RCL).
Il display mostrerà nel livello di stack 1 la riga `Graphic 131x80` (se si utilizza lo schermo di dimensione standard) seguita da uno schema della parte superiore del grafico. Ad esempio,



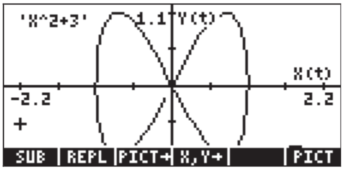
Premendo [▼], nel display grafico della calcolatrice verrà visualizzato il grafico contenuto nel livello 1. Premere CANCL per ritornare al display normale della calcolatrice.

Il grafico del livello 1, nonostante sia per definizione un oggetto grafico, non è ancora in formato GROB. Per convertire un grafico dello stack in un GROB, utilizzare il seguente comando: [3] [ENTER] [←] PRG [NXT] GROB →GROB. Ora, nel livello 1, abbiamo le seguenti informazioni:

La prima parte della descrizione è simile a quella iniziale, ovvero `Graphic 131x64`, però ora è espressa come `Graphic 13128 x 8`. Tuttavia, al posto del display grafico ora c'è una sequenza di zero e di uno, che rappresenta i pixel del grafico originale. In questo modo, il grafico è stato convertito nella sua equivalente rappresentazione in bit.

È possibile convertire in GROB anche le equazioni. Ad esempio, mediante l'Equation Writer inserire l'equazione 'X^2+3' nel livello di stack 1, quindi premere [1] [ENTER] [←] PRG [NXT] GROB →GROB. Nel livello 1 il GROB sarà ora descritto nel modo seguente:

In quanto oggetto grafico, l'equazione può ora essere inserita nel display grafico. Per tornare al display grafico premere ◄ . Quindi, spostare il cursore su un settore vuoto del grafico e premere EDIT NXT NXT REPL. L'equazione 'X^2-5' viene posizionata nel grafico, ad esempio:



In questo modo, il formato GROB può essere utilizzato per documentare i grafici, inserendo equazioni o testo nel display grafico.

Il menu GROB

Il menu GROB, accessibile tramite ← PRG NXT GROB →GROB, contiene le seguenti funzioni. Premere NXT per spostarsi al menu successivo.

→GROB

Tra queste funzioni sono già state utilizzate le funzioni SUB, REPL (dal menu EDIT dei grafici), ANIMATE [ANIMA] e →GROB. ([*PRG*] serve solo per tornare al menu di programmazione.) Come si può notare, nei due esempi precedenti di utilizzo del →GROB è stato utilizzato un 3 per la conversione del grafico in un GROB e un 1 per la conversione dell'equazione in un GROB. Questo parametro della funzione →GROB indica la dimensione dell'oggetto che si deve convertire in un GROB: 0 o 1 – per oggetti piccoli, 2 – per oggetti medi e 3 – per oggetti grandi. Le altre funzioni del menu GROB sono descritte di seguito.

BLANK
Mediante la funzione BLANK (VUOTO), con argomenti #n e #m, si crea un oggetto grafico vuoto, i cui valori di larghezza e altezza corrispondono rispettivamente a #n e #m. È simile alla funzione PDIM del menu GRAPH.

GOR
La funzione GOR (Graphics OR) prende come parametro $grob_2$ (un target GROB), un sistema di coordinate e $grob_1$ e determina la sovrapposizione di $grob_1$ su $grob_2$ (o PICT) a partire dalle coordinate specificate. Le coordinate possono essere specificate sia in coordinate definite dall'utente (x, y) che in pixel {#n #m}. GOR utilizza la funzione OR per determinare lo stato di ciascun pixel (ossia on o off) nella zona di sovrapposizione tra $grob_1$ e $grob_2$.

GXOR
La funzione GXOR (Graphics XOR) svolge le stesse operazioni della funzione GOR, però utilizza l'operatore XOR per determinare lo stato finale dei pixel nella zona di sovrapposizione tra gli oggetti grafici $grob_1$ e $grob_2$.

Nota: sia in GOR che in GXOR, se $grob_2$ viene sostituito da PICT le funzioni non produrranno nessun risultato. Per visualizzare il risultato, sarà necessario richiamare PICT nello stack utilizzando il comando PICT RCL oppure PICTURE.

→LCD
Prende un determinato GROB e lo visualizza sul display della calcolatrice, a partire dall'angolo superiore sinistro.

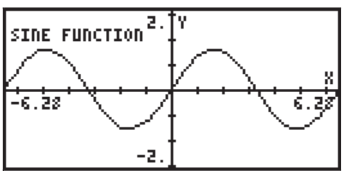
LCD→
Copia il contenuto dello stack e il display del menu in un GROB da 131 x 64 pixel.

SIZE
La funzione SIZE (Dimensione) applicata a un GROB mostra la dimensione del GROB sotto forma di due numeri. Il primo numero, mostrato nel livello di stack 2, rappresenta la larghezza dell'oggetto grafico, mentre il secondo numero, mostrato nel livello di stack 1, ne rappresenta l'altezza.

Esempio di programma che utilizza un GROB
Il seguente programma genera un grafico della funzione seno, comprensivo di riquadro – tracciato mediante la funzione BOX – e di GROB per etichettare il grafico. Di seguito si riporta la descrizione del programma:

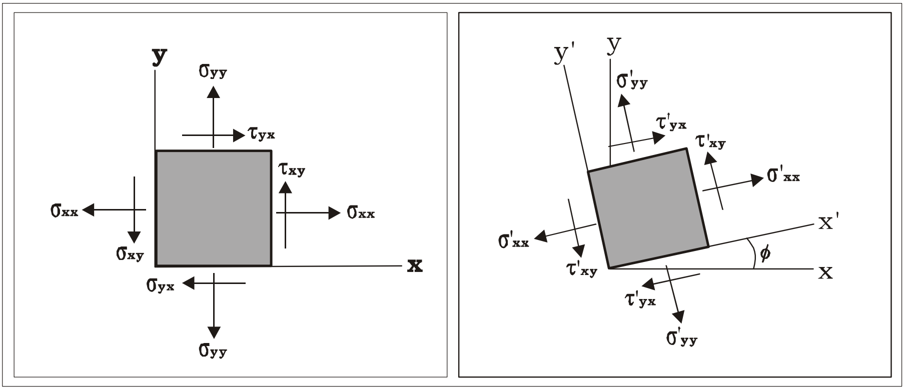
«	Avvia il programma
RAD	Impostale unità di misura degli angoli in radianti
131 R→B 64 R→B PDIM	Imposta la schermata PICT su 131x64 pixel
-6.28 6.28 XRNG –2. 2. YRNG	Imposta gli intervalli x e y
FUNCTION	Seleziona il tipo di grafico FUNCTION (Funzione)
'SIN(X)' STEQ	Memorizza la funzione seno in EQ
ERASE DRAX LABEL DRAW	Cancella, traccia gli assi, le etichette, il grafico
(-6.28,-2.) (6.28,2.) BOX	Traccia un riquadro intorno al grafico
PICT RCL	Inserisce il contenuto di PICT nello stack
"SINE FUNCTION"	Inserisce la stringa dell'etichetta del grafico nello stack.
1 →GROB	Converte la stringa in un piccolo GROB
(-6., 1.5) SWAP	Coordinate per posizionare l'etichetta GROB
GOR	Associa PICT all'etichetta GROB
PICT STO	Salva il GROB associato in PICT
{ } PVIEW	Inserisce PICT nello stack
»	Fine del programma

Salvare il programma con il nome GRPR (GROB PRogram). Premere GRPR per eseguire il programma. Il risultato è il seguente:



Programma con funzioni di tracciatura e di disegno
In questa sezione, viene sviluppato un programma in grado di generare, tracciare ed etichettare il cerchio di Mohr per una data condizione di tensione bidimensionale. La figura di sinistra mostra una data condizione di tensione

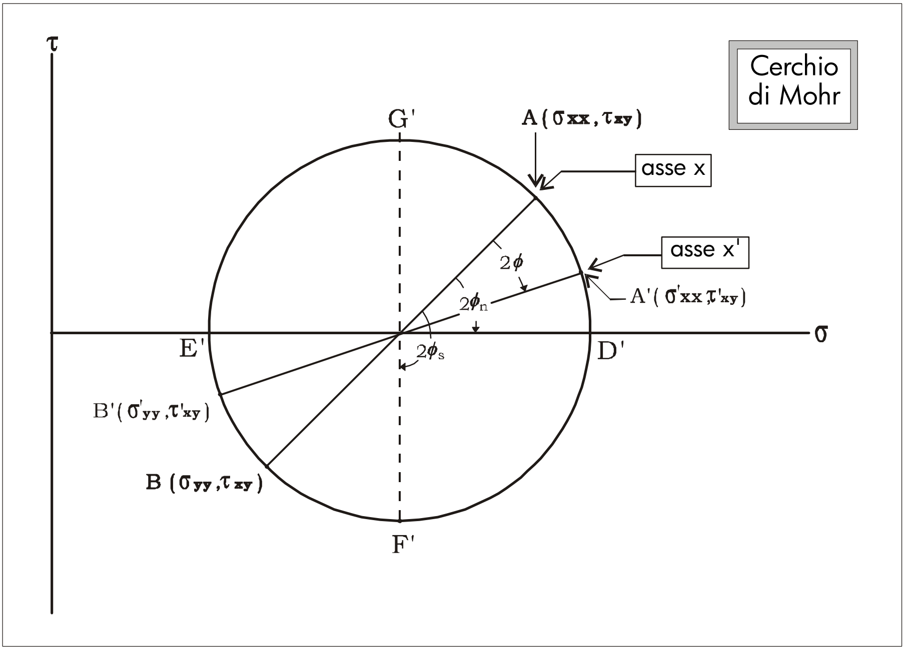
bidimensionale, dove σ_{xx} e σ_{yy} rappresentano le tensioni normali e $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ lo sforzo di taglio. La figura di destra mostra lo stato di tensione nel caso in cui l'elemento venga ruotato di un ϕ gradi. In questo caso, la tensione normale è rappresentata da σ'_{xx} e σ'_{yy}, mentre lo sforzo di taglio da $\tau'xy$ e $\tau'yx$.



Il rapporto tra lo stato di tensione iniziale (σ_{xx}, σ_{yy}, τ_{xy}, τ_{yx}) e lo stato di tensione quando gli assi vengono ruotati in senso antiorario di f (σ'_{xx}, σ'_{yy}, τ'_{xy}, τ'_{yx}), può essere rappresentato graficamente come nella figura sottostante.

Per costruire il cerchio di Mohr, si può utilizzare un sistema di coordinate cartesiane dove l'asse delle x corrisponde alla tensione normale (σ), mentre l'asse delle y corrisponde allo sforzo di taglio (τ). Individuare i punti $A(\sigma_{xx},\tau_{xy})$ e $B(\sigma_{yy},\tau_{xy})$, quindi tracciare il segmento AB. Il punto C, dove il segmento AB interseca l'asse σ_n, sarà il centro del cerchio. Notare che le coordinate del punto C sono $(½\cdot(\sigma_{yy} + \sigma_{xy}), 0)$. Se si costruisce il cerchio manualmente, è possibile utilizzare un compasso per tracciare il cerchio, conoscendo la posizione del punto C e dei due punti A e B.

Il segmento AC rappresenta l'asse delle x nella condizione di tensione originale. Se si vuole determinare lo stato di tensione per un sistema di assi x'-y', ruotato in senso antiorario di ϕ gradi rispetto al sistema iniziale di assi x-y, tracciare il segmento A'B', centrato in C e ruotato in senso orario di 2ϕ gradi rispetto al segmento AB. Le coordinate del punto A' avranno i valori $(\sigma'_{xx},\tau'_{xy})$, mentre quelle del punto B' avranno i valori $(\sigma'_{yy},\tau'_{xy})$.



Lo stato di tensione per il quale lo sforzo di taglio τ'_{xy} è nullo, indicato dal segmento D'E', produce le cosiddette *tensioni principali* σ^P_{xx} (nel punto D') e σ^P_{yy} (nel punto E'). Per ottenere le tensioni principali, ruotare il sistema di coordinate x'-y' di ϕ_n, in senso antiorario rispetto al sistema x-y. Nel cerchio di Mohr, l'angolo tra i segmenti AC e D'C misura $2\phi_n$.

Lo stato di tensione per il quale lo sforzo di taglio τ'_{xy} è massimo è indicato dal segmento F'G'. In queste condizioni, entrambe le tensioni normali $\sigma'_{xx} = \sigma'_{yy}$, sono uguali. L'angolo che corrisponde a questa rotazione è ϕ_s. Nella figura, l'angolo tra il segmento AC e il segmento F'C rappresenta $2\phi_s$.

Programmazione modulare

Per sviluppare il programma per tracciare il cerchio di Mohr in base a un determinato stato di tensione, si utilizza la programmazione modulare. In pratica, questo metodo consiste nello scomporre il programma in vari sottoprogrammi, che vengono creati nella calcolatrice come variabili separate. Questi sottoprogrammi vengono poi collegati da un programma principale, che si chiamerà *MOHRCIRCL*. Prima di tutto creare una sottodirectory denominata MOHRC all'interno della directory HOME, quindi spostarsi all'interno di questa directory per digitare i programmi.

Il passaggio successivo consiste nel creare il programma principale e i sottoprogrammi all'interno della sottodirectory.

Il programma principale MOHRCIRCL utilizza i seguenti sottoprogrammi:

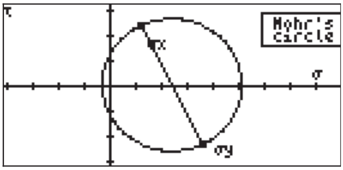
- INDAT: richiede l'inserimento di valori di σx, σy, τxy da parte dell'utente; come risultato genera un elenco σL = {σx, σy, τxy}.
- CC&r: utilizza come input L; come risultato genera σc = ½(σx+σy), r = raggio del cerchio di Mohr's, φn = angolo per le tensioni principali.
- DAXES: utilizza come input σc e r, determina gli intervalli degli assi e traccia gli assi per la costruzione del cerchio di Mohr
- PCIRC: utilizza come input σc, r e φn, traccia il cerchio di Mohr generando un grafico PARAMETRICO
- DDIAM: utilizza come input σL, traccia il segmento AB (vedere la figura precedente relativa al cerchio di Mohr) unendo nel cerchio di Mohr i punti relativi ai dati inseriti
- σLBL: utilizza come input σL , inserisce le etichette "σx" e "σy" per identificare i punti A e B.
- σAXS: inserisce le etichette "σ" e "τ" rispettivamente sugli assi x e y.
- PTTL: inserisce il titolo "Mohr's circle" (Cerchio di Mohr) nella figura.

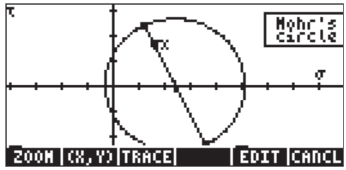
Esecuzione del programma

Se i programmi vengono digitati nell'ordine indicato precedentemente, nella sottodirectory MOHRC si avranno le seguenti variabili: PTTL, σAXS, PLPNT, σLBL, PPTS, DDIAM. Premendo NXT si avrà anche: PCIRC, DAXES, ATN2, CC&r, INDAT, MOHRC. Prima di riordinare le variabili, eseguire il programma una volta premendo il tasto funzione denominato MOHRC. Utilizzare i seguenti comandi:

MOHRC	Esegue il programma principale MOHRCIRCL
2 5 ▼	Inserisce σx = 25
7 5 ▼	Inserisce σy = 75
5 0 ENTER	Inserisce τxy = 50, quindi conclude l'inserimento dei dati.

A questo punto il programma MOHRCIRCL inizia a richiamare i sottoprogrammi per creare la figura. Attendere alcuni istanti. Si otterrà un cerchio di Mohr simile a quello mostrato nella figura di sinistra.





Poiché questa visualizzazione di PICT viene richiamata dalla funzione PVIEW, oltre alla visualizzazione della figura stessa non sarà possibile ottenere nessun'altra informazione dal grafico. Per ottenere ulteriori informazioni dal cerchio di Mohr, chiudere il programma premendo ON . Quindi premere ◀ per richiamare il contenuto di PICT nell'ambiente grafico. Ora il cerchio di Mohr apparirà come nella figura di destra (vedi sopra).

Premere i tasti funzione TRACE e (X,Y). Nella parte inferiore dello schermo apparirà il valore di ϕ che corrisponde al punto A(σx, τxy), ossia `φ = 0, (2.50E1, 5.00E1).`

Premere il tasto freccia destra (▶) per aumentare il valore di ϕ e visualizzare il valore corrispondente di (σ'_{xx}, τ'_{xy}). Ad esempio, per ϕ = 45° si avranno i valori (σ'_{xx}, τ'_{xy}) = (1.00E2, 2.50E1) = (100, 25). Il valore di σ'_{yy} si troverà dopo ulteriori 90°, ossia ϕ = 45 + 90 = 135°. Premere il tasto ▶ fino a raggiungere quel valore di ϕ, per ottenere (σ'_{yy}, τ'_{xy}) = (-1.00E-10, -2.5E1) = (0, 25).

Per ottenere i valori normali principali premere ◀ fino a quando il cursore non ritorna sull'intersezione tra il cerchio e la sezione positiva dell'asse σ. I valori che si avranno in questo punto saranno ϕ = 59° e (σ'_{xx}, τ'_{xy}) = (1.06E2, -1.40E0) = (106, -1.40). Il valore che ora ci si aspetterebbe nella posizione degli assi principali è τ'_{xy} = 0. Ma, siccome la risoluzione sulla variabile indipendente è stata limitata a $\Delta\phi$ = 1°, non viene individuato il punto esatto nel quale lo sforzo di taglio diventa nullo. Premendo ◀ ancora una volta, si ottengono i valori ϕ = 58° e (σ'_{xx}, τ'_{xy}) = (1.06E2, 5.51E-1) = (106, 0.551). Da questa informazione si deduce che in qualche punto compreso tra ϕ = 58° e ϕ = 59°, lo sforzo di taglio τ'_{xy} diventa nullo.

Per ottenere il valore reale di ϕn, premere [ON]. Digitare quindi l'elenco che corrisponde ai valori {σx σy τxy}, in questo caso `{ 25 75 50 } [ENTER]`

Quindi premere . L'ultimo risultato, 58.2825255885°, è il valore reale di ϕn.

Programma per il calcolo delle tensioni principali

La procedura seguita precedentemente per calcolare ϕn, può essere codificata in un programma come segue:

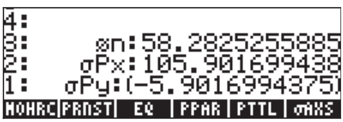
<u>*Programma PRNST:*</u>

«	Avvia il programma PRNST (PRiNcipal STresses)
INDAT	Inserisce i dati come nel programma MOHRCIRC
CC&r	Calcola σc, r e fn come nel programma MOHRCIRC
"ϕn" →TAG	Applica un tag all'angolo per le tensioni principali
3 ROLLD	Sposta l'angolo a cui è stato applicato il tag al livello 3
R→C DUP	Converte c e r in (σc, r), duplica
C→R + "σPx" →TAG	Calcola la tensione principale σPx e vi applica un tag
SWAP C→R - "σPy" →TAG	Scambio, calcola la tensione σPy e vi applica un tag.
»	Chiude il programma PRNST

Per eseguire il programma utilizzare:

[VAR] [PRNST]	Avvia il programma PRNST
[2] [5] [▼]	Inserisce σx = 25
[7] [5] [▼]	Inserisce σy = 75
[5] [0] [ENTER]	Inserisce τxy = 50, quindi conclude l'inserimento dati.

Il risultato sarà:



Organizzazione delle variabili nella sottodirectory

La prima esecuzione del programma MOHRCIRCL ha prodotto una coppia di nuove variabili, PPAR e EQ. Si tratta delle variabili Plot PARameter ed Equation, necessarie per tracciare il cerchio. Si consiglia di riordinare le variabili nella sottodirectory, in modo tale che i programmi MOHRC e PRNST siano le prime due variabili nelle etichette dei tasti funzione. Questo è possibile creando l'elenco {MOHRCIRCL PRNST} mediante il seguente comando: VAR ← {} MOHRC PRNST ENTER

Ordinare quindi l'elenco mediante: ← PRG MEM DIR ORDER.

Una volta effettuata la chiamata alla funzione ORDER (ORDINE), premere VAR. Come si può notare, ora i programmi MOHRCIRCL e PRNST sono le prime due variabili del menu, come previsto.

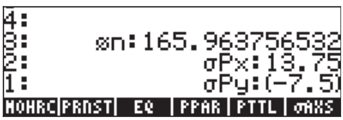
Secondo esempio di calcolo del cerchio di Mohr

Determinare le tensioni principali per uno stato di tensione definito da σ_{xx} = 12.5 kPa, σ_{yy} = -6.25 kPa, e τ_{xy} = - 5.0 kPa. Tracciare il cerchio di Mohr e dalla figura determinare i valori di σ'_{xx}, σ'_{yy}, e τ'_{xy} se l'angolo $\phi = 35°$.

Per determinare le tensioni principali utilizzare il programma PRNST nel modo seguente:

VAR PRNST	Avvia il programma PRNST
1 2 . 5 ▼	Inserisce σx = 12.5
6 . 2 5 +/- ▼	Inserisce σy = -6.25
5 +/- ENTER	Inserisce τxy = -5, quindi conclude l'inserimento dati.

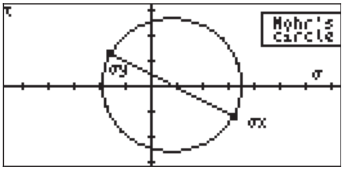
Il risultato sarà:



Per tracciare il cerchio di Mohr, utilizzare il programma MOHRC nel modo seguente:

VAR MOHRC	Avvia il programma PRNST
1 2 . 5 ▼	Inserisce σx = 12.5
6 . 2 5 +/- ▼	Inserisce σy = -6.25
5 +/- ENTER	Inserisce τxy = -5, quindi conclude l'inserimento dati.

Il risultato sarà:



Per ottenere i valori delle tensioni corrispondenti a una rotazione di 35° dell'angolo della particella sollecitata, procedere nel modo seguente:

ON ◄	Cancella la schermata, visualizzare PICT nella schermata dei grafici
TRACE (X,Y).	Sposta il cursore sul cerchio mostrando ϕ e (x,y)

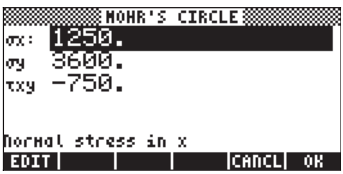
Quindi premere ► fino a visualizzare $\phi = 35$. Le coordinate corrispondenti sono (1.63E0, -1.05E1), ossia a $\phi = 35°$, $\sigma'_{xx} = 1.63$ kPa e $\sigma'_{yy} = -10.5$kPa.

Modulo di input per il programma del cerchio di Mohr

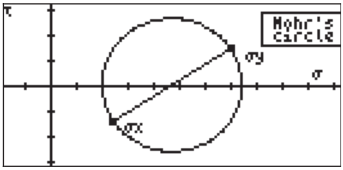
È possibile inserire i dati in modo più pratico sostituendo il sottoprogramma INDAT con il seguente programma e attivando un modulo di input:

```
« "MOHR'S CIRCLE" { { "σx:" "Normal stress in x" 0 } {
"σy:" "Normal stress in y" 0 } { "τxy:" "Shear stress" 0}
} { } { 1 1 1 } { 1 1 1 } INFORM DROP »
```

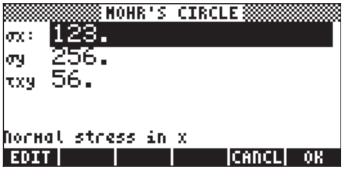
Se si esegue questa sostituzione nel programma, l'esecuzione di MOHRC genera il seguente modulo di input:



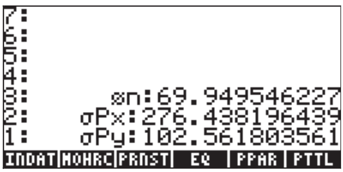
Premere OK per continuare l'esecuzione del programma. Il risultato è la seguente figura:



Siccome il programma INDAT viene utilizzato anche per il programma PRNST (PRiNcipal STresses), l'esecuzione di questo specifico programma utilizzerà ora un modulo di input, ad esempio,



Dopo avere premuto OK, il risultato sarà il seguente:

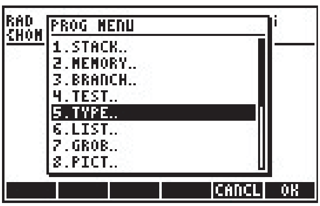


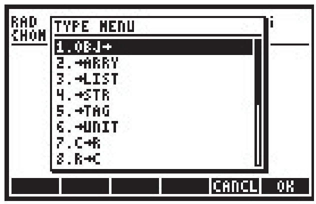
Capitolo 23
Stringhe di caratteri

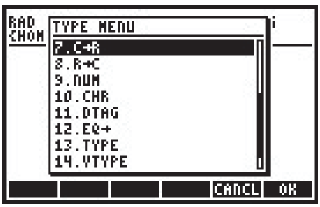
Le stringhe di caratteri sono oggetti della calcolatrice racchiusi tra doppi apici. La calcolatrice li considera come testo. Ad esempio, la stringa "SINE FUNCTION", può essere trasformata in un GROB (Oggetto Grafico), per etichettare un grafico, oppure può essere utilizzata come output in un programma. Gli insiemi di caratteri digitati dall'utente come input di un programma sono trattati come stringhe. Inoltre, sono stringhe anche molti oggetti nell'output di un programma.

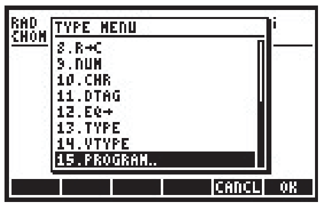
Funzioni relative alle stringhe nel sottomenu TYPE

Il sottomenu TYPE è accessibile dal menu PRG (programmazione), ovvero, ← PRG . Le funzioni disponibili nel sottomenu TYPE vengono mostrate di seguito.





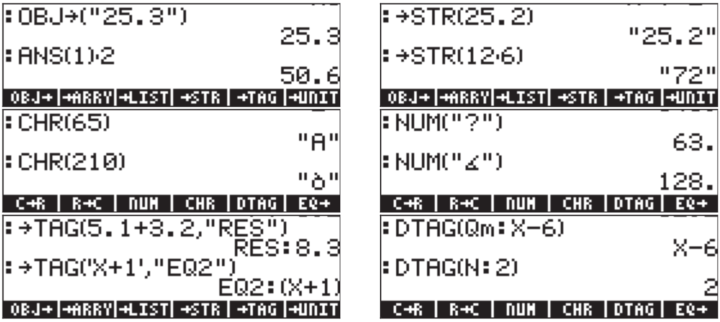




Tra le funzioni del menu TYPE che sono utili per manipolare le stringhe si trovano:

OBJ→: Converte la stringa nell'oggetto che rappresenta
→STR: Converte un oggetto nella sua rappresentazione sotto forma di stringa
→TAG: Applica un tag a una quantità
DTAG: Rimuove un tag da una quantità con tag (elimina il tag)
CHR: Crea una stringa di caratteri corrispondente al numero utilizzato come argomento
NUM: Restituisce il codice per il primo carattere della stringa

Di seguito vengono presentati degli esempi di applicazione di queste funzioni alle stringhe:



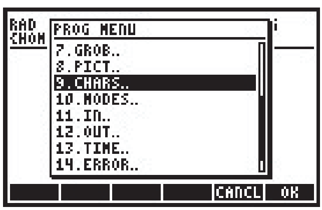
Concatenazione di stringhe

Le stringhe possono essere concatenate (unite assieme) utilizzando il segno più (+), ad esempio:

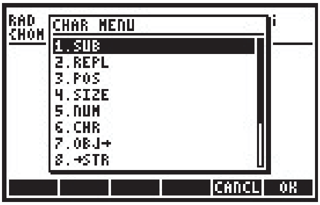
La concatenazione di stringhe è un metodo pratico per creare l'output di un programma. Ad esempio, la concatenazione "YOU ARE" AGE + "YEAR OLD" crea la stringa " YOU ARE 25 YEAR OLD", dove 25 è memorizzato nella variabile chiamata AGE.

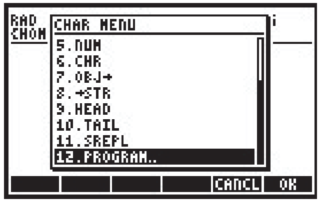
Menu CHARS

Il sottomenu CHARS è accessibile dal menu PRG (Programmazione), ovvero, ← PRG .



Le funzioni disponibili nel sottomenu CHARS sono le seguenti:

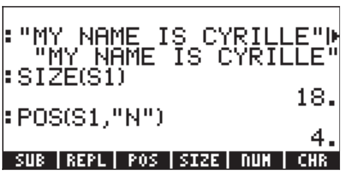


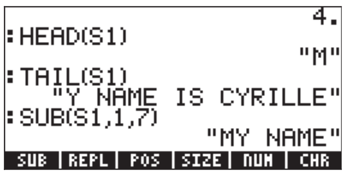


Il funzionamento di NUM, CHR, OBJ→ e →STR è già stato presentato nel presente Capitolo. Sempre nel presente Capitolo, sono state illustrate anche le funzioni SUB e REPL relative ai grafici. Le funzioni SUB, REPL, POS, SIZE, HEAD e TAIL hanno effetti simili come negli elenchi, ovvero:

SIZE: numero di una sottostringa in una stringa (inclusi spazi)
POS: posizione della prima occorrenza di un carattere in una stringa
HEAD: estrae il primo carattere di una stringa
TAIL: elimina il primo carattere di una stringa
SUB: estrae una sottostringa, note le posizioni iniziale e finale
REPL: sostituisce i caratteri in una stringa con una sottostringa che inizia a una data posizione
SREPL: in una stringa, sostituisce una sottostringa con un'altra

Per vedere tali effetti in azione, si eseguano i seguenti esercizi: memorizzare la stringa " MY NAME IS CYRILLE" nella variabile S1. Si utilizzerà questa stringa per illustrare esempi delle funzioni del menu CHARS:





Elenco dei caratteri

L'intero insieme dei caratteri disponibili nella calcolatrice è accessibile tramite la sequenza di tasti ↱ CHARS . Quando si evidenzia un carattere, ad esempio il carattere avanzamento riga ↵, si visualizzerà nella parte sinistra in basso del display la sequenza di tasti per ottenerlo (in questo caso ↱.) e il codice numerico ad esso corrispondente (in questo caso 10).

I caratteri non definiti appaiono nell'elenco dei caratteri come quadrati neri (▪) e viene visualizzata l'indicazione (None) in basso nel display, anche se per tutti esiste un codice numerico. Per i caratteri numerici si visualizza il numero corrispondente in basso nel display.

Per le lettere si visualizza il codice (ovvero, ALPHA) seguito dalla lettera corrispondente, ad esempio, quando si evidenzia M, si visualizzerà αM sul lato sinistro in basso del display, che indica l'utilizzo di ALPHA M. D'altra parte, m mostra la combinazione di tasti α←M o ALPHA ← M.

Per i caratteri greci, come σ, si visualizzerà il codice α→S o ALPHA → S. Alcuni caratteri, come ρ, non sono associati ad alcuna sequenza di tasti. Perciò, l'unico modo per digitarli è attraverso l'elenco di caratteri evidenziando il carattere desiderato e premendo ECHO1 o ECHO.

Premere ECHO1 per copiare un carattere nello stack e ritornare immediatamente al display normale della calcolatrice. Premere ECHO per copiare una serie di caratteri nello stack. Premere ON per tornare al display normale della calcolatrice.

Per maggiori dettagli sull'utilizzo dei caratteri speciali si veda l'Appendice D. Inoltre, i tasti di scelta rapida per ottenere i caratteri speciali sono illustrati nell'Appendice G.

Capitolo 24
Oggetti e flag della calcolatrice

Numeri, elenchi, vettori, matrici, oggetti algebrici, ecc., sono oggetti della calcolatrice. Sono classificati in base alla rispettiva natura in 30 diversi tipi, descritti di seguito. I flag sono variabili che possono essere usate per controllare le proprietà della calcolatrice. Sono stati presentati nel Capitolo 2.

Descrizione degli oggetti della calcolatrice

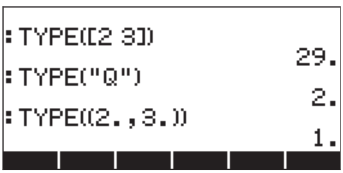
La calcolatrice riconosce i seguenti tipi di oggetto:

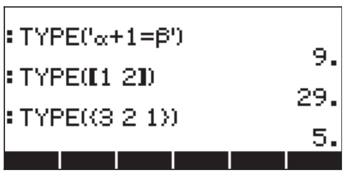
Numero	Tipo	Esempio
0	Numero reale	-1.23E-5
1	Numero complesso	(-1.2,2.3)
2	Stringa	"Hello, world "
3	Array reale	[[1 2][3 4]]
4	Array complesso	[[(1 2) (3 4)] [(5 6) (7 8)]
5	Elenco	{3 1 'PI'}
6	Nome globale	X
7	Nome locale	y
8	Programma	<< → a 'a^2' >>
9	Oggetto algebrico	'a^2+b^2'
10	Intero binario	# A2F1E h
11	Oggetto grafico	Graphic 131×64
12	Oggetto con tag	R: 43.5
13	Oggetto unità	3_m^2/s
14	Nome XLIB	XLIB 342 8
15	Directory	DIR ← END
16	Libreria	Library 1230"...
17	Oggetto backup	Backup MYDIR
18	Funzione integrata	COS
19	Comando integrato	CLEAR

Numero	Tipo	Esempio
21	Numero reale esteso	Long Real
22	Numero complesso esteso	Long Complex
23	Array legato	Linked Array
24	Oggetto carattere	Character
25	Oggetto codice	Code
26	Dati libreria	Library Data
27	Oggetto esterno	External
28	Numero intero	3423142
29	Oggetto esterno	External
30	Oggetto esterno	External

Funzione TYPE

Questa funzione, disponibile nel sottomenu PRG/TYPE () o mediante il Command Catalog, è usata per determinare il tipo di oggetto. L'argomento della funzione è l'oggetto desiderato. La funzione restituisce il tipo di oggetto indicato dai numeri soprariportati.





Funzione VTYPE

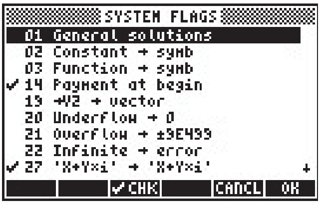
Questa funzione opera in modo simile alla funzione TYPE, ma si applica al nome di una variabile e restituisce il tipo di oggetto memorizzato nella variabile.

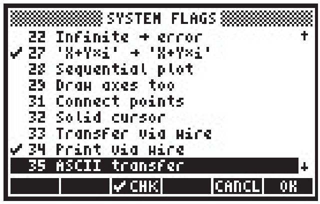
Flag della calcolatrice

Un flag è una variabile che può essere selezionata (impostata) o deselezionata. Lo stato di un flag determina il comportamento della calcolatrice (se il flag è un flag di sistema) o di un programma (se il flag è un flag utente). Questi flag sono descritti con maggiore dettaglio più avanti nel capitolo.

Flag di sistema

I flag di sistema sono accessibili utilizzando MODE FLAGS. Premere il tasto freccia giù per visualizzare un elenco di tutti i flag di sistema, completi di numero e di una breve descrizione. Le prime due schermate dei flag di sistema sono mostrate di seguito:



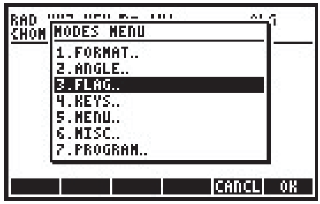


Si riconosceranno molti di questi flag in quanto vengono selezionati o deselezionati nel menu MODES (ossia, il flag 95 per la modalità algebrica, 103 per la modalità Complex, ecc.). Nel presente manuale dell'utente, si è sottolineata la differenza tra CHOOSE boxes (Riquadri di SELEZIONE) e SOFT menu (Menu FUNZIONE), che è possibile scegliere selezionando o deselezionando il flag di sistema 117. Altri esempi di impostazione dei flag di sistema sono i flag di sistema 60 e 61, relativi alla libreria delle costanti (CONLIB, vedere il Capitolo 3). Questi flag operano nel seguente modo:

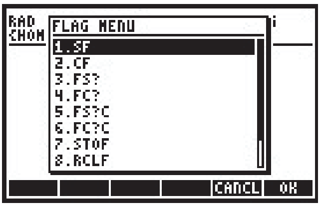
- flag utente 60: deselezionato (predefinito): Unità del SI, selezionato: Unità del sistema imperiale
- flag utente 61: deselezionato (predefinito): utilizza le unità di misura, selezionato: solo valori

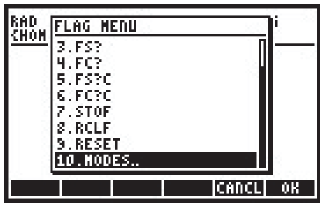
Funzioni relative all'impostazione e alla modifica dei flag

Queste funzioni possono essere usate per selezionare, deselezionare o verificare lo stato dei flag utente o dei flag di sistema. Se utilizzati con queste funzioni, i flag di sistema sono rappresentati come numeri interi negativi. Pertanto, il flag di sistema 117 sarà definito come flag -117. I flag utente, invece, sono rappresentati come numeri interi positivi, quando vengono utilizzati con queste funzioni. È importante comprendere che i flag utente sono usati unicamente per la programmazione, al fine di facilitare il controllo del flusso del programma. Le funzioni relative alla manipolazione dei flag della calcolatrice sono disponibili nel menu PRG/MODES/FLAG. Il menu PRG viene attivato mediante i tasti ← PRG . Le seguenti figure (con il flag di sistema 117 impostato su CHOOSE boxes [Riquadri di SELEZIONE]) mostrano la sequenza di schermate che porta al menu FLAG:



Le funzioni contenute all'interno del menu FLAG sono le seguenti:





Per eseguire queste funzioni procedere come indicato di seguito:

SF	Imposta (seleziona) un flag
CF	Deseleziona un flag
FS?	Restituisce 1 se il flag è selezionato, 0 se è deselezionato
FC?	Restituisce 1 se il flag è deselezionato (non impostato), 0 se è selezionato
FS?C	Esegue il test dei flag come la funzione FS, quindi lo deseleziona
FC?C	Esegue il test dei flag come la funzione FC, quindi lo deseleziona
STOF	Memorizza le nuove impostazioni dei flag
RCLF	Richiama le impostazioni esistenti dei flag
RESET	Resetta il valore del campo corrente (può essere usata per resettare un flag)

Flag utente

Ai fini della programmazione, i flag dall'1 al 256 sono disponibili per l'utente. Non hanno alcun significato per il funzionamento della calcolatrice.

Capitolo 25
Funzioni data e ora

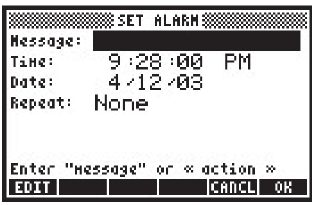
Nel presente Capitolo verranno mostrate alcune funzioni e calcoli che utilizzano l'ora e la data.

Il menu TIME

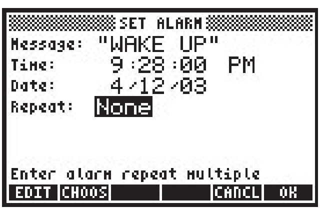
Il menu TIME, accessibile mediante la sequenza di tasti ↱ TIME (tasto 9) fornisce le funzioni illustrate di seguito:

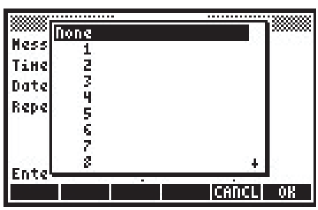
Impostazione di un allarme

L'opzione *2. Set alarm* (Imposta allarme)… fornisce un modulo di input che consente all'utente di impostare un allarme. La seguente figura mostra il modulo in questione:



Il campo di input Message: (Messaggio) consente di inserire una stringa di caratteri che identifica l'allarme. Il campo Time: (Ora) consente di inserire l'ora per l'attivazione dell'allarme. Il campo Date: (Data) è utilizzato per impostare la data dell'allarme (o per la prima attivazione, se è richiesta la ripetizione). Ad esempio, è possibile impostare il seguente allarme. La figura a sinistra presenta l'allarme senza ripetizione. La figura a destra mostra le opzioni per la ripetizione dopo la pressione del tasto CHOOS. L'allarme verrà impostato dopo aver premuto OK.





Elenco allarmi

L'pzione *1. Browse alarms …* (Elenco allarmi) nel menu TIME consente di visualizzare gli allarmi correnti. Ad esempio, dopo aver inserito l'allarme utilizzato nell'esempio mostrato in alto, questa opzione mostra la seguente schermata:

Questa schermata comprende quattro tasti funzione:

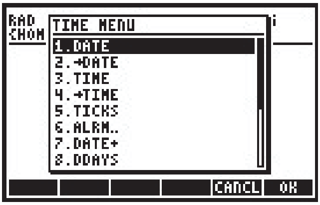
EDIT (Modifica): per modificare l'allarme selezionato, apre un modulo di input per l'impostazione dell'allarme
NEW (Nuovo): per programmare un nuovo allarme
PURG (Elimina): per cancellare un allarme
OK: per tornare al display normale

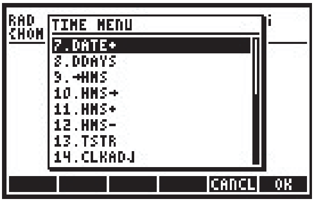
Impostazione di ora e data

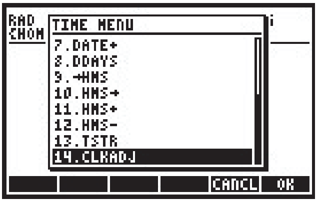
L'pzione *3. Set time, date…* (Imposta ora, data) apre il seguente modulo di input che consente all'utente di impostare l'ora e la data correnti. I dettagli sono forniti nel Capitolo 1.

Strumenti del menu TIME

L'opzione *4. Tools…* (Strumenti) contiene un numero di funzioni utili per il funzionamento dell'orologio e i calcoli relativi alla data e all'ora. La seguente figura mostra le funzioni disponibili nel sottomenu Tools (Strumenti) di TIME:





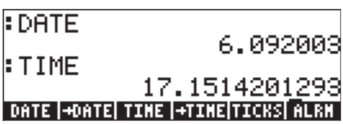


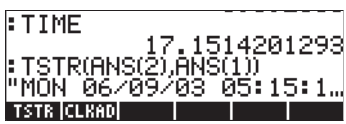
Di seguito si illustrerà come usare tali funzioni.

DATE: Inserisce la data corrente nello stack
→DATE: Imposta la data del sistema sul valore specificato
TIME: Inserisce l'ora corrente nel formato 24 ore HH.MMSS
→TIME: Imposta l'ora del sistema sul valore specificato nel formato 24 ore HH.MM.SS
TICKS: Fornisce l'ora del sistema come numero intero binario in tick dell'orologio. Ogni 1 tick corrisponde a 1/8192 sec
ALRM..: Sottomenu con funzioni di manipolazione dell'allarme (descritto nel seguito del capitolo)
DATE+: Aggiunge o sottrae un numero di giorni a una data
DDAYS(x,y): Restituisce il numero di giorni tra le date x e y
→HMS: Converte l'ora dal formato decimale a HH.MMSS
HMS→: Converte l'ora da HH.MMSS al formato decimale
HMS+: Somma due valori di ora nel formato HH.MMSS
HMS-: Sottrarre due valori di ora nel formato HH.MMSS
TSTR(ora, data): Converte l'ora, la data nel formato stringa
CLKADJ(x): Aggiunge x tick all'ora del sistema (1 tick = 1/8192 sec)

Le funzioni →DATE, →TIME, CLKADJ sono utilizzate per regolare la data e l'ora. Non ci sono esempi disponibili per queste funzioni.

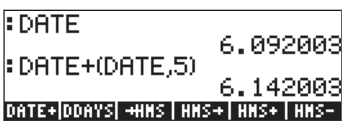
Di seguito sono riportate le funzioni DATE, TIME e TSTR:

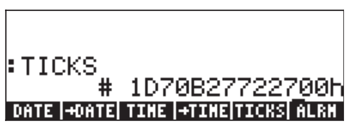




Calcoli con le date

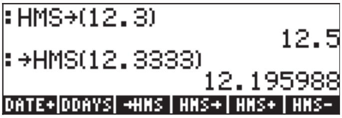
Per i calcoli con le date, utilizzare le funzioni DATE+, DDAYS. Di seguito viene mostrato un esempio dell'applicazione di queste funzioni, unitamente a un esempio della funzione TICKS:





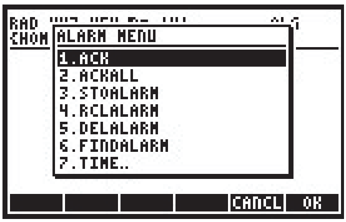
Calcolo con le ore

Le funzioni →HMS, HMS→, HMS+ e HMS- sono utilizzate per manipolare i valori nel formato HH.MMSS. Questo è lo stesso formato utilizzato per il calcolo della misura angolare in gradi, minuti e secondi. Pertanto, queste operazioni sono utili non solo per il calcolo dell'ora, ma anche per i calcoli angolari. Seguono gli esempi:



Funzioni di allarme

Il sottomenu TIME/Tools…/ALRM… fornisce le seguenti funzioni:



Di seguito viene descritto l'uso di queste funzioni:

ACK:	Conferma un allarme passato
ACKALL:	Conferma tutti gli allarmi passati
STOALARM(x):	Memorizza l'allarme (x) nell'elenco degli allarmi di sistema
RCLALARM(x):	Richiama l'allarme specificato (x) dall'elenco degli allarmi di sistema
DELALARM(x):	Elimina l'allarme x dall'elenco degli allarmi di sistema
FINDALARM(x):	Restituisce il primo allarme dopo l'orario specificato

L'argomento x nella funzione STOALARM è un elenco che contiene un riferimento di data (mm.ddyyy), l'orario del giorno in formato 24 h (hh.mm), una stringa che contiene il testo dell'allarme e il numero di ripetizioni dell'allarme. Ad esempio, `STOALARM({6.092003,18.25, "Test", 0}`. L'argomento x in tutte le altre funzioni di allarme è un numero intero positivo che indica il numero di allarme che deve essere richiamato, eliminato o trovato.

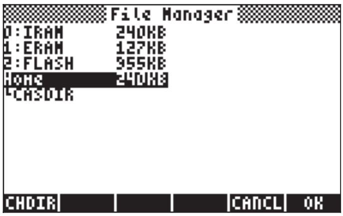
Dal momento che la gestione degli allarmi può essere facilmente eseguita con il menu TIME (vedere in alto), le funzioni relative agli allarmi in questa sezione sono più probabilmente utilizzate ai fini della programmazione.

Capitolo 26
Gestione della memoria

Nel Capitolo 2 sono stati presentati i concetti di base nonché le operazioni per generare e gestire variabili e directory. In questo Capitolo si tratterà invece la gestione della memoria della calcolatrice, incluse la partizioni e le tecniche per eseguire il back up dei dati.

Struttura della memoria

La calcolatrice dispone di una memoria complessiva di 2.5 MB di memoria, di cui 1 MB è utilizzato per memorizzare il sistema operativo (memoria di sistema) e 1.5 MB per il funzionamento della calcolatrice e la memorizzazione dei dati (memoria utente). Il componente della memoria di sistema non è accessibile all'utente. Per vedere come è suddivisa la memoria utente utilizzare la funzione FILES (← FILES). Si osservi sotto un possibile risultato:



La schermata indica che esistono tre porte di memoria oltre alla memoria che corrisponde alla directory HOME (vedere Capitolo 2 del presente manuale). Le porte di memoria disponibili sono:

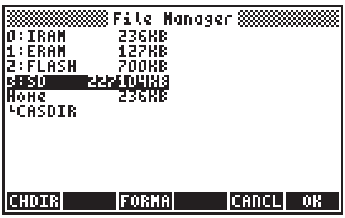
- Porta 0, denominata IRAM
- Porta 1, denominata ERAM
- Porta 2, denominata FLASH

La porta 0 e la directory HOME condividono la stessa area di memoria quindi, per fare un esempio, più dati sono memorizzati nella directory HOME meno memoria sarà disponibile per l'archiviazione sulla Porta 0. La memoria complessiva per l'area di memoria Porta 0/directory HOME corrisponde a 241 KB.

La porta 1 (ERAM) può contenere fino a 128 KB di dati. La porta 1, la porta 0 e la directory HOME costituiscono il segmento RAM (Random Access Memory) della memoria della calcolatrice. Per funzionare, il segmento di memoria RAM deve essere costantemente alimentato attraverso le batterie della calcolatrice. Per evitare la perdita del contenuto della memoria RAM, la calcolatrice è dotata di una batteria di backup CR2032. Vedere la fine del capitolo per ulteriori dettagli.

La porta 2 fa parte del segmento Flash ROM (Read-Only Memory) della calcolatrice, che non necessita di alimentazione. Se si tolgono le batterie dalla calcolatrice, questo non influirà sul funzionamento del segmento Flash ROM. La porta 2 può memorizzare fino a 1085 KB di dati.

É presente inoltre una quarta porta, la porta 3, per l'utilizzo di una scheda di memoria di tipo SD flash. Vedere l'esempio riportato di seguito.



La porta è visualizzata nel File Manager solo quando è inserita una scheda SD.

Directory HOME

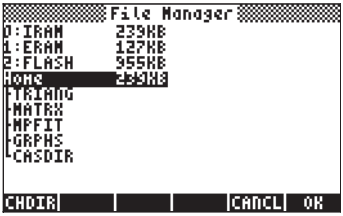
Quando si usa la calcolatrice, si possono creare variabili per memorizzare risultati intermedi e finali. Alcune operazioni come la creazione di grafici e le operazioni statistiche, creano le proprie variabili per la memorizzazione dei dati. Tali variabili saranno memorizzate nella directory HOME o in una delle sue directory. Per maggiori dettagli sulla manipolazione di variabili e directory vedere il Capitolo 2.

Memoria delle porte

A differenza della directory HOME, la memoria nelle porte 0, 1 e 2 non può essere suddivisa in directory e può contenere solamente oggetti di backup o librerie. Queste tipologie di oggetti sono descritti di seguito.

Verifica degli oggetti in memoria

Per visualizzare gli oggetti archiviati in memoria si può utilizzare la funzione FILES (⬅ FILES). La schermata sottostante mostra la directory HOME con cinque directory: TRIANG, MATRX, MPFIT, GRPHS e CASDIR.



Altre directory possono essere visualizzate spostando il cursore verso il basso lungo l'albero delle directory. Muovendo il cursore verso l'alto, è possibile invece selezionare una porta di memoria. Quando viene selezionata una data directory, sottodirectory o una porta, premere OK per visualizzare il contenuto dell'oggetto selezionato.

Un altro modo di accedere alla porta di memoria è attraverso l'utilizzo del menu LIB (➡ LIB con il tasto 2). Il risultato di questa operazione è il seguente:

Se nella calcolatrice è presente una libreria attiva, essa sarà mostrata in questa schermata. Una libreria simile è quella HP49D (demo) mostrata nella schermata riportata in alto. La pressione del tasto funzione corrispondente (F1) attiverà questa libreria. La pressione dei tasti funzione della porta aprirà una specifica porta di memoria. Di seguito sono presentate ulteriori informazioni sulle librerie.

Oggetti di backup

Gli oggetti di backup sono utilizzati per copiare dati dalla directory home nella porta di memoria. Il backup degli oggetti nella porta di memoria serve per conservare il contenuto degli oggetti per un utilizzo futuro. Gli oggetti di backup hanno le seguenti caratteristiche:

- Gli oggetti di backup possono esistere solo in una porta di memoria (ovvero non è possibile salvare un oggetto come backup nella directory HOME, anche se è possibile farne tutte le copie desiderate)
- Non è possibile modificare il contenuto di un oggetto di backup (è possibile invece copiarlo in una directory della directory HOME, modificarlo in quella sede e farne il backup una volta modificato)
- È possibile memorizzare come unico oggetto di backup sia un singolo oggetto, sia un'intera directory. Non è tuttavia possibile creare un oggetto di backup basato su un numero di oggetti selezionati di una directory.

Quando si crea un oggetto di backup in una porta di memoria, la calcolatrice calcola un valore CRC (*cyclic redundancy check*) o *checksum* basato sui dati binari contenuti nell'oggetto. Questo valore viene memorizzato con l'oggetto di backup ed è utilizzato dalla calcolatrice per controllare l'integrità dell'oggetto di backup. Quando si ripristina un oggetto di backup nella directory HOME, la calcolatrice ricalcola il valore CRC e lo confronta con il valore originale. Se emerge una differenza, la calcolatrice avverte l'utente che i dati ripristinati potrebbero essere corrotti.

Esecuzione del backup di oggetti in una porta di memoria

L'operazione di backup di un oggetto dalla memoria utente a una delle porte di memoria è simile all'operazione di copia di una variabile da una sottodirectory all'altra (vedere i dettagli al Capitolo 2). È possibile ad esempio utilizzare il File Manager (↰ FILES) per copiare e cancellare gli oggetti di backup come si farebbe con i normali oggetti della calcolatrice. Sono inoltre disponibili dei comandi specifici per manipolare gli oggetti di backup, come descritto di seguito.

Backup e ripristino di HOME

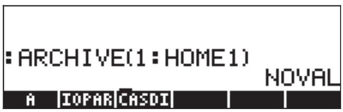
È possibile eseguire il backup del contenuto della directory HOME corrente in un singolo oggetto di backup. Questo oggetto conterrà tutte le variabili, le assegnazioni dei tasti e gli allarmi attualmente definiti nella directory HOME. È inoltre possibile inoltre ripristinare il contenuto della propria directory HOME da un oggetto di backup precedentemente salvato nella porta di memoria. A seguire le istruzioni per queste operazioni.

Backup della directory HOME

Per eseguire il backup della directory HOME corrente utilizzando la modalità algebrica, digitare il seguente comando:

ARCHIVE(:Numero_porta: Nome_backup)

Qui Numero_porta è 0, 1, 2 (o 3 nel caso sia disponibile una scheda di memoria SD – vedere si seguito) e Nome_backup è il nome dell'oggetto di backup nel quale si memorizzerà il contenuto di HOME. Il contenitore : : è digitato usando la sequenza di tasti ← :: . Ad esempio, per eseguire il backup di HOME in HOME1 nella porta 1, utilizzare:



Per eseguire il backup della directory HOME in modalità RPN, usare il comando:

: Numero porta: Nome_backup ENTER ARCHIVE

Ripristino della directory Home

Per ripristinare la directory Home in modalità algebrica utilizzare il comando:

RESTORE(: Numero_porta : Nome_backup)

Ad esempio, per ripristinare la directory HOME partendo dall'oggetto di backup HOME1 utilizzare: RESTORE(:1:HOME1)

In modalità RPN utilizzare:

: Numero_porta : Nome_backup ENTER RESTORE

Nota: quando si ripristina un backup della directory HOME avvengono due cose:

- la directory di backup sovrascrive la directory HOME corrente. Di conseguenza, qualsiasi dato che non sia memorizzato nella directory HOME corrente andrà perso.
- La calcolatrice si riavvia. Il contenuto della cronologia o dello stack va perso.

Memorizzazione, cancellazione e ripristino di oggetti di backup

Per creare un oggetto di backup utilizzare uno dei seguenti metodi:

- Utilizzare il File Manager (← FILES) per copiare l'oggetto nella porta. Utilizzando questo metodo, l'oggetto di backup avrà lo stesso nome dell'oggetto originale.
- Utilizzare il comando STO per copiare l'oggetto in una porta. Ad esempio, in modalità algebrica, utilizzare la seguente sequenza di tasti per copiare la variabile A nell'oggetto di backup denominato AA nella porta 1:

  1 STO▶ ← :: / ▶ ALPHA A ALPHA A ENTER
- Utilizzare il comando ARCHIVE per creare un backup della directory HOME (vedere sopra).

Per cancellare un oggetto di backup da una porta:

- Utilizzare il File Manager (← FILES) per cancellare l'oggetto come si farebbe con una variabile nella directory HOME (vedere Capitolo 2).
- Utilizzare il comando PURGE come segue:

In modalità algebrica utilizzare: PURGE(: Numero_porta : Nome_backup)
In modalità RPN utilizzare: : Numero_porta : Nome_backup PURGE

Per ripristinare un oggetto di backup:

- Utilizzare il File Manager (← FILES) per copiare l'oggetto di backup dalla porta di memoria alla directory HOME.
- Quando un oggetto di backup viene ripristinato, la calcolatrice esegue un controllo di integrità su tale oggetto calcolandone il valore CRC. Qualsiasi discrepanza tra il valore calcolato e il valore CRC memorizzato produrrà un messaggio di errore ad indicare un dato corrotto.

Utilizzo di dati in oggetti di backup

Sebbene non sia possibile modificare direttamente il contenuto degli oggetti di backup, si può utilizzare quel contenuto nelle operazioni della calcolatrice. È possibile ad esempio eseguire programmi memorizzati come oggetti di backup o utilizzare dati presi da questi oggetti per eseguire programmi. Per eseguire programmi da oggetti di backup o utilizzare dati provenienti da oggetti di backup, è possibile utilizzare il File Manager (← FILES) per copiare il contenuto di tali oggetti nello schermo. In alternativa, è possibile utilizzare la funzione EVAL per eseguire un programma memorizzato in un oggetto di backup o la funzione RCL per recuperare dati da un oggetto di backup come segue:

- In modalità algebrica:
  - Per valutare un oggetto di backup digitare:

    EVAL(argomento(i), : Numero_porta: Nome_backup)
  - Per richiamare un oggetto di backup nella riga di comando digitare:

    RCL(: Numero_porta: Nome_backup)

- In modalità RPN:
  - Per valutare un oggetto di backup digitare:

    Argomento(i) ENTER : Numero_porta : Nome_backup EVAL
  - Per richiamare un oggetto di backup nella riga di comando digitare:

    : Numero_porta : Nome_backup ENTER RCL

Utilizzo di schede SD

La calcolatrice ha una porta nella quale è possibile inserire una scheda di memoria di tipo SD flash per il backup di oggetti della calcolatrice o per scaricare oggetti da altre fonti. La scheda SD inserita nella calcolatrice verrà visualizzata come porta numero 3.

Inserimento e rimozione di una scheda SD

Lo slot SD si trova all'estremità inferiore della calcolatrice, subito sotto ai tasti numerici. Le schede SD devono essere inserite a faccia in giù. Quasi tutte le schede presentano un'etichetta sul lato superiore. Tenendo la HP 50g con la tastiera rivolta verso l'alto, questo lato della scheda SD deve essere rivolto verso il basso oppure, quando si inserisce la scheda nella HP 50g, verso la parte opposta rispetto all'utente. La scheda entrerà nella slot senza fatica per quasi tutta la sua lunghezza, dopodichè sarà necessario esercitare una leggera pressione per inserirla completamente. Una volta inserita, la scheda è praticamente invisibile, se non per l'estremità superiore che risulta leggermente sporgente.

Per rimuovere una scheda SD, spegnere la HP 50g e premere delicatamente l'estremità sporgente della scheda. A questo punto la scheda verrà espulsa parzialmente dallo slot, permettendo così una semplice rimozione dalla calcolatrice.

Formattazione di una scheda SD

La maggior parte delle schede SD in commercio sono già formattate ma può capitare che esse siano state formattate con un file system non compatibile con la HP 50g. La HP 50g funziona solo con schede formattate in FAT16 o FAT32.

La formattazione di una scheda SD può essere eseguita da PC o dalla calcolatrice. Eseguendo la formattazione dalla calcolatrice, con la procedura descritta di seguito, assicurarsi di aver inserito batterie nuove o quasi completamente cariche.

Nota: la formattazione di una scheda SD cancella tutti i dati presenti sulla stessa.

1. Inserire la scheda SD nello slot (come spiegato nella sezione precedente).

2. Tenere premuto il tasto ON e premere il tasto F4. Rilasciare il tasto F4 e successivamente il tasto ON. Apparirà il menu di sistema con diverse possibili opzioni.

3. Premere 0 per selezionare FORMAT. Il processo di formattazione è avviato.

4. A formattazione terminata, la HP 50g visualizza il messaggio "FORMAT FINISHED. PRESS ANY KEY TO EXIT" (Formattazione terminata. Premere un tasto per uscire). Per uscire dal menu di sistema, tenere premuto il tasto ON, premere e rilasciare il tasto F3 e successivamente rilasciare il tasto ON.

La scheda SD è pronta per l'uso. Sarà stata formattata in FAT32.

Metodo alternativo

Quando una scheda SD è inserita nella calcolatrice, viene visualizzata un'ulteriore opzione di menu FORMA nel File Manager. La selezione di questa opzione riformatta la scheda; si tratta ancora una volta di un processo che cancella tutti gli oggetti eventualmente presenti sulla scheda.

Accesso agli oggetti presenti su una scheda SD

La procedura di accesso a un oggetto su una scheda SD è simile a quella utilizzata quando un oggetto si trova nelle porte 0, 1 o 2. Tuttavia, quando si usa la funzione LIB (→ LIB), l'opzione Port 3 non è visualizzata nel menu. I file SD possono essere gestiti solamente utilizzando il Filer o il File Manager (← FILES). Quando si avvia il Filer e una scheda SD è inserita, apparirà una visualizzazione ad albero come segue:

I nomi lunghi dei file contenuti in una scheda SD sono supportati dal Filer ma vengono visualizzati come caratteri 8.3 (come in DOS), ovvero, i nomi visualizzati avranno un massimo di 8 caratteri con 3 caratteri nel suffisso. Il tipo di ogni oggetto verrà visualizzato, a meno che non si tratti di un oggetto di PC o di un oggetto di tipo sconosciuto(in questi casi, il tipo è elencato come Stringa).

Oltre a usare le operazioni del File Manager, per memorizzare oggetti nella scheda SD e per richiamarli come indicato di seguito, si possono utilizzare le funzioni STO e RCL. È anche possibile utilizzare il comando PURGE per cancellare gli oggetti di backup dalla scheda SD. Con questi comandi (ossia STO, RCL e PURGE) si possono utilizzare nomi lunghi.

Memorizzazione di oggetti su una scheda SD

Per memorizzare un oggetto, utilizzare la funzione STO come segue:

- In modalità algebrica:
  Inserire l'oggetto, premere STO▶, digitare il nome dell'oggetto memorizzato utilizzando la porta 3 (es., :3:VAR1), premere ENTER.
- In modalità RPN:
  Inserire l'oggetto, digitare il nome dell'oggetto memorizzato utilizzando la porta 3 (es., :3:VAR1), premere STO▶.

Si noti che se il nome dell'oggetto che si vuole memorizzare su una scheda SD ha più di otto caratteri, una volta memorizzato sulla scheda, esso apparirà nel Filer in formato 8.3 DOS nella porta 3.

Richiamo di un oggetto da una scheda SD

Per richiamare sullo schermo un oggetto dalla scheda SD, utilizzare la funzione RCL come segue:

- In modalità algebrica:
  Premere ← RCL, digitare il nome dell'oggetto memorizzato utilizzando la porta 3 (es., :3:VAR1), premere ENTER.
- In modalità RPN:
  Digitare il nome dell'oggetto memorizzato utilizzando la porta 3 (es., :3:VAR1), premere ← RCL.

Con il comando RCL è possibile richiamare le variabili specificando un percorso nel comando stesso, ad esempio, in modalità RPN: :3: {path} ENTER RCL. Il percorso (path), come in un drive DOS, è costituito da una serie di nomi di directory che definiscono la posizione della variabile nell'albero delle directory. Alcune variabili memorizzate nell'oggetto di backup non possono tuttavia essere richiamate definendo un dato percorso. In questo caso, sarà necessario richiamare l'intero oggetto di backup (ad esempio, una directory) e le variabili individuali saranno successivamente accessibili sullo schermo.

Si noti che, nel caso di oggetti con nomi di file lunghi, quando si usa un comando RCL, è possibile specificare il nome del file per intero oppure la sua versione troncata 8.3.

Valutazione di un oggetto su una scheda SD

Per valutare un oggetto su una scheda SD, inserire la scheda e:

1. premere ← ::. Questo inserirà un doppio segno di due punti sulla riga di modifica e il cursore lampeggerà tra essi. Questo è il modo in cui la HP50g indirizza le voci memorizzate nelle varie porte. La porta 3 è dedicata alla scheda SD.

2. Premere 3 ▶ ' ALPHA ALPHA [nome dell'oggetto] ENTER. In questo modo il nome e il percorso dell'oggetto da valutare saranno inseriti nello stack.

3. Per valutare l'oggetto premere EVAL.

Si noti che, nel caso di oggetti con nomi di file lunghi, quando si valuta un oggetto su una scheda SD, è possibile specificare il nome del file per intero oppure la sua versione troncata 8.3.

Cancellazione di un oggetto dalla scheda SD

Per cancellare un oggetto dalla scheda SD sullo schermo, utilizzare la funzione PURGE come descritto di seguito:

- In modalità algebrica:
  Premere TOOL PURGE, digitare il nome dell'oggetto memorizzato utilizzando la porta 3 (es., :3:VAR1), premere ENTER.
- In modalità RPN:
  Digitare il nome dell'oggetto memorizzato utilizzando la porta 3 (es., :3:VAR1), premere TOOL PURGE.

Si noti che, nel caso di oggetti con nomi di file lunghi, quando si usa il comando PURGE, è possibile specificare il nome del file per intero oppure la sua versione troncata 8.3.

Cancellazione di tutti gli oggetti dalla scheda SD (riformattazione)

È possibile cancellare tutti gli oggetti dalla scheda SD riformattandola. Quando una scheda SD è inserita nella calcolatrice, apparirà una ulteriore opzione del menu (FORM) nel File Manager. La selezione di questa opzione riformatta l'intera scheda, cancellando tutti gli oggetti eventualmente presenti sulla stessa.

Specifica di una directory in una scheda SD

È possibile memorizzare, richiamare, valutare e cancellare oggetti presenti nelle directory su una scheda SD. Si noti che per lavorare con un oggetto a livello di radice in una scheda SD si utilizza il tasto ' . Se si lavora invece con un oggetto memorizzato in una sottodirectory, il nome contenente il percorso della directory deve essere racchiuso utilizzando i tasti ↱ "" .

Ad esempio, si supponga di voler memorizzare un oggetto denominato PROG1 in una directory denominata PROGS su una scheda SD. Con questo oggetto ancora sul primo livello dello stack premere:

↰ :: 3 ▶ ↱ "" ALPHA ALPHA P R O G S ↱ ÷ P R O G 1 ENTER STO▶

Questo memorizzerà l'oggetto precedentemente nello stack sulla scheda SD all'interno della directory denominata PROGS in un oggetto denominato PROG1. Nota: se PROGS non esiste, la directory verrà creata automaticamente.

È possibile specificare qualsiasi numero di sottodirectory annidate. Ad esempio, per fare riferimento a un oggetto che si trova in una sottodirectory al terzo livello, la sintassi sarà:

:3:"DIR1/DIR2/DIR3/NAME"

Si noti che premendo ALPHA ↱ ÷ si digiterà la barra.

Utilizzo di librerie

Le librerie sono programmi in linguaggio binario creati dall'utente che possono essere caricati nella calcolatrice e resi disponibili per l'uso nell'ambito di qualsiasi sottodirectory della directory HOME. Inoltre la calcolatrice è dotata di due librerie che insieme garantiscono tutte le funzionalità dell'Equation Library.

Le librerie possono essere scaricate nella calcolatrice come normali variabili ed essere successivamente installate e collegate alla directory HOME.

Installazione e collegamento di una libreria

Per installare una libreria, inserire il contenuto della stessa nello stack (utilizzare il tasto funzione ↱ per le variabili oppure la funzione RCL) e memorizzarlo nella porta 0 o 1. Ad esempio, per installare una variabile libreria in una porta utilizzare:

- In modalità algebrica: STO(Variabile_libreria, numero_porta)
- In modalità RPN: Variabile_libreria ENTER numero_porta STO▸

Dopo aver installato il contenuto della libreria nella porta di memoria, è necessario collegare la libreria alla directory HOME. Per farlo, riavviare la calcolatrice (spegnerla e accenderla di nuovo) oppure premere contemporaneamente ON F3 . A questo punto la libreria sarà pronta per l'uso. Per visualizzare il menu di attivazione della libreria, utilizzare il menu LIB (↱ LIB). Il nome della libreria sarà elencato in questo menu.

Numeri libreria

Se si utilizza il menu LIB (⇁ LIB) e si preme il tasto funzione corrispondente alla porta 0, 1 o 2, si visualizzerà l'elenco dei numeri delle librerie nelle etichette dei tasti funzione. Ad ogni libreria è associato un numero a tre o quattro cifre (ad esempio, le due librerie che formano la Equation Library sono nella porta 2 e sono identificate con i numeri 226 e 227). Questi numeri vengono assegnati dal creatore della libreria e sono utilizzati per cancellare una libreria.

Cancellazione di una libreria

Per cancellare una libreria da una porta utilizzare:

- In modalità algebrica: PURGE(:numero_porta: numero_lib)
- In modalità RPN: : numero_porta: numero_lib PURGE

Dove numero_lib è il numero della libreria descritto in precedenza.

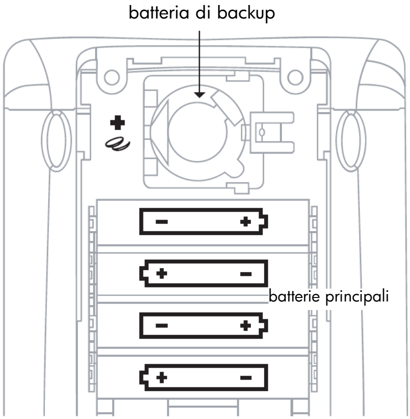
ATTENZIONE: le librerie 226 e 227 nella porta 2 costituiscono la Equation Library. È possibile cancellare queste librerie come qualsiasi libreria creata dall'utente. Tuttavia, se si vuole cancellare queste librerie ma si pensa di avere necessità di utilizzare l'Equation Library in un momento successivo, si consiglia di salvare una copia delle stesse su un PC, utilizzando il Connectivity Kit per calcolatrici HP 48/50 prima di cancellarle dalla calcolatrice. Sarà così possibile reinstallare le librerie nel momento in cui si dovrà utilizzare l'Equation Library.

Creazione di librerie

Una libreria può essere scritta utilizzando il linguaggio Assembler, il linguaggio System RPL oppure utilizzando una libreria per la creazione di librerie come LBMKR. Quest'ultimo programma è disponibile online (vedere ad esempio http://www.hpcalc.org). I dettagli per la programmazione della calcolatrice in linguaggio Assembler o System RPL esulano tuttavia dalla presente trattazione. L'utente è invitato a cercare su Internet ulteriori informazioni sull'argomento.

Batteria di backup

La calcolatrice è dotata di una batteria di backup CR2032 che fornisce alimentazione alla memoria volatile quando si sostituiscono le batterie principali. Si raccomanda di sostituire questa batteria ogni 5 anni. Un messaggio a display indicherà quando questa batteria deve essere sostituita. Lo schema sottostante mostra la posizione della batteria di backup nel vano superiore sul retro della calcolatrice.



Capitolo 27
Equation Library

L'Equation Library (Libreria di equazioni) è una raccolta di equazioni e comandi che consentono di risolvere problemi semplici di scienza e ingegneria. La libreria contiene più di 300 equazioni divise in gruppi in 15 materie tecniche che contengono più di 100 titoli di problemi. Ciascun titolo di problema contiene una o più equazioni che consentono di risolvere quel tipo di problema. L'Appendice M contiene una tabella dei gruppi e dei titoli di problemi disponibili nell'Equation Library.

Nota: gli esempi in questo Capitolo presuppongono che la modalità operativa sia RPN e che il flag -117 sia selezionato. (Il flag -117 deve essere selezionato tutte le volte che si utilizza il risolutore numerico per risolvere le equazioni nella Equation Library).

AVVERTENZA: è possibile eliminare L'Equation Library se è necessario più spazio sulla calcolatrice. Le Librerie 226 e 227 nella porta 2 costituiscono l'Equation Library e possono essere eliminate come una qualsiasi libreria creata dall'utente. Tuttavia, se si pensa di eliminare queste librerie, ma esiste qualche possibilità che si dovrà di nuovo utilizzare L'Equation Library in futuro, è necessario copiarle su PC, utilizzando il Connectivity Kit della calcolatrice HP 48/49 prima di eliminarle dalla calcolatrice. Sarà possibile reinstallare le librerie in seguito quando sarà necessario utilizzare L'Equation Library (l'eliminazione di una libreria viene spiegata nel capitolo 26).

Risoluzione di un problema con l'Equation Library

Seguire queste procedure per la risoluzione di un'equazione utilizzando l'Equation Library.

1. Premere [APPS] [▲] [ENTER] EQLIB EQLIB per aprire l'Equation Library.
2. Impostare le opzioni desiderate relative alle unità di misura premendo i tasti funzione SI, ENGL e UNIT.
3. Evidenziare l'argomento desiderato (ad esempio, Fluids [Fluidi]) e premere [ENTER].
4. Evidenziare il titolo desiderato (ad esempio, Pressure at Depth [Pressione in profondità]) e premere [ENTER].
5. Viene visualizzata la prima equazione. Premere NXEQ per visualizzare le equazioni successive.

6. Premere SOLVE per aprire il risolutore.
7. Per ogni variabile nota, immettere il valore e premere il tasto funzione corrispondente. Se una variabile non viene visualizzata, premere NXT per visualizzare le altre variabili.
8. Opzionale: fornire un valore di tentativo per una variabile non nota. In questo modo si velocizza il processo risolutivo o è possibile concentrarsi su una delle diverse soluzioni. Immettere il valore di tentativo desiderato come si farebbe per il valore di una variabile nota.
9. Premere ← seguito dal tasto funzione della variabile da calcolare. Per risolvere tutte le equazioni nel titolo selezionato, premere ← ALL. Il risolutore calcola quindi i valori per tutte le variabili non precedentemente definite dall'utente.

Utilizzo del risolutore

Quando si seleziona un argomento e un titolo nell'Equation Library, specificare un gruppo o una o più equazioni. Premere SOLVE, per uscire dai Catalog dell'Equation Library e inizia la risoluzione delle equazioni selezionate.

Quando si preme SOLVE nell'Equation Library, l'applicazione procede nel modo seguente:

- Il gruppo di equazioni viene memorizzato nella variabile appropriata: *EQ* per un'equazione, *EQ* e *Mpar* per più di un'equazione. *Mpar* è una variabile riservata utilizzata dal risolutore di equazioni multiple. Nota: dato che *EQ* e *Mpar* sono variabili, è possibile avere diversi *EQ* e *Mpar* per ciascuna directory nella memoria.
- Ogni variabile viene creata e impostata a zero *a meno che nonesista già* (se il nome della variabile è stato utilizzato in precedenza dal risolutore, si tratta di una variabile globale e quindi esiste già: fino a che non viene eliminata).
- Le unità di misura di ciascuna variabile sono impostate alle condizioni specificate: SI o Imperiale, e unità di misura utilizzate e non utilizzate—*a meno che la variabile non esista già* e le rispettive unità siano dimensionalmente consistenti con quanto specificato (per passare dalle unità imperiali a quelle del SI o viceversa, è necessario innanzitutto eliminare le variabili esistenti *o* inserire esplicitamente le unità con i valori).
- Viene avviato il risolutore appropriato: il SOLVR per un'equazione, il risolutore di equazioni multiple per più di un'equazione.

Utilizzo dei tasti funzione

Le azioni dei tasti funzione relativi alle variabile (sia in combinazione con il tasto shift che senza l'uso di tale tasto) per entrambi i risolutori sono identiche. Si noti che il risolutore di equazioni multiple utilizza due forme di etichette di menu: nera e bianca. Il tasto NXT visualizza le etichette di menu aggiuntive, se richiesto. Inoltre, ciascun risolutore presenta tasti funzione speciali che sono descritti nella seguente tabella. È possibile indicare quale risolutore viene utilizzato osservando le speciali etichette di menu.

Azioni per i tasti funzione del risolutore

Operazione	Applicazione SOLVE	Risolutore di equazioni multiple
Memorizza valore	x	x
Risolvi per valore	← x	← x ← x
Richiama valore	→ x	→ x → x
Esegui equazione	EXPR=	
Equazione successiva (se applicabile)	NXEQ	
Annulla tutte le definizioni		ALL
Risolvi per tutte		← ALL
Avanzamento Catalog		→ ALL
Imposta stati		USER CALC

Esplorazione dell'Equation Library

Quando si seleziona un argomento e un titolo nell'Equation Library, specificare un gruppo di una o più equazioni. È possibile ottenere le seguenti informazioni sul gruppo di equazioni dai Catalog dell'Equation Library:

- Le equazioni stesse e il numero di equazioni.
- Le variabili utilizzate e le rispettive unità di misura (è anche possibile cambiare le unità).
- Un'immagine del sistema fisico (per la maggior parte dei gruppi di equazioni).

Visualizzazione di equazioni

Tutte le equazioni presentano una *forma di visualizzazione* e alcune applicazioni presentano anche una *forma di calcolo*. La forma di visualizzazione fornisce l'equazione nella sua forma di base, come si trova anche nei libri di testo. La forma di calcolo include le finezze di calcolo. Se un'equazione presenta una forma computazionale, viene visualizzato un * nell'angolo superiore sinistro del display dell'equazione.

Operazioni per la visualizzazione di equazioni e immagini

Tasto	Azione	Esempio
EQN NXEQ	Mostra la forma di visualizzazione dell'equazione corrente o successiva del formato dell'Equation Writer.	$B = \frac{\mu 0 \cdot \mu r \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$
ENTER	Mostra la forma di visualizzazione dell'equazione corrente o successiva come oggetto algebrico. ENTER o ▼ mostra l'equazione successiva, ▲ mostra quella precedente.	'B=(μ0*μr*I)/(2*π*r)'
→STK	Mostra la forma di calcolo inserendo un elenco che contiene il gruppo corrente di equazioni nello stack.	{ 'B=IFTE(r<rw,CONST(μ0)*μr*I*r/(2*π*rw^2),CONST(μ0)*μr*I/(2*π*r))' }

Visualizzazione delle variabili e selezione delle unità

Dopo aver selezionato un oggetto e un titolo, è possibile visualizzare il catalogo dei nomi, delle descrizioni e delle unità per le variabili del gruppo di equazioni premendo VARS. La tabella sottostante riassume le operazioni disponibili nei Variable Catalog.

Operazioni nei Variable Catalog

Tasto	Azione
NXT	Alterna il catalogo delle descrizioni e il catalogo delle unità.
SI ENGL	Attiva le unità del SI o Imperiale, a meno che questo non sia in contrasto con le unità già definite per una variabile esistente (globale). Elimina le variabili esistenti (o inserisce le unità specifiche) per eliminare i contrasti.
UNITS	Alterna le unità utilizzate e le unità non utilizzate.
SVARS	Crea o modifica tutte le variabili delle equazioni affinché abbiano indicato il tipo di unità ed utilizzo.
PURG	Elimina tutte le variabili delle equazioni per questo titolo nella directory corrente. Elimina anche i contrasti tra le unità del SI e Imperiale.

Visualizzazione delle immagini

Dopo aver selezionato un oggetto ed un titolo, è possibile visualizzare l'immagine del problema (se il titolo ha una immagine).

Premere PIC per visualizzare l'immagine. Mentre si visualizza l'immagine è possibile:

- Premere PICT per memorizzare l’immagine in *PICT*, la memoria dei grafici. In seguito si può premere RCL PICT (o RCL PICTURE) per visualizzare nuovamente l’immagine dopo che si è usciti dall'Equation Library.

- Premere un tasto del menu per visualizzare altre informazioni sulle equazioni.

Utilizzo del Risolutore di Equazioni Multiple

L'Equation Library avvia automaticamente il Risolutore di equazioni multiple se il gruppo di equazioni contiene più di una equazione. Tuttavia, è possibile avviarlo appositamente utilizzando il proprio gruppo di equazioni (vedere “Definizione di un gruppo di equazioni” a pagina 27-8).

Quando l’Equation Library avvia il Risolutore di Equazioni Multiple, memorizza innanzitutto il gruppo di equazioni in *EQ* e memorizza in *Mpar* una copia del gruppo di equazioni, l’elenco delle variabili e le informazioni aggiuntive. *Mpar* è successivamente utilizzata per configurare il menu del Risolutore per il gruppo corrente di equazioni (da notare che sebbene *EQ* si possa visualizzare e modificare direttamente come qualsiasi altra variabile, *Mpar* può essere modificata soltanto indirettamente (eseguendo comandi che la modificano) poiché è strutturata come i dati della libreria dedicati all’applicazione del Risolutore di equazioni multiple).

La tabella seguente riassume le azioni per i tasti del menu del risolutore. Il tasto NXT mostra delle etichette del menu aggiuntive.

Tasti del menu del risolutore

Operazione	Tasto	Azione
Memorizza un valore	x x	Crea una variabile se necessario e la rende definibile dall’utente. Se il valore non ha unità di misura, verranno collegate quelle del valore precedente (se esistenti).
Risolvere per un valore	← x ← x	Crea una variabile se necessario, risolve per il suo valore e la rende non definibile dall’utente.
Richiama un valore	→ x → x	Richiama un valore di una variabile nello stack.

Annulla tutte le definizioni	ALL	Rende tutte le variabili non definibili dall'utente senza specificarne i valori.
Risolvere per tutte	↰ ALL	Crea delle variabili se necessario e risolve per tutte quelle che non sono definibili dall'utente (o per il maggior numero possibile).
Progress Catalog	↱ ALL	Mostra informazioni sull'ultima soluzione.
Impostare come definito dall'utente	USER	Imposta gli stati su *user-defined* per una variabile o un elenco di variabili nello stack.
Impostare come Calcolato	CALC	Imposta gli stati su *not user- defined* (risultato calcolato) per una variabile o un elenco di variabili nello stack.

Le etichette del menu per i tasti della variabile all'inizio sono bianche, ma cambiano durante il processo di soluzione come descritto di seguito.

Poiché una soluzione implica molte equazioni e molte variabili, il risolutore di equazioni multiple deve tenere traccia delle variabili che sono definibili dall'utente e quelle che non lo sono – quelle che non può e quelle che può modificare. In aggiunta, tiene traccia delle variabili che ha utilizzato o che ha trovato durante l'ultimo processo di soluzione.

Le etichette del menu indicano gli stati delle variabili. Esse vengono aggiornate automaticamente quando si memorizzano le variabili e si risolve per esse. Si può verificare che le variabili abbiano degli stati appropriati quando si fanno tentativi e si trovano soluzioni.

Da notare che ■ indica le variabili che sono state usate nell'ultima soluzione - i loro valori sono compatibili l'uno con l'altro. Le altre variabili potrebbero non avere dei valori compatibili perché non sono coinvolte nella soluzione.

Significato delle etichette menu

Etichetta	Significato
	Il valore *x0* non è definito dall'utente e non è stato utilizzato nell'ultima soluzione. Può variare alla prossima soluzione.
	Il valore *x0* non è definito dall'utente, ma è stato trovato nell'ultima soluzione. Può variare alla prossima soluzione.
	Il valore *x0* è definito dall'utente e non è stato utilizzato nell'ultima soluzione. Non può variare alla prossima soluzione (a meno che non si risolva solo per questa variabile).
	Il valore *x0* è definito dall'utente e utilizzato nell'ultima soluzione. Non può variare alla prossima soluzione (a meno che non si risolva solo per questa variabile).

Definizione di un gruppo di equazioni

Quando si crea un gruppo di equazioni, è necessario sapere come il Risolutore di Equazioni Multiple utilizza le equazioni per risolvere i problemi.

Il Risolutore di Equazioni Multiple segue lo stesso procedimento che si utilizzerebbe per risolvere per un'incognita (supponendo che non sia consentito creare variabili aggiuntive). Esso cioè analizza il gruppo di equazioni e cerca quella che ha una sola incognita. Poi utilizza il Root-finder ("trova radici") per trovare questo valore. Infine ripete questa operazione fino a trovare la variabile desiderata.

È necessario scegliere le equazioni in modo tale che vi sia una singola occorrenza delle possibili incognite. Evitare che in tutte le equazioni vi siano due o più incognite. È possibile specificare un ordine preciso per le equazioni, in base ai problemi da risolvere.

Ad esempio, le tre equazioni seguenti definiscono la velocità iniziale e l'accelerazione in base a due determinati valori di distanza e di tempo. Le prime due equazioni da sole sarebbero matematicamente sufficienti a risolvere il problema, però ciascuna equazione contiene due incognite. L'aggiunta della terza equazione rende la soluzione possibile, poiché contiene una sola incognita.

$$x_1 = v_0 + a \cdot t_1$$

$$x_2 = v_0 + a \cdot t_2$$

$$(x_2 - x_1) = a \cdot (t_2 - t_1)$$

Per ottenere equazioni più efficaci, si possono includere funzioni che consentano calcoli più precisi e più rapidi, ad esempio CONST e TDELTA, UBASE, EXP e IFTE.

Se le equazioni utilizzano una delle seguenti funzioni, le loro variabili non saranno necessariamente individuate dal Risolutore di Equazioni Multiple: Σ, ∫, ∂, |, QUOTE, APPLY, TVROOT e CONST.

L'elenco di equazioni in *EQ* può contenere definizioni di menu, ma tali definizioni vengono ignorate da MINIT quando crea *Mpar*. Tuttavia, è possibile riordinare le etichette menu mediante MITM (descritto in seguito).

Creazione di un gruppo di equazioni per il risolutore di equazioni multiple

1. Inserire tutte le equazioni del gruppo nello stack.
2. Premere [▲] per avviare l'Interactive Stack (Stack interattivo), quindi spostare il cursore fino al livello che contiene la prima equazione inserita.
3. Premere [→LIST] per associarli in un elenco.
4. Premere ['] [ALPHA] [E] [ALPHA] [Q] [STO▶] per memorizzare l'elenco nella variabile *EQ*.
5. Premere [APPS] [▲] [ENTER] [SOLVE] [SOLVE] [MES] [MINIT] per creare *Mpar* e preparare il gruppo di equazioni per il risolutore di equazioni multiple.
6. Premere [MSOLV] per lanciare il risolutore con il nuovo gruppo di equazioni.

Modifica del titolo e del menu di un gruppo di equazioni

1. Accertarsi che il gruppo di equazioni sia il gruppo corrente (utilizzato quando viene avviato il risolutore di equazioni multiple).

2. Inserire nello stack una stringa di testo contenente il nuovo titolo.

3. Inserire un elenco con i nomi delle variabili nell'ordine in cui si vuole che esse appaiano nel menu. Utilizzare "" per inserire un'etichetta vuota. È necessario inserire *tutte* e solo le variabili presenti nel menu originale ed è inoltre necessario fare attenzione alle lettere maiuscole e minuscole.

4. Premere (APPS) (▲) (ENTER) EQLIB EQLIB MES MITM.

Interpretazione dei risultati del risolutore di equazioni multiple

Il risolutore di equazioni multiple risolve per le variabili studiando ripetutamente il gruppo di equazioni e cercando quelle che contengono una sola incognita (che non sia definita dell'utente e che non sia trovata dal risolutore durante la risoluzione). Quindi utilizza il root-finder per trovare questo valore. Procede eliminando tutte le incognite fino a trovare la soluzione per la variabile specificata (oppure fino a che non è più possibile risolvere per nessuna variabile). Ogni volta che il risolutore di equazioni multiple inizia a risolvere per una variabile, solo le variabili con etichette menu nere sono note.

Durante il processo di risoluzione, il risolutore di equazioni multiple mostra la variabile per la quale sta attualmente risolvendo. Esso mostra inoltre il tipo di radice trovata (zero, cambiamento di segno o estremo) oppure il problema nel caso in cui non venga trovata alcuna radice (valore di tentativo errato o costante).

I seguenti messaggi indicano errori nell'impostazione del problema:

- `Bad Guess(es)`.**(Valori di tentativo errati).** Mancano le unità di misura di una variabile oppure sono incoerenti. Per un elenco di tentativi, almeno uno degli elementi dell'elenco deve avere unità di misura coerenti.

- `Too Many Unknowns.` **(Troppe incognite).** Il risolutore ha trovato solo equazioni con almeno due incognite. Inserire altri valori noti, oppure cambiare il gruppo di equazioni.

- `Constant?` **(Costante?)** Il valore iniziale di una variabile può condurre il root-finder nella direzione sbagliata. Effettuare un tentativo nella direzione opposta a un valore critico (se i valori negativi sono validi, provare con questi).

Controllo delle soluzioni

Le variabili con il segno ✓ nell'etichetta menu, sono quelle relative alla soluzione più recente. Esse costituiscono un insieme di valori compatibili che soddisfano l'equazione utilizzata. Il valori delle variabili che non riportano nessun segno possono non soddisfare le equazioni, in quanto tali variabili non sono state coinvolte nel processo di risoluzione.

Se vi sono soluzioni apparentemente sbagliate, controllare se si è verificato uno di questi problemi:

- Unità di misura errate. Una variabile nota o trovata può avere unità di misura diverse da quelle supposte. Si tratta di variabili globali. Se la variabile esisteva prima di questo calcolo, avrà priorità il suo sistema di unità (SI o Imperiale). Per correggere le unità di misura, eliminare le variabili prima di risolvere l'equazione, oppure inserire l'unità di misura desiderata.

- Nessuna unità di misura. Se non si utilizzano variabili, le unità di misura implicite potrebbero non essere compatibili con le variabili oppure con le unità di misura implicite di costanti e funzioni. L'unità di misura degli angoli corrente imposta le unità di misura implicite per gli angoli.

- Radici multiple. Un'equazione può avere diverse radici ed è possibile che il risolutore ne abbia trovata una non corretta. Inserire un tentativo per la variabile, in modo da concentrare la ricerca nel campo appropriato.

- Stato della variabile errato. È stato attribuito uno stato non corretto a una variabile nota o non nota. Una variabile nota avrà l'etichetta menu nera, mentre un'incognita avrà un'etichetta bianca.

- Condizioni incoerenti. Se si inseriscono valori matematicamente incoerenti per le equazioni, l'applicazione potrà dare risultati che soddisfano alcune equazioni, ma non tutte. Questo include anche i casi in cui il problema viene eccessivamente definito, cioè quando vengono inseriti valori per più variabili di quelle necessarie alla definizione di un problema fisicamente risolvibile: tali valori in eccesso possono dare luogo a un problema impossibile o illogico. Le soluzioni soddisferanno le equazioni utilizzate dal risolutore, ma il risolutore non proverà a verificare che tale soluzione soddisfi tutte le equazioni.

- Non pertinente. Una variabile può non essere utilizzata nella soluzione (non vi sarà alcun segno ▦ nell'etichetta), quindi non sarà compatibile con le variabili che sono invece state utilizzate.

- Direzione errata. Il valore iniziale di una variabile può condurre il root-finder nella direzione sbagliata. Fornire un valore di tentativo nella direzione opposta a un valore critico. Se i valori negativi sono validi, provare con questi.

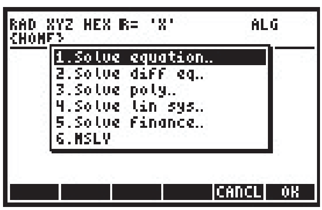
Appendice A
Utilizzo dei moduli di input

Questo esempio di impostazione dell'ora e della data mostra l'utilizzo dei moduli di input della calcolatrice. Alcune regole generali:

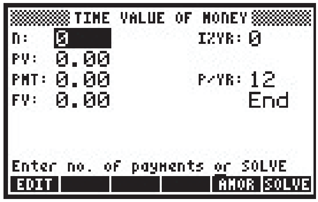
- Premere i tasti freccia (◀ ▶ ▼ ▲) per spostarsi da un campo a quello successivo nel modulo di input.
- Premere uno qualsiasi dei tasti funzione CHOOS per visualizzare le opzioni disponibili per un dato campo nel modulo di input.
- Premere i tasti freccia (◀ ▶ ▼ ▲) per selezionare l'opzione preferita per un dato campo e il tasto funzione OK (F6) per effettuare la selezione.
- In alcuni casi, per selezionare un'opzione in un modulo di input è necessario un segno di spunta. In questo caso premere il tasto funzione ✓CHK per inserire e rimuovere il segno di spunta.
- Premere il tasto funzione CANCL per chiudere un modulo di input e ritornare alla visualizzazione dello stack. Per chiudere il modulo di input si può anche premere il tasto ENTER o il tasto ON.

Esempio – Utilizzo dei moduli di input nel menu NUM.SLV

Prima di esaminare nel dettaglio questi punti, verranno presentate alcune delle caratteristiche dei moduli di input con l'ausilio di moduli di input per il calcolo finanziario nel risolutore numerico. Attivare il risolutore numerico premendo ↱ NUM.SLV (associato al tasto 7). Apparirà un riquadro di selezione contenente le seguenti opzioni:



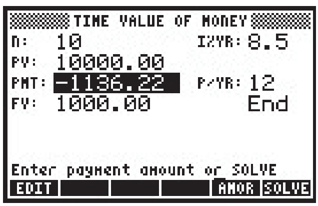
Per iniziare i calcoli finanziari premere il tasto freccia giù (▼) per selezionare il punto *5. Solve finance (Risoluzione calcoli finanziari)*. Premere OK per aprire l'applicazione. La schermata che si ottiene è un modulo di input con campi di input per diverse variabili (n, I%YR, PV, PMT, FV).



In questo caso particolare si possono assegnare dei valori a tutte le variabili eccetto una, ovvero, n = 10, I%YR = 8.5, PV = 10000, FV = 1000 e si può risolvere per la variabile PMT (il significato di queste variabili verrà illustrato più avanti). Si esegua:

10 OK	Inserire n = 10
8.5 OK	Inserire I%YR = 8.5
10000 OK	Inserire PV = 10000
▼ 1000 OK	Inserire FV = 1000
▲ ◄ SOLVE	Selezionare e risolvere per PMT

La schermata che si ottiene è:



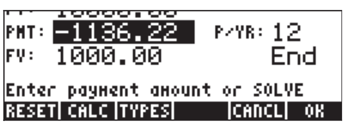
In questo modulo di input si noteranno le seguenti etichette dei tasti funzione:

EDIT Modifica il campo evidenziato

AMOR Menu ammortamento – opzione specifica di questa applicazione

SOLVE Risolve per il campo evidenziato

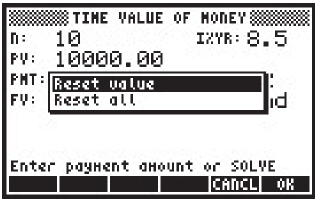
Premendo NXT si visualizzeranno le seguenti etichette dei tasti funzione:



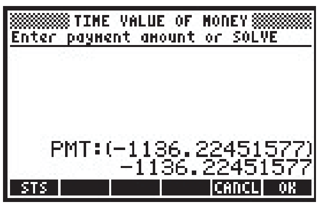
RESET Reimposta i campi ai valori predefiniti

CALC Accede allo stack per i calcoli
TYPES Determina il tipo di oggetto nel campo evidenziato
CANCL Annullare l'operazione
OK Conferma l'inserimento

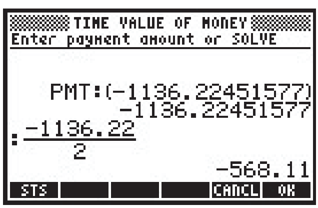
Premendo RESET il programma chiederà di scegliere tra le due opzioni:



Se si seleziona *Reset value (Reimposta valore)* soltanto il valore evidenziato verrà reimpostato al valore predefinito. Se invece si seleziona *Reset all (Reimposta tutto)*, tutti i campi verranno ripristinati ai loro valori predefiniti (normalmente 0). A questo punto si può confermare la scelta (premendo OK) oppure annullare l'operazione (premendo CANCL). In questo caso premere CANCL. Premere CALC per accedere allo stack. La schermata che si ottiene è la seguente:

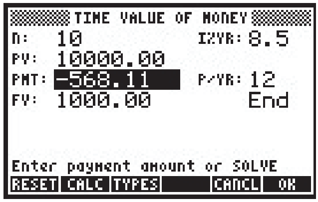


A questo punto si accede allo stack e viene mostrato l'ultimo valore evidenziato nel modulo di input. Supponendo di voler dimezzare questo valore, dopo aver inserito 1136.22/2 apparirà la seguente schermata in modalità ALG:

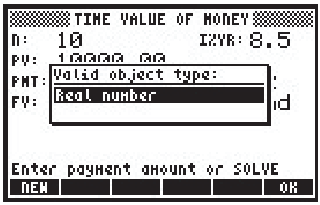


(In modalità RPN, si sarebbe utilizzato 1136.22 ENTER 2 ENTER ÷).

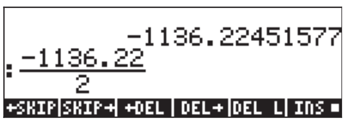
Premere OK per inserire questo nuovo valore. Il modulo di input apparirà così:



Premere TYPES per vedere il tipo di dati nel campo PMT (il campo evidenziato). Come risultato si otterranno le seguenti specifiche:



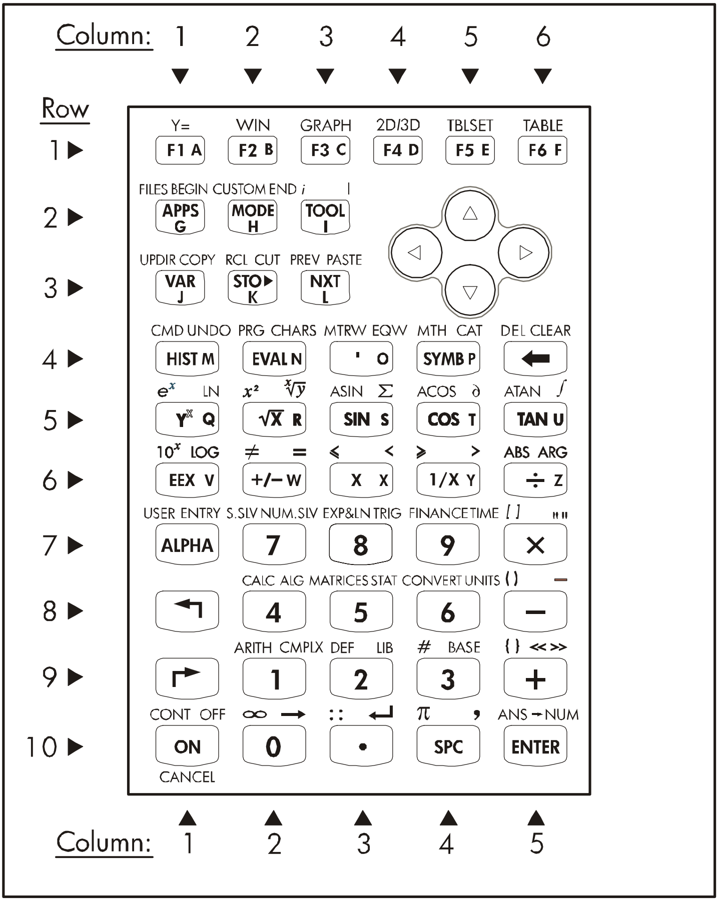
Ciò indica che il valore nel campo PMT deve essere un numero reale. Premere OK per ritornare al modulo di input e L per tornare al menu iniziale. In seguito, premere il tasto ENTER o il tasto ON per ritornare allo stack. In questo caso, verranno mostrati i seguenti valori:



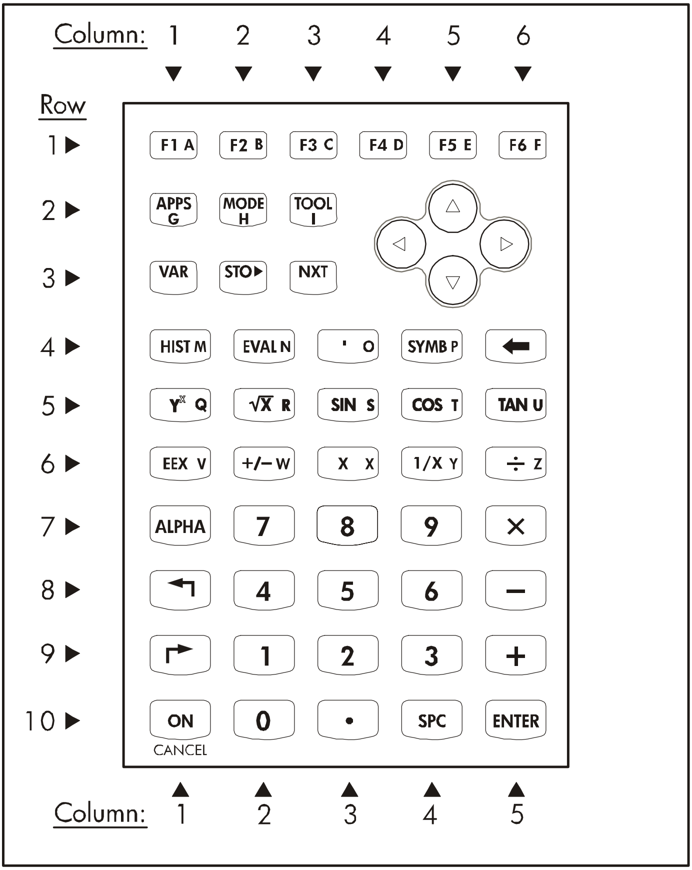
Il primo risultato in alto è il valore che è stato risolto per PMT nella prima parte dell'esercizio. Il secondo valore è il calcolo eseguito per ridefinire il valore di PMT.

Appendice B
Tastiera della calcolatrice

La figura sottostante mostra uno schema della tastiera della calcolatrice con la numerazione delle righe e delle colonne.



La figura mostra 10 righe di tasti che si estendono per 3, 5, o 6 colonne. La riga 1 ha 6 tasti, le righe 2 e 3 hanno 3 tasti ciascuna e le righe dalla 4 alla 10 hanno 5 tasti ciascuna. Sono presenti 4 tasti freccia situati sul lato destro della tastiera nello spazio occupato dalle file 2 e 3. Ogni tasto ha tre, quattro o cinque funzioni. Le funzioni principali dei tasti sono mostrate nella figura sottostante. Per richiamare le funzioni principali dei tasti premere semplicemente il tasto corrispondente. Si farà riferimento ai tasti indicando la riga e la colonna nelle quali si trovano nello schema soprariportato, ad esempio il *tasto (10,1)* corrisponde al *tasto* ON.



Funzioni principali dei tasti nella tastiera della calcolatrice

Funzioni principali dei tasti

I tasti dal F1 al F6 sono associati alle opzioni dei menu funzione che compaiono nel lato inferiore del display della calcolatrice. Questi tasti consentono quindi di attivare numerose funzioni, che variano in base a quale menu è attivo.

- I tasti freccia, ▲▼◀▶, sono usati per spostarsi di un carattere per volta nella direzione della freccia (ovvero, su, giù, sinistra o destra).
- La funzione *APPS* attiva il menu APPLICATIONS.
- La funzione *MODE* attiva il menu MODES della calcolatrice.
- La funzione *TOOL* attiva un menu di strumenti utili per gestire le variabili e ottenere assistenza sull'uso della calcolatrice.
- La funzione *VAR* mostra le variabili memorizzate nella directory attiva, la funzione *STO* è usata per memorizzare il contenuto nelle variabili.
- La funzione *NXT* è usata per vedere le opzioni aggiuntive del menu FUNZIONE o le variabili in una directory.
- La funzione *HIST* consente di accedere alla cronologia della modalità algebrica, ovvero, l'insieme di comandi recenti utilizzati in tale modalità.
- Il tasto *EVAL* è usato per valutare espressioni algebriche e numeriche, il tasto apostrofo ['] è usato per inserire una coppia di apostrofi per le espressioni algebriche.
- Il tasto *SYMB* attiva il menu delle operazioni simboliche.
- Il tasto cancella ◀ è usato per cancellare i caratteri di una riga.
- Il tasto y^x calcola l'elevamento alla potenza x di y.
- Il tasto $\sqrt{x}$ calcola la radice quadrata di un numero.
- I tasti *SIN*, *COS* e *TAN* calcolano rispettivamente il seno, il coseno e la tangente di un numero.
- Il tasto *EEX* è usato per inserire la notazione esponenziale (ad esempio, 5×10^3 viene inserito come 5 EEX 3, che viene visualizzato come *5E3*).
- Il tasto *+/-* modifica il segno di una voce, il tasto *X* inserisce il carattere X (maiuscolo).
- Il tasto *1/x* calcola l'inverso di un numero, i tasti +, –, × e ÷, sono usati per le operazioni aritmetiche fondamentali (rispettivamente, addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione).
- Il tasto *ALPHA* viene usato in combinazione con altri tasti per inserire caratteri alfabetici.

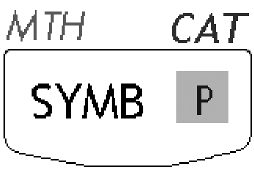
- Il tasto *shift sinistro* ⬑ e quello *shift destro* ⬏ sono usati in combinazione con altri tasti per attivare menu, inserire caratteri o calcolare funzioni, come descritto in altre parti del presente manuale.
- I tasti *numerici* (da *0* a *9*) sono usati per inserire le cifre del sistema di numerazione decimale.
- È presente un tasto *punto decimale* (.) e un tasto spazio *(SPC)*.
- Il tasto *ENTER* è usato per inserire un numero, un'espressione o una funzione nel display o nello stack e
- Il tasto *ON* è usato per accendere la calcolatrice.

Funzioni alternative dei tasti

Il tasto shift sinistro *(8,1)*, il tasto shift destro *(9,1)* e il tasto ALPHA *(7,1)*, possono essere usati in combinazione con altri tasti per attivare le funzioni alternative indicate sulla tastiera. Ad esempio, il tasto SYMB *(tasto 4,4)* è associato alle seguenti sei funzioni:

SYMB	Funzione principale, attivare il menu SYMBolic (Simboli)
⬑ MTH	In combinazione con il tasto shift sinistro, attivare il menu MTH (Matematica)
⬏ CAT	In combinazione con il tasto shift destro, attivare la funzione CATalog (Catalogo)
ALPHA P	In combinazione con il tasto ALPHA, inserire la lettera P maiuscola
ALPHA ⬑ P	In combinazione con tasto ALPHA-shift sinistro, inserire la lettera p minuscola
ALPHA ⬏ P	In combinazione con tasto ALPHA-shift destro, inserire il simbolo P

Delle sei funzioni associate al tasto, solo le prime quattro sono mostrate sulla tastiera stessa. Questo è l'aspetto del tasto sulla tastiera:



Si noti che il colore e la posizione delle etichette nel tasto, ossia, **SYMB**, *MTH*, *CAT* e **P**, indicano qual è la funzione principale **(SYMB)**, e quale delle altre tre funzioni è associata al tasto shift sinistro ← (*MTH*), shift destro → *(CAT)* e ALPHA **(P)**.

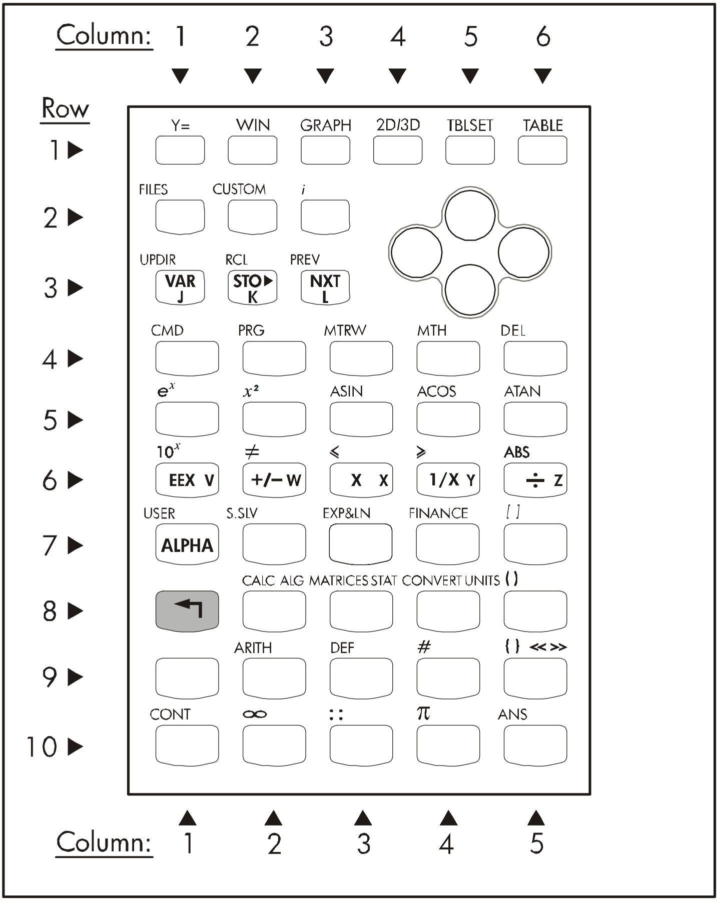
Gli schemi presentati di seguito mostrano la funzione o il carattere ottenuto dalla combinazione di tasti della calcolatrice con il tasto shift sinistro ←, destro → e ALPHA ALPHA, ALPHA-shift sinistro ALPHA ← e ALPHA-shift destro ALPHA →. In questi schemi, il carattere ottenuto o la funzione attivata con ciascuna combinazione di tasti vengono mostrati su sfondo bianco. Se le combinazioni con i tasti shift sinistro, shift destro o ALPHA, sono attive vengono visualizzate su sfondo ombreggiato. I tasti che non vengono attivati sono mostrati su sfondo nero.

Funzioni associate al tasto shift sinistro

Lo schema seguente mostra le funzioni, i caratteri o i menu associati ai diversi tasti della calcolatrice se premuti con il tasto shift sinistro ← attivato.

- Le sei funzioni associate alla combinazione tasto shift sinistro più i tasti da F1 a F6 sono relative all'impostazione e alla generazione di grafici e tabelle. Quando si utilizzano queste funzioni in modalità algebrica della calcolatrice, premere innanzitutto il tasto shift sinistro ←, quindi uno qualsiasi dei tasti della riga 1. Quando si utilizzano queste funzioni in modalità **RPN**, è necessario premere il tasto shift sinistro ← simultaneamente al tasto desiderato della riga 1. La funzione *Y=* è usata per inserire le funzioni della forma *y=f(x)* per il tracciamento di grafici, la funzione *WIN* è usata per impostare i parametri della finestra del grafico, la funzione *GRAPH* è usata per generare un grafico, la funzione *2D/3D* è usata per selezionare il tipo di grafico da generare, la funzione *TBLSET* è usata per impostare i parametri per una tabella di valori di una funzione, la funzione *TABLE* è usata per generare una tabella di valori di una funzione,
- La funzione *FILE* attiva il file browser nella memoria della calcolatrice.
- La funzione *CUSTOM* attiva le opzioni del menu Custom, il tasto *i* è usato per inserire l'unità immaginaria *i* nello stack ($i^2 = -1$).
- La funzione *UPDIR* consente di spostare la posizione di memoria a un livello superiore nella struttura ad albero dei file della calcolatrice.
- La funzione *RCL* è usata per richiamare i valori delle variabili.
- La funzione *PREV* mostra il gruppo precedente di sei opzioni del menu disponibili nei tasti funzione.

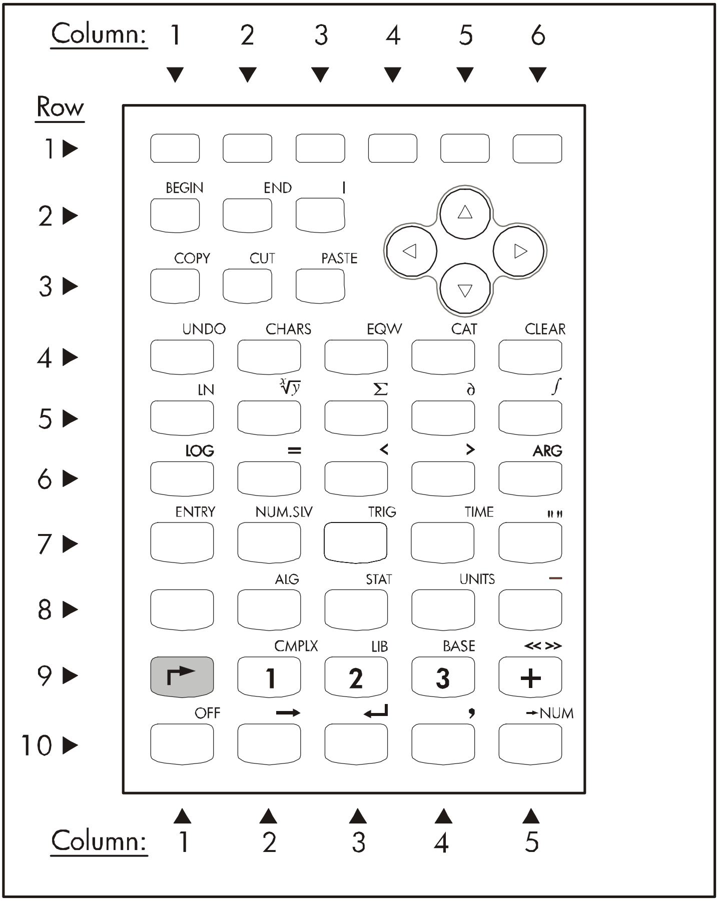
▪ La funzione *CMD* mostra i comandi più recenti, la funzione *PRG* attiva i menu di programmazione, la funzione *MTRW* attiva il Matrix Writer,



Funzioni richiamabili con il tasto shift sinistro ↰ nella tastiera della calcolatrice

- La funzione *CMD* mostra i comandi più recenti.
- La funzione *PRG* attiva i menu di programmazione.
- La funzione *MTRW* attiva il Matrix Writer.
- La funzione *MTH* attiva un menu di funzioni matematiche.
- Il tasto *DEL* è usato per cancellare le variabili.
- Il tasto e^x calcola la funzione esponenziale di x.

- Il tasto x^2 calcola il quadrato di x (tale tasto viene chiamato anche funzione *SQ*).
- Le funzioni ASIN, ACOS e ATAN calcolano rispettivamente l'arcoseno, l'arcocoseno e l'arcotangente.
- La funzione 10^x calcola l'antilogaritmo di x.
- I tasti *,* $\neq$, $\leq$, e $\geq$, sono usati per confrontare i numeri reali.
- La funzione *ABS* calcola il valore assoluto di un numero reale o il modulo di un numero complesso o di un vettore.
- La funzione *USER* attiva il menu tastiera definito dall'utente.
- La funzione *S.SLV* attiva il menu Symbolic Solver (Risolutore simbolico).
- La funzione *EXP&LN* attiva il menu che consente la sostituzione di espressioni in termini di funzioni esponenziali e relative ai logaritmi naturali.
- La funzione *FINANCE* attiva un menu per i calcoli finanziari.
- La funzione *CALC* attiva un menu contenente funzioni relative al calcolo infinitesimale.
- La funzione *MATRICES* attiva un menu per la creazione e la manipolazione di matrici.
- La funzione *CONVERT* attiva un menu per la conversione di unità e altre espressioni.
- La funzione *ARITH* attiva un menu di funzioni aritmetiche.
- Il tasto *DEF* è utilizzato per definire una funzione semplice come una variabile nel menu della calcolatrice.
- Il tasto *CONT* è usato per continuare un'operazione della calcolatrice.
- Il tasto *ANS* richiama l'ultimo risultato quando la calcolatrice è in modalità algebrica.
- I tasti *[ ]*, *( )* e *{ }* sono utilizzati per inserire le parentesi tonde, quadre o graffe.
- Il tasto *#* è usato per inserire i numeri in basi numeriche diverse da quella attiva.
- Il tasto infinito ∞ è usato per inserire il simbolo di infinito in un'espressione.
- Il tasto pi greco π è usato per inserire il valore o il simbolo π (rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il diametro del cerchio).
- I tasti freccia, se usati in combinazione con il tasto shift sinistro, consentono di portare il cursore sul primo carattere nella direzione della freccia.



Funzioni richiamabili con il tasto shift destro ⮣ nella tastiera della calcolatrice

Funzioni richiamabili con il tasto shift destro

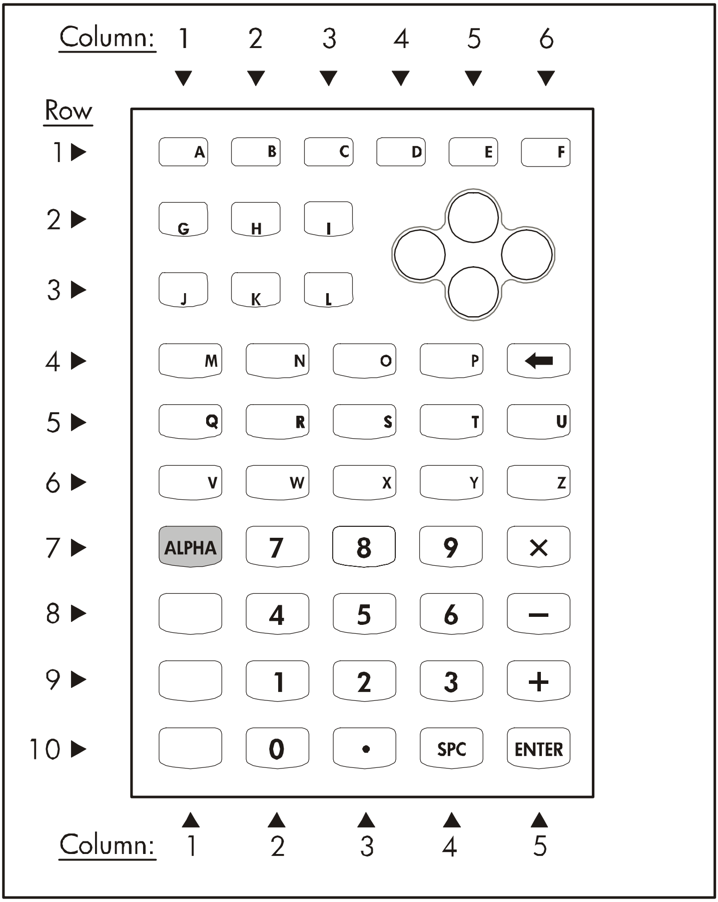
Lo schema soprariportato mostra le funzioni, i caratteri o i menu associati ai diversi tasti della calcolatrice, se premuti in combinazione con il tasto shift destro ⮣.

- Le funzioni *BEGIN, END, COPY, CUT* e *PASTE* sono usate per eseguire modifiche.
- Il tasto *UNDO* (Annulla) è usato per annullare l'ultima operazione della calcolatrice.
- La funzione *CHARS* attiva un menu contenente i caratteri speciali.
- La funzione *EQW* è usata per avviare l'Equation Writer.
- La funzione *CAT* è usata per attivare il Command Catalog.

- La funzione *CLEAR* (Cancella) è usata per cancellare lo schermo.
- La funzione *LN* calcola il logaritmo naturale.
- La funzione $\sqrt[x]{y}$ calcola la radice *x* -esima di *y*.
- La funzione Σ è usata per inserire le sommatorie (o la lettera greca sigma maiuscola).
- La funzione ∂ è usata per calcolare le derivate.
- La funzione ∫ è usata per calcolare gli integrali.
- La funzione *LOG* calcola il logaritmo in base 10.
- La funzione *ARG* calcola l'argomento di un numero complesso.
- La funzione *ENTRY* è usata per modificare la modalità di inserimento quando si effettuano modifiche.
- La funzione *NUM.SLV* apre il menu NUMerical SOLver (Risolutore numerico).
- La funzione *TRIG* attiva il menu di sostituzione trigonometrica.
- La funzione *TIME* attiva il menu Time.
- La funzione *ALG* attiva il menu Algebra.
- La funzione STAT attiva il menu relativo alle operazioni statistiche.
- La funzione *UNITS* attiva il menu delle unità di misura.
- La funzione *CMPLX* attiva il menu di funzioni relative ai numeri complessi.
- La funzione *LIB* attiva le funzioni relative alla libreria.
- La funzione *BASE* attiva il menu di conversione della base numerica.
- Il tasto OFF spegne la calcolatrice, il tasto *→NUM* produce il valore numerico (o in virgola mobile) di un'espressione.
- Il tasto *" "* inserisce una coppia di doppi apici usati per inserire stringhe di testo.
- Il tasto __ inserisce un carattere di sottolineatura.
- Il tasto << >> inserisce il simbolo di programmazione.
- Il tasto → inserisce una freccia che rappresenta un input in un programma.
- Il tasto ↵ inserisce un carattere di a capo nei programmi o nelle stringhe di testo.
- Il tasto virgola (,) inserisce una virgola.
- I tasti freccia, usati in combinazione con il tasto shift destro, spostano il cursore all'ultimo carattere nella direzione della freccia.

Caratteri associati al tasto ALPHA

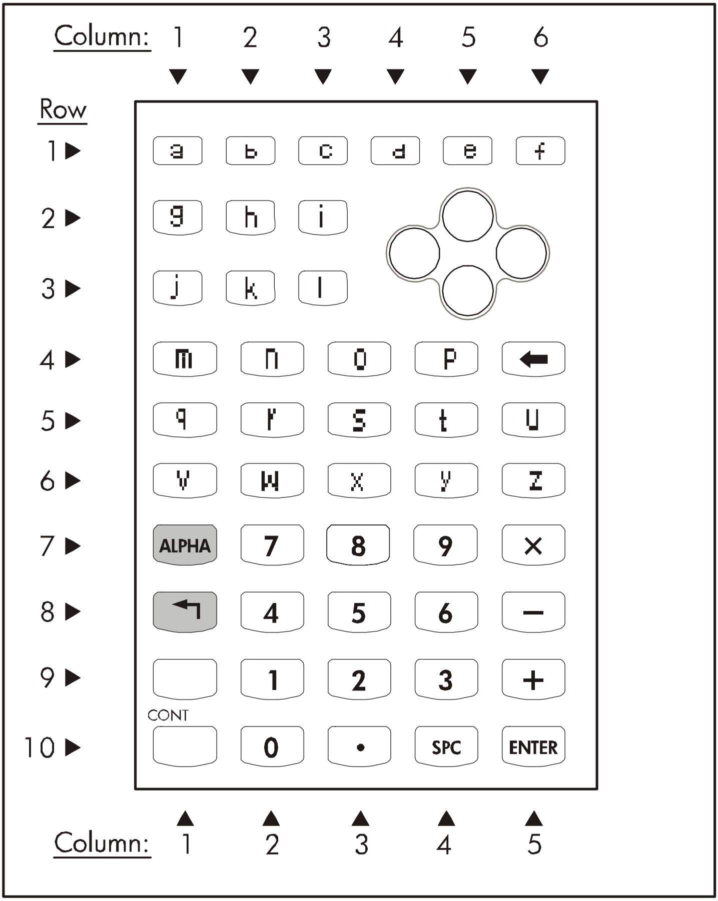
Il seguente schema mostra i caratteri associati ai diversi tasti della calcolatrice quando è attivato il tasto ALPHA ALPHA . Si noti che la funzione ALPHA è usata principalmente per inserire lettere maiuscole dell'alfabeto latino (*dalla A* alla *Z* I numeri, i simboli matematici (-, +), il punto decimale (.) e lo spazio *(SPC)* sono gli stessi delle funzioni principali di questi tasti. La funzione ALPHA produce un asterisco (*) se utilizzata in combinazione con il tasto "per", ossia, ALPHA ×.



Funzioni Alpha ALPHA della tastiera della calcolatrice

Caratteri associati al tasto Alpha + shift sinistro

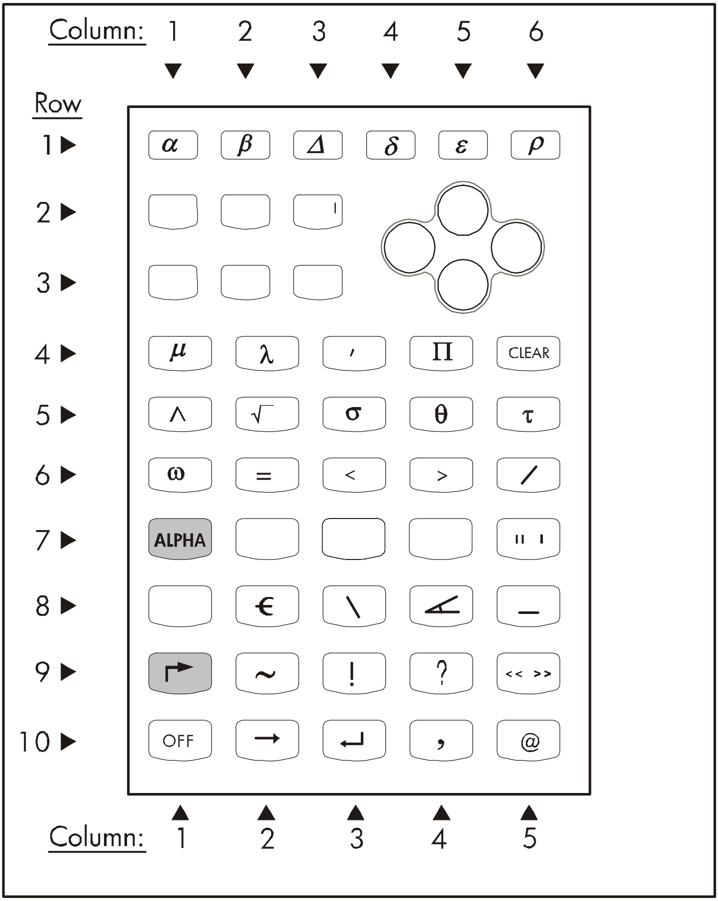
Il seguente schema mostra i caratteri associati ai diversi tasti della calcolatrice quando il tasto ALPHA (ALPHA) è utilizzato in combinazione con il tasto shift sinistro (↰). Si noti che la combinazione (ALPHA)(↰) è usata principalmente per inserire le lettere minuscole dell'alfabeto latino (dalla *A* alla *Z*). I numeri, i simboli matematici (-, +, x), il punto decimale (.) e lo spazio *(SPC)* sono gli stessi delle funzioni principali di questi tasti. Anche i tasti ENTER e CONT mantengono attiva la propria funzione principale, anche quando si utilizza la combinazione (ALPHA)(↰).



Funzioni Alpha (ALPHA)(↰) della tastiera della calcolatrice

Caratteri associati al tasto Alpha + shift destro

Il seguente schema mostra i caratteri associati ai diversi tasti della calcolatrice quando il tasto ALPHA (ALPHA) è utilizzato in combinazione con il tasto shift destro (↱).



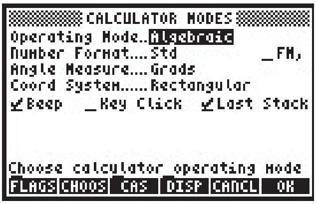
Funzioni Alpha (ALPHA)(↱) della tastiera della calcolatrice

Si noti che la combinazione (ALPHA)(↱) è usata principalmente per inserire diversi caratteri speciali da e per lo stack della calcolatrice. Anche i tasti CLEAR, OFF, →, ↵, virgola (,), mantengono attiva la propria funzione principale, anche quando si utilizza la combinazione (ALPHA)(↱). I caratteri speciali generati dalla combinazione ALPHA ↱ comprendono le lettere greche (α, β, Δ, δ, ε, ρ, μ, λ, σ, θ, τ, ω, e Π); altri caratteri generati dalla combinazione ALPHA ↱ sono |, ', ^, =, <, >, /, ", \, __, ~, !, ?, <<>>, e @.

Appendice C
Impostazioni del CAS

CAS significa *C*omputer *A*lgebraic *S*ystem (Sistema Algebrico del Computer). È il nucleo matematico della calcolatrice nel quale vengono programmate le funzioni e le operazioni simbolico matematiche. Il CAS dispone di un certo numero di impostazioni regolabili secondo il tipo di operazione da eseguire. Visualizzare le impostazioni opzionali del CAS nella seguente maniera:

- Premere il tasto MODE per attivare il modulo di input CALCULATOR MODES.



Nella parte inferiore del display sono visualizzati i seguenti tasti FUNZIONE:

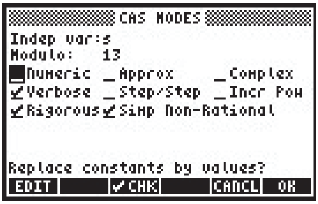
FLAGS	Visualizza i menu per la manipolazione dei flag della calcolatrice (*)
CHOOS	Consente all'utente di selezionare le opzioni nei diversi campi del modulo
CAS	Visualizza un modulo di input per modificare le impostazioni del CAS
DISP	Visualizza un modulo di input per modificare le impostazioni del display
CANCL	Chiude il presente modulo di input e torna al display normale
OK	Premere per accettare le impostazioni

(*) I flag sono variabili della calcolatrice, identificate con numeri, che è possibile "selezionare" o "deselezionare" per modificare alcune opzioni di funzionamento della calcolatrice.

Premendo NXT saranno visualizzate le restanti opzioni del modulo di input CALCULATOR MODES:

RESET	Consente all'utente di resettare l'opzione evidenziata.
CANCL	Chiude il presente modulo di input e torna al display normale
OK	Premere per accettare le impostazioni

• Per ritornare al menu originale del riquadro di input CALCULATOR MODES, premere il tasto NXT. Ora si osservi il cambiamento nelle impostazioni del CAS, che si ottiene premendo i tasti FUNZIONE CAS. Di seguito sono visualizzati i valori predefiniti delle impostazioni del CAS:



• Per muoversi tra le opzioni del modulo di input CAS MODES (Modalità CAS) utilizzare i tasti freccia ◄ ► ▼ ▲.

• Per selezionare o deselezionare una qualunque della impostazioni visualizzate in alto, portarsi sul carattere di sottolineatura che precede l'opzione che si intende modificare e premere il testo FUNZIONE ✓CHK fino alla selezione dell'impostazione desiderata. Se un'opzione è selezionata, sopra il carattere di sottolineatura apparirà un segno di spunta (vedere l'esempio in alto con le opzioni *Rigorous* e *Simp Non-Rational*). Le opzioni non selezionate non presenteranno alcun segno di spunta sopra il carattere di sottolineatura che le precede (vedere nell'esempio sopra le opzioni *_Numeric, _Approx, _Complex, _Verbose, _Step/Step, _Incr Pow*).

• Dopo aver selezionato e deselezionato le opzioni desiderate nel modulo di input CAS MODES, premere il tasto funzione OK. Si ritornerà al modulo di input CALCULATOR MODES. Per tornare al display normale, premere il tasto FUNZIONE OK ancora una volta.

Selezione della variabile indipendente

Molte delle funzioni fornite dal CAS utilizzano una variabile indipendente predeterminata. Normalmente, per rappresentare tale variabile viene scelta la lettera *X* maiuscola, come mostrato nel riquadro di input CAS MODES sopraripportato. Tuttavia, per tale variabile, è possibile utilizzare qualsiasi altra lettera o combinazione di lettere e numeri (il nome di una variabile deve iniziare con una lettera) modificando il campo *Indep Var* nel riquadro di input CAS MODES.

Nella directory {HOME CASDIR} della calcolatrice esiste una variabile denominata VX che per impostazione predefinita assume il valore di "X". In questo modo è denominata la variabile indipendente preferita per le applicazioni algebriche e di calcolo infinitesimale. Per tale ragione, la maggior parte degli esempi del presente Capitolo utilizzano X come variabile incognita. Se si utilizzano altri nomi per la variabile indipendente, ad esempio con la funzione HORNER, il CAS non funzionerà correttamente.

La variabile VX è residente nella directory {HOME CASDIR}. Vi sono altre variabili del CAS in {HOME CASDIR}, come ad esempio REALASSUME (REALA), MODULO (MODUL), CASINFO (CASIN), ecc.

È possibile modificare il valore di VX modificandone il contenuto algebrico ad esempio con "x", "y", "m", ecc. Si consiglia di conservare "X" come variabile VX per eseguire gli esempi del presente manuale.

È anche consigliabile non utilizzare la variabile VX nei programmi o nelle equazioni, per non confonderla con la variabile del CAS' VX. Se, ad esempio, è necessario utilizzare la componente x della velocità, si potranno utilizzare vx o Vx.

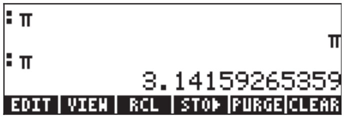
Selezione del modulo

L'opzione *Modulo* del riquadro di input CAS MODES rappresenta un numero (valore predefinito = *13*) utilizzato in aritmetica modulare. Maggiori dettagli sull'aritmetica modulare sono presentati altrove nel presente manuale.

Impostazioni del CAS numerica e simbolica

Quando è selezionata l'impostazione del CAS *Numeric*, alcune costanti predefinite della calcolatrice sono visualizzate in valore numerico a virgola mobile. Normalmente l'opzione _*Numeric* è deselezionata e le costanti predefinite saranno visualizzate sul display con il proprio simbolo, piuttosto che con il proprio valore.

La schemata seguente mostra il valore della costante π (il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il suo diametro) in formato simbolico seguito dal valore della stessa nel formato numerico o a virgola mobile. Tale esempio è visualizzato in modalità ALG.



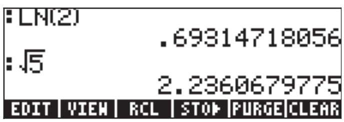
Di seguito, è illustrato lo stesso esempio in modalità RPN:

Impostazioni del CAS Exact e Approximate

Selezionando _*Approx*, le operazioni simboliche come ad esempio integrali definiti, radici quadrate, ecc., saranno calcolate numericamente. Deselezionando _*Approx* si attiva la modalità Exact e le operazioni simboliche saranno calcolate come espressioni algebriche in forma chiusa, se possibile.

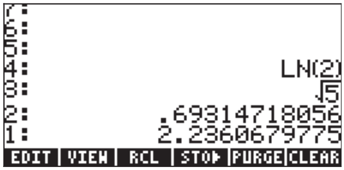
La schermata seguente illustra una coppia di espressioni simboliche inserite in modalità ALG e con l'impostazione EXACT attivata:

In modalità ALG, l'oggetto inserito dall'utente è mostrato nella parte sinistra dello schermo e immediatamente seguito dal risultato nella parte destra dello schermo. I risultati illustrati sopra mostrano l'espressione simbolica per *ln(2)* ovvero il logaritmo naturale di 2 e $\sqrt{5}$ ovvero la radice quadrata di 5. Se l'opzione CAS _*Numeric* è selezionata, i risultati di tali operazioni saranno visualizzati come segue:



Di seguito è mostrata la sequenza di tasti per inserire tali valori in modalità ALG: ⇨ LN 2 ENTER √x 5 ENTER

È possibile eseguire gli stessi calcoli in modalità RPN. I livelli dello stack *3:* e *4:* mostrano il CAS impostato su Exact (l'opzione CAS _*Numeric* è deselezionata), mentre i livelli dello stack *1:* e *2:* mostrano l'impostazione del *CAS su Numeric* (opzione Numeric selezionata).



La sequenza di tasti da premere è: 2 ⇨ LN 5 √x

È possibile cambiare modalità da APPROX a EXACT e viceversa tenendo premuto il tasto shift destro e premendo allo stesso tempo il tasto ENTER ovvero ⇨ (tenere premuto) ENTER .

Numeri reali e numeri interi

Il CAS utilizza numeri interi per conservare una completa precisione nei calcoli. I numeri reali sono salvati sotto forma di mantissa ed esponente e hanno una precisione limitata. In modalità APPROX, tuttavia, ogni volta che si inserisce un intero, questo viene automaticamente convertito in un numero reale, come illustrato di seguito:

Ogni volta che la calcolatrice elenca un valore intero seguito dal punto decimale, indica che l'intero è stato convertito in un numero reale. Ciò significa che tale numero è stato inserito con l'impostazione del CAS APPROX attiva.

Si consiglia di selezionare l'impostazione EXACT come predefinita del CAS e passare ad APPROX dietro richiesta della calcolatrice durante l'esecuzione di un'operazione.

Per ulteriori informazioni su numeri reali e interi e altri oggetti della calcolatrice, vedere il Capitolo 2.

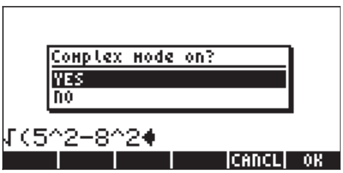
Impostazioni del CAS Complex e Real

Un numero complesso è un numero scritto nella forma *a+bi, dove i*, definito da $i^2 = -1$, è l'unità immaginaria (gli ingegneri elettrici preferiscono il simbolo *j*), e *a* e *b* sono numeri reali. Ad esempio, il numero *2 + 3i* è un numero complesso. Ulteriori informazioni sulle operazioni con i numeri complessi si trovano nel Capitolo 4 del presente manuale.

Quando viene selezionata l'impostazione _*Complex* del CAS, se un'operazione restituisce come risultato un numero complesso, tale risultato sarà visualizzato nella forma *a+bi* oppure sotto forma di coppia ordinata *(a,b)*. D'altra parte, se l'opzione _*Complex* del CAS non è selezionata ovvero è attiva l'opzione REAL e un'operazione restituisce come risultato un numero complesso, la calcolatrice richiederà il passaggio all'impostazione Complex. Se l'utente rifiuta il cambio di impostazione, la calcolatrice segnalerà errore.

Si osservi che con l'impostazione COMPLEX attivata, il CAS potrà effettuare una gamma più vasta di operazioni rispetto a REAL, ma che sarà anche sensibilmente più lento. Pertanto si consiglia di utilizzare l'impostazione REAL come predefinita e di passare a COMPLEX se richiesto dalla calcolatrice nell'esecuzione di un'operazione.

Il seguente esempio mostra il calcolo della quantità $\sqrt{5^2 - 8^2}$ utilizzando la modalità ALG. Per prima viene visualizzata l'operazione eseguita con l'impostazione Real selezionata. In questo caso, la calcolatrice chiederà se si vuole passare alla modalità Complex:

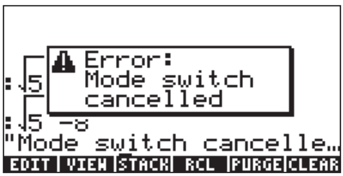


Se si preme il tasto FUNZIONE () OK, si forza il passaggio all'impostazione _Complex con il seguente risultato:

È stata utilizzata la seguente sequenza di tasti:

√X ← () 5 ← Yˣ 2 + 8 ← Yˣ 2 ENTER

Quando viene richiesto di passare all'impostazione COMPLEX, utilizzare: F6 . Se si decide di non accettare il passaggio alla modalità COMPLEX, si otterrà il seguente messaggio di errore:



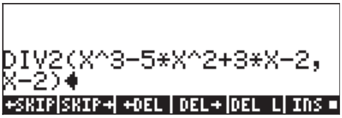
Impostazione del CAS con commenti e senza commenti

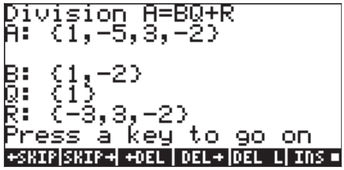
Selezionando l'impostazione _*Verbose* del CAS, alcune applicazioni di calcolo infinitesimale visualizzeranno alcune righe di commento sul display principale. Se l'impostazione _*Verbose* del CAS non è selezionata, tali applicazioni di calcolo infinitesimale non visualizzeranno alcuna riga di commento. I commenti saranno visualizzati temporaneamente nelle righe superiori del display mentre il calcolo viene eseguito.

Impostazione del CAS passo per passo

Se l'impostazione _*Step/step* del CAS è selezionata, alcune operazioni saranno visualizzate sul display un passo alla volta. Se l'impostazione _*Step/step* del CAS non è selezionata, i passi intermedi non saranno visualizzati.

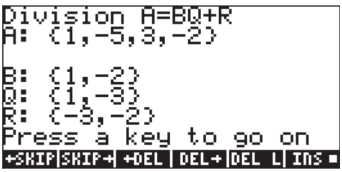
Ad esempio, le seguenti schemate illustrano la divisione di due polinomi ovvero $(X^3-5X^2+3X-2)/(X-2)$ con l'impostazione_*Step/step selezionata.* La divisione viene eseguita utilizzando la funzione DIV2 come mostrato di seguito. Premere ENTER per visualizzare il primo passo:

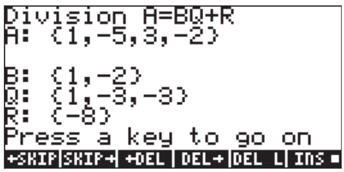


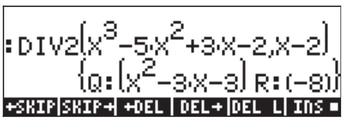


La schermata informa che la calcolatrice sta eseguendo la divisione dei polinomi A/B, di modo che A = BQ + R, dove Q = quoziente e R = resto. Nel caso in esame, i polinomi sono $A = X^3-5X^2+3X-2$, e $B = X-2$. Tali polinomi sono rappresentati sul display come elenco dei rispettivi coefficienti. Ad esempio, l'espressione A: {1,-5,3,-2} rappresenta il polinomio $A = X^3-5X^2+3X-2$, B:{1,-2} rappresenta il polinomio $B = X-2$, Q: {1} rappresenta il polinomio Q = X, e R: {-3,3,-2} rappresenta il polinomio $R = -3X^2+3X-2$.

Premere ora il tasto ENTER. Continuare a premere ENTER per avanzare passo per passo nell'operazione:







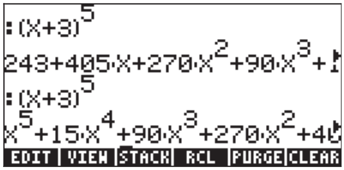
I passi intermedi visualizzano i coefficienti del quoziente e il resto della divisione passo per passo, come se fosse stata eseguita a mano, ovvero

$$\frac{X^3-5X^2+3X-2}{X-2} = X^2 + \frac{-3X^2+3X-2}{X-2} =$$

$$X^2 - 3X + \frac{-3X-2}{X-2} = X^2 - 3X - 3X - \frac{8}{X-2}.$$

Impostazione del CAS a potenze crescenti

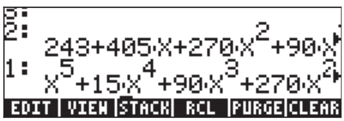
Selezionando l'impostazione *_Incr pow* del CAS, i termini dei polinomi saranno elencati come potenze crescenti della variabile indipendente. Non selezionando l'impostazione *_Incr pow* del CAS (impostazione predefinita), i termini dei polinomi saranno elencati come potenze decrescenti della variabile indipendente. Di seguito un esempio in modalità ALG:



Nel primo caso il polinomio $(X+3)^5$ viene sviluppato e visualizzato come potenze crescenti di *X* mentre nel secondo caso come potenze decrescenti di *X*. In entrambi i casi la sequenza di tasti da utilizzare è:

[←] [()] [X] [+] [3] [▶] [Y^x] [5] [ENTER]

Nel primo caso era stata selezionata l'impostazione *_Incr pow* mentre nel secondo caso no. Di seguito lo stesso esempio in modalità RPN:



Per ottenere entrambi i risultati è stata utilizzata la stessa sequenza di tasti:

['] [←] [()] [X] [+] [3] [▶] [Y^x] [5] [ENTER] [EVAL]

Impostazione del CAS Rigorous

Selezionando l'impostazione *_Rigorous* del CAS l'espressione algebrica *|X|*, ovvero il suo valore assoluto non viene semplificata a X. Se tale opzione non è selezionata, l'espressione algebrica *|X|* viene semplificata a *X*.

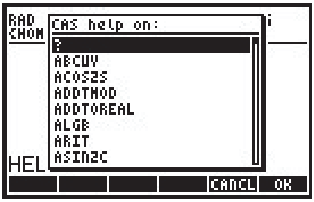
Non selezionando la modalità Rigorous, il CAS potrà risolvere una vasta gamma di problemi. Tuttavia, il risultato, o il dominio di applicazione del risultato potrebbero essere più limitati.

Impostazione del CAS Simplyfy non-rational

Selezionando l'impostazione *_Simp Non-Rational (Semplifica non razionale)* del CAS le espressioni non razionali saranno automaticamente semplificate. Se invece l'impostazione *_Simp Non-Rational* del CAS non è selezionata, le espressioni non razionali non saranno automaticamente semplificate.

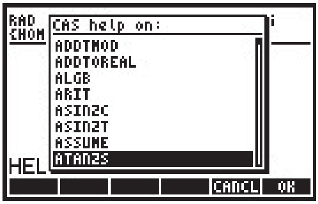
Utilizzo dell'opzione HELP del CAS

Accendere la calcolatrice e premere il tasto TOOL per attivare il menu TOOL. Successivamente, premere il tasto FUNZIONE F2 , seguito dal tasto ENTER, che si trova nell'angolo in basso a destra della tastiera, per attivare l'opzione HELP. Il risultato è la seguente schermata:



Ora la calcolatrice visualizzerà un elenco di comandi del CAS in ordine alfabetico. È possibile utilizzare il tasto freccia giù, ▼ , per scorrere l'elenco. Per scorrere l'elenco verso l'alto utilizzare il tasto freccia su, ▲ . I tasti freccia si trovano sul lato destro della tastiera tra la prima e la quarta riga di tasti.

Supponiamo di cercare informazioni sul comando ATAN2S (funzione ArcTANgent-to-Sine ovvero arcotangente-a-seno). Premere il tasto freccia giù, ▼ , fino a evidenziare il comando ATAN2S:



Si osservi che, in questo momento, solamente i tasti funzione F5 e F6 sono attivi:

CANCL	F5	CANCeL annulla l'opzione HELP
OK	F6	OK attiva l'opzione HELP per il comando selezionato

Se si preme il tasto CANCL F5, lo strumento HELP viene annullato e la calcolatrice ritorna al display normale.

Per vedere l'effetto di OK in HELP, ripetere i passi utilizzati sopra, partendo dalla selezione del comando ATAN2S nell'elenco dei comandi CAS:
HELP F2 ENTER ▽ ▽ … (10 volte)

Quindi, premere il tasto OK F6 per visualizzare le informazioni sul ATAN2S.

Lo strumento HELP informa che il comando, o la funzione, ATAN2S sostituisce il valore di *atan(x)*, ovvero l'arcotangente di *x*, con il suo equivalente in termini della funzione *asin* (arcoseno), ovvero

La quarta e la quinta riga del display visualizzano un'applicazione della funzione ATAN2S. La quarta riga, ATAN2S(ATAN(X)), riporta la funzione da eseguire, mentre la quinta riga, ASIN(X/√(X^2+1)), riporta il risultato.

L'ultima riga del display, inizia con la parola *See:* (Vedere:) e riporta i riferimenti ad altri comandi del CAS relativi ad ATAN2S.

Si osservi che in questo caso vi sono sei comandi associati ai tasti FUNZIONE (è possibile controllare il numero dei comandi premendo NXT e constatando che non ne sono visualizzati altri). Di seguito i comandi associati ai tasti FUNZIONE:

EXIT	F1	USCITA dall'opzione Help
ECHO	F2	Copia l'esempio del comando nello stack ed esci
SEE1	F3	Va alla prima voce, se esiste, nell'elenco dei riferimenti
SEE2	F4	Va alla seconda voce, se esiste, nell'elenco dei riferimenti
SEE3	F5	Va alla terza voce, se esiste, nell'elenco dei riferimenti
MAIN	F6	Ritorna all'elenco principale comandi dell'opzione HELP

In questo caso si desidera che il tasto funzione ECHO copii l'esempio nello stack premendo ECHO F2 . Si otterrà il seguente risultato:

Il risultato occupa quattro righe del display. Le prime due righe in alto corrispondono al primo esercizio dello strumento HELP con le quali si annulla la richiesta di aiuto. La terza riga visualizza la chiamata più recente allo strumento HELP e l'ultima riga mostra la copia (ECHO) dell'esempio. Per attivare il comando premere il tasto ENTER. Si otterrà il risultato:

Si osservi che, mano a mano che sono visualizzate nuove righe il display (o lo stack) spostano le righe già esistenti verso l'alto e visualizzano le nuove righe in basso.

L'opzione HELP, descritta nella presente sezione, è molto utile come riferimento alle definizioni dei molti comandi del CAS disponibili nella calcolatrice. Ogni voce dell'opzione HELP, nel caso, visualizza un esempio di applicazione del comando e i riferimenti, come illustrato nel presente esempio.

È possibile accedere velocemente a un determinato comando di HELP senza utilizzare i tasti freccia, ma inserendo le prime lettere del nome del comando. Si supponga di voler cercare informazioni sul comando IBP (Integration By Parts); quando l'elenco dello strumento HELP è visualizzato, utilizzare il tasto ALPHA (il primo tasto della quarta riga della tastiera partendo dal basso) seguito dal tasto corrispondente alla lettera i (allo stesso modo del tasto TOOL), ovvero ALPHA I. In questa manierà si arriverà direttamente al primo comando che inizia con la lettera *i*, ovvero IBASIS. Quindi, scorrere verso il basso premendo due volte il tasto freccia giù ▼ per trovare il comando IBP. Premendo il tasto OK F6, si attiverà l'opzione HELP per tale comando. Premere il tasto MAIN F6 per tornare all'elenco dei comandi oppure EXIT F1 per uscire dall'opzione.

Informazioni sui comandi non appartenenti al CAS

L'opzione HELP contiene informazioni relative a tutti i comandi sviluppati per il CAS (Computer Algebraic System). Esistono un grande numero di altre funzioni e comandi sviluppati in origine per le calcolatrici serie HP 48G, non inclusi nell'opzione HELP. È possibile trovare informazioni su tali comandi consultando i volumi *HP 48G Series User's Guide (Guida utente per le calcolatrici serie HP48G* - numero seriale HP 00048-90126) e *HP 48G Series Advanced User's Reference Manual* (*Guida utente avanzata per le calcolatrici serie HP 48G* - numero seriale HP 00048-90136) entrambi pubblicati nel 1993 da Hewlett-Packard Company, Corvallis, Oregon.

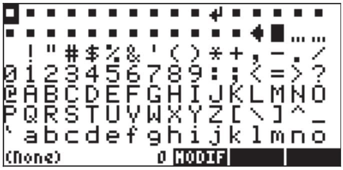
Termini e condizioni di utilizzo del CAS per l'utente finale

Per utilizzare il CAS l'utente deve essere in possesso di appropriate nozioni matematiche. Il software CAS è rilasciato senza garanzia, nei modi stabiliti dalle vigenti leggi. Salvo ove diversamente indicato per iscritto, il possessore dei diritti fornisce il software CAS con la formula "As Is" (tal quale) senza rilasciare garanzia alcuna, esplicita o implicita incluso, a titolo esemplificativo ma non esaustivo, la garanzia implicita di commerciabilità e adeguatezza a un particolare scopo. L'intero rischio relativo alla qualità e alle prestazioni del software CAS è di competenza dell'utente. Qualora il sotware CAS si dimostrasse difettoso, l'utente si accollerà l'intero costo di assistenza, riparazione o correzione.

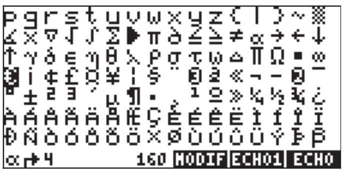
In nessun caso, eccetto ove stabilito dalle vigenti leggi, il titolare dei diritti sarà responsabile per verso l'utente per i danni, ivi inclusi quelli generali, secondari o accessori derivanti dall'utilizzo o dall'inabilità di utilizzo del software CAS (incluso, a titolo informativo ma non esaustivo, le perdite di dati o l'imprecisione degli stessi oppure le perdite sostenute dall'utente o da una terza parte o l'impossibilità del software CAS di funzionare con altri programmi), anche in caso nel quale il titolare o una terza parte sia stata avvertita della possibilità di tali danni. Qualora sia previsto dalle vigenti leggi, l'ammontare massimo dei danni pagabile dal titolare dei diritti non potrà eccedere l'ammontare delle royalty pagate da Hewlett-Packard al titolare dei diritti relativi al software CAS.

Appendice D
Set di caratteri aggiuntivi

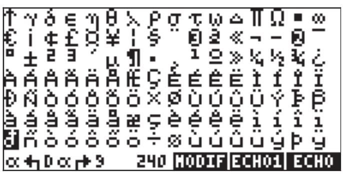
Potendo utilizzare sia le lettere latine maiuscole che quelle minuscole dalla tastiera, la calcolatrice dispone di 255 caratteri. Essi comprendono anche alcuni caratteri speciali come θ, λ, ecc., che possono essere utilizzati nelle espressioni algebriche. Per accedere a questi caratteri, utilizzare la combinazione di tasti ↱ CHARS (associata al tasto EVAL). Il risultato è la seguente schermata:



Mediante i tasti freccia ◀ ▶ ▼ ▲, è possibile navigare tra i caratteri disponibili. Ad esempio, se ci si sposta verso la parte bassa della schermata appariranno altri caratteri:



Spostandosi ancora più in basso, si potranno visualizzare i seguenti caratteri:



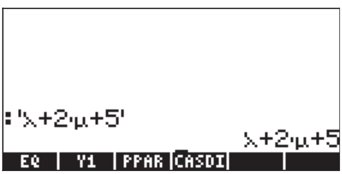
Ci sarà sempre un carattere evidenziato. Nella riga inferiore del display apparirà la combinazione di scelta rapida per il carattere evidenziato, insieme al relativo codice ASCII (ad esempio, nella schermata mostrata sopra la combinazione di scelta rapida è α←Dα→9, ossia ALPHA ← D ALPHA → 9, mentre il codice è *240*). Il display mostra inoltre le tre funzioni associate ai tasti f4, f5 e f6. Queste funzioni sono:

MODIF: apre una schermata grafica all'interno della quale l'utente può modificare il carattere evidenziato. Utilizzare questa opzione con cautela, poiché il carattere rimane modificato fino a che la calcolatrice non viene resettata. (Si pensi a cosa significherebbe ad esempio cambiare la grafica del carattere 1 facendolo apparire come un 2!).
ECHO1: copia il carattere evidenziato nella riga di comando o nell'Equation Writer (EQW) e chiude la schermata dei caratteri (cioè invia un singolo carattere allo stack).
ECHO: copia il carattere evidenziato nella riga di comando o nell'Equation Writer (EQW), però il cursore rimane nella schermata dei caratteri permettendo all'utente di sceglierne altri (cioè invia una stringa di caratteri allo stack). Per uscire dalla schermata dei caratteri premere ENTER .

Ad esempio, si supponga di dover digitare la seguente espressione: $\lambda^2 + 2\mu + 5$

Un approccio consigliato, utilizzando lo stack in modalità Algebrica o RPN, potrebbe essere:

Utilizzare la seguente sequenza di tasti: ' → CHARS per accedere alla schermata dei caratteri. Quindi selezionare il carattere λ mediante i tasti freccia. Premere ECHO1 (cioè il tasto F5) e procedere digitando la seguente sequenza di tasti: + 2 × → CHARS . Quindi selezionare il carattere μ mediante i tasti freccia. Premere ECHO1 (cioè il tasto F5) e terminare l'espressione digitando la seguente sequenza di tasti: + 5 ENTER . Il risultato dell'esercizio viene mostrato di seguito, rispettivamente in modalità Algebrica e in modalità RPN:



Di seguito vengono elencate le combinazioni di tasti [ALPHA] [↱] più comuni.

Lettere greche

α	(alfa)	[ALPHA] [↱] [A]
β	(beta)	[ALPHA] [↱] [B]
δ	(delta)	[ALPHA] [↱] [D]
ε	(epsilon)	[ALPHA] [↱] [E]
θ	(teta)	[ALPHA] [↱] [T]
λ	(lambda)	[ALPHA] [↱] [N]
μ	(mu)	[ALPHA] [↱] [M]
ρ	(rho)	[ALPHA] [↱] [F]
σ	(sigma)	[ALPHA] [↱] [S]
τ	(tau)	[ALPHA] [↱] [U]
ω	(omega)	[ALPHA] [↱] [V]
Δ	(delta maiuscola)	[ALPHA] [↱] [C]
Π	(pi greco maiuscolo)	[ALPHA] [↱] [P]

Altri caratteri

~	(tilde)	[ALPHA] [↱] [1]
!	(fattoriale)	[ALPHA] [↱] [2]
?	(punto interrogativo)	[ALPHA] [↱] [3]
\	(barra rovesciata)	[ALPHA] [↱] [5]
∡	(simbolo dell'angolo)	[ALPHA] [↱] [6]
@	(chiocciola)	[ALPHA] [↱] [ENTER]

Alcuni caratteri sono comunemente utilizzati, ma non hanno una combinazione di scelta rapida, quali: $\bar{x}$ (x-barra), γ (gamma), η (eta), Ω(omega maiuscolo). Questi caratteri possono essere digitati utilizzando la schermata CHARS:
[↱] CHARS

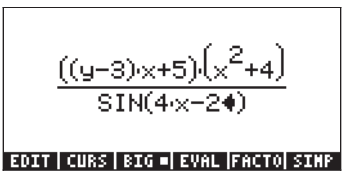
Appendice E
Albero di selezione nell'Equation Writer

L'albero dell'espressione è un diagramma che mostra come l'Equation Writer interpreta un'espressione. La struttura dell'albero è data da una serie di regole, che vengono chiamate gerarchia delle operazioni. Le regole sono le seguenti:

1. All'interno di un'espressione, le operazioni tra parentesi vengono eseguite per prime, a partire dalla parentesi più interna è quella più esterna e da sinistra a destra.
2. Subito dopo vengono eseguiti gli argomenti delle funzioni, da sinistra a destra.
3. Successivamente vengono eseguite le funzioni, da sinistra a destra.
4. Poi si calcolano le potenze dei numeri, da sinistra a destra.
5. Successivamente si eseguono le moltiplicazioni e le divisioni, da sinistra a destra.
6. Infine si eseguono le addizioni e le sottrazioni, da sinistra a destra.

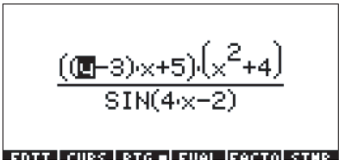
Eseguire le operazioni da sinistra a destra significa che se in un'espressione ci sono due operazioni della stessa gerarchia, ad esempio due moltiplicazioni, verrà eseguita prima la moltiplicazione che si trova a sinistra.

Si consideri il seguente esempio di un'espressione mostrata nell'Equation Writer:

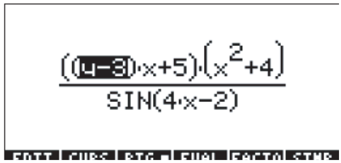


Il cursore di inserimento (⬅) si trova alla destra del 2, nell'argomento della funzione SIN del denominatore. Premere il tasto freccia giù ▼ per attivare il cursore di modifica (☐) sulla cifra 2 del denominatore. Quindi tenere premuto il tasto freccia sinistra ◄ fino a che non si attiva il cursore di modifica sulla y del primo fattore del denominatore. Quindi premere il tasto freccia su per attivare il cursore di selezione (■) sulla y. Tenendo premuto il tasto freccia su ▲, si potrà seguire l'albero dell'espressione che verrà utilizzato a partire dalla y fino alla risoluzione dell'espressione. Di seguito viene mostrata la sequenza di operazioni selezionate dal tasto freccia su ⏶ :

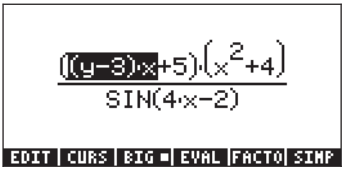
Fase A1



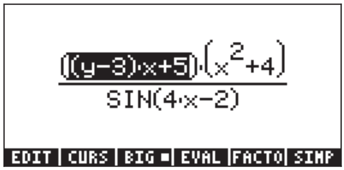
Fase A2



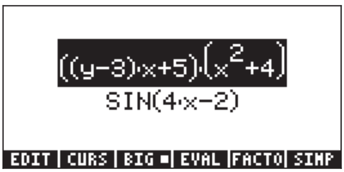
Fase A3



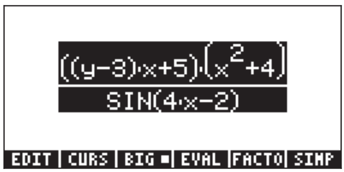
Fase A4



Fase A5

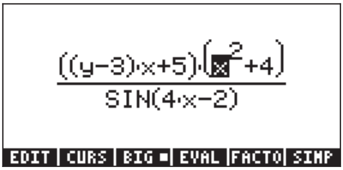


Fase A6

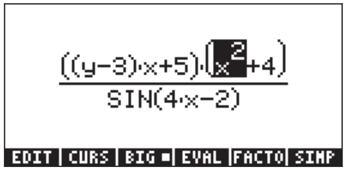


Si noti l'applicazione delle regole di gerarchia delle operazioni in questa selezione. Prima la y (Fase A1). Poi y-3 (Fase A2, parentesi). Poi (y-3)x (Fase A3, moltiplicazione). Quindi (y-3)x+5, (Fase A4, addizione). Poi ((y-3)x+5)(x^2+4) (Fase A5, moltiplicazione) e infine ((y-3)x+5)(x^2+4)/SIN(4x-2) (Fase A6 divisione). È importante sottolineare che la moltiplicazione alla Fase A5 include un primo termine ((y-3)x+5) e un secondo termine (x^2+4) già calcolato. Per vedere le fasi di calcolo di questo secondo termine, tenere premuto il tasto freccia giù ⏷ fino ad attivare il cursore di modifica di nuovo sulla y. Premere il tasto freccia destra fino a portare il cursore sulla x del secondo termine del numeratore. Quindi premere il tasto freccia su per selezionare questa x. Di seguito si mostrano le fasi di valutazione dell'espressione a partire da questo punto.

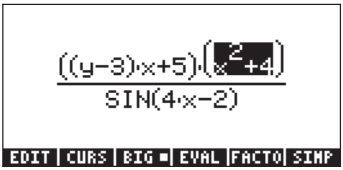
Fase B1



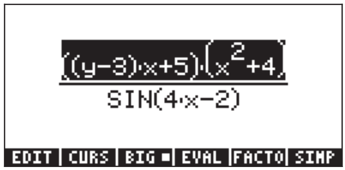
Fase B2



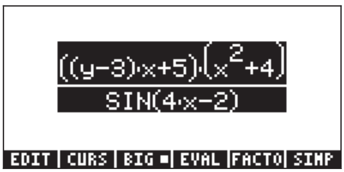
Fase B3



Fase B4 = Fase A5

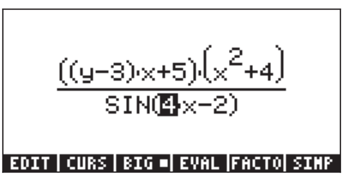


Fase B5 = Fase A6

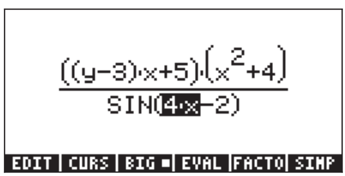


È possibile anche seguire la valutazione dell'espressione a partire dal 4 dell'argomento della funzione SIN del denominatore. Tenere premuto il tasto freccia giù fino ad attivare il cursore di modifica di nuovo sulla y. Premere il tasto freccia destra fino a portare il cursore sul 4 del denominatore. Quindi premere il tasto freccia su per selezionare il 4. Di seguito si mostrano le fasi di valutazione dell'espressione a partire da questo punto.

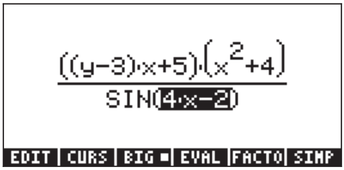
Fase C1



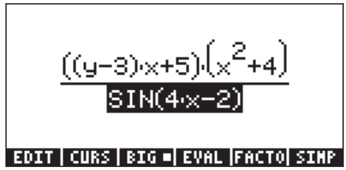
Fase C2



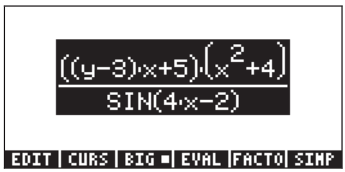
Fase C3



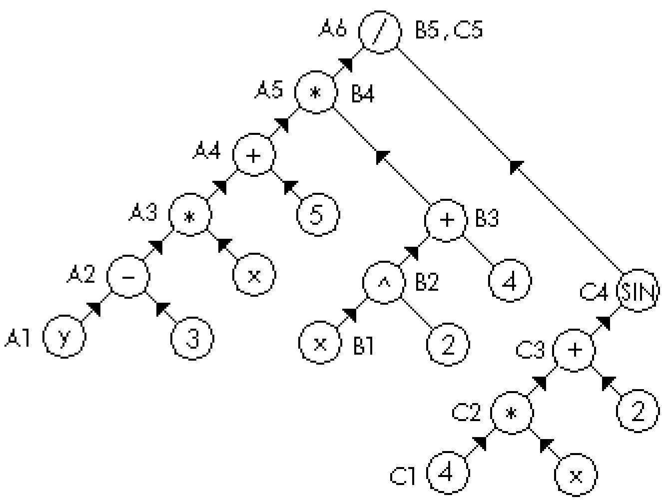
Fase C4



Fase C5 = Fase B5 = Fase A6



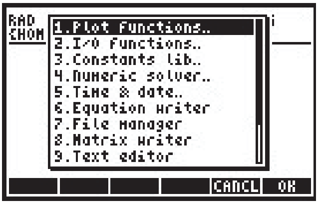
Di seguito si mostra l'albero per l'espressione descritta sopra:

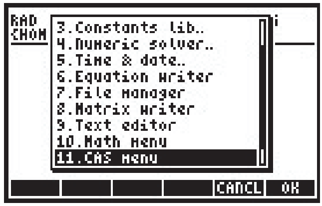


Le fasi di valutazione dei termini dell'albero (da A1 a A6, da B1 a B5 e da C1 a C5) sono riportate accanto ai cerchi contenenti il numero, la variabile o l'operatore coinvolto.

Appendice F
Menu Applicazioni (APPS)

Il menu Applicazioni (APPS) è richiamabile mediante il tasto APPS (primo tasto nella seconda fila della tastiera a partire dall'alto). Il tasto APPS mostra le seguenti applicazioni:

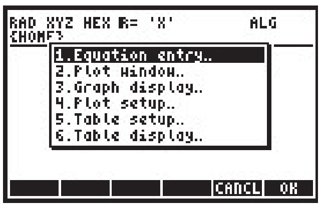




Di seguito sono descritte le diverse applicazioni.

Opzione Plot functions…

Selezionando l'opzione *1. Plot functions…* (Funzioni grafiche) nel menu APPS, verrà visualizzato il seguente menu di opzioni relative ai grafici:



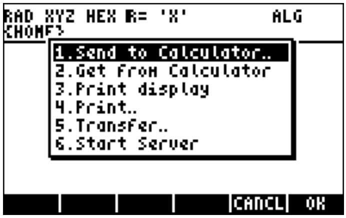
Le sei opzioni mostrate sono equivalenti alle sequenze di tasti elencate di seguito:

Inserimento equazioni…	← Y=	Finestra del grafico..	← WIN
Display grafico..	← GRAPH	Configurazione grafico..	← 2D/3D
Configurazione tabella..	← TBLSET	Display tabella..	← TABLE

Queste applicazioni sono presentate nel dettaglio nel Capitolo 12.

I/O functions…

Selezionando l'opzione *2. I/O functions…* (Funzioni I/O) nel menu APPS verrà visualizzato il seguente elenco a menu di funzioni di input/output



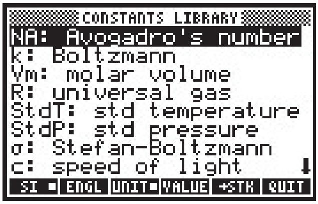
Queste applicazioni sono descritte di seguito:

Invia alla calcolatrice	Invia i dati a un'altra calcolatrice (o al PC mediante la porta a infrarossi)
Ricevi dalla calcolatrice	Riceve i dati da un'altra calcolatrice (o da un PC con una porta a infrarossi)
Stampa schermo	Invia la schermata alla stampante
Stampa..	Stampa l'oggetto selezionato nella calcolatrice
Trasferisci..	Trasferisce i dati a un altro dispositivo
Avvia server..	Calcolatrice impostata come un server per la comunicazione con computer

È possibile collegare la calcolatrice a un'altra calcolatrice o a un PC mediante connessione a infrarossi o via cavo. La dotazione della calcolatrice comprende un cavo USB da utilizzare per il collegamento. È inoltre possibile utilizzare un cavo seriale per il collegamento a una porta RS232 sulla calcolatrice (questo cavo è disponibile come accessorio separato).

Constants lib…

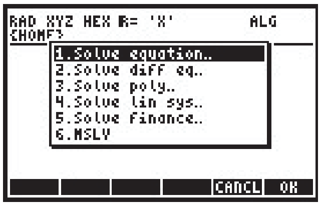
Selezionando l'opzione *3. Constants lib…* (Libreria delle costanti) nel menu APPS si aprirà l'applicazione Constant Library che fornisce i valori delle costanti fisiche standard:



La Constants Library viene descritta nel dettaglio nel Capitolo 3.

Numeric solver…

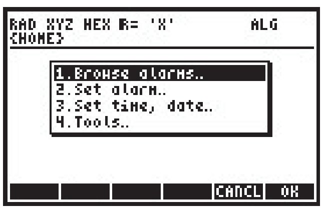
Selezionando l'opzione *3. Constants lib…* nel menu APPS si aprirà il menu del Numerical Solver (Risolutore numerico):



Questa operazione è equivalente alla sequenza di tasti ⮣ NUM.SLV . Il menu del risolutore numerico è presentato nel dettaglio nei Capitoli 6 e 7.

Time & date…

Selezionando l'opzione *5. Time & date…* (Data e ora) nel menu APPS verrà aperto il menu Time and date:



Questa operazione è equivalente alla sequenza di tasti ⮣ TIME . Il menu Time and date viene presentato nel dettaglio nel capitolo 26.

Equation Writer...

Selezionando l'opzione *6. Equation writer…* nel menu APPS si aprirà l'Equation Writer:

Questa operazione è equivalente alla sequenza di tasti ↱ EQW . L'Equation Writer è presentato nel dettaglio nel Capitolo 2. Esempi che utilizzano l'Equation Writer sono illustrati in varie parti del presente manuale.

File manager...

Selezionando l'opzione *7. File manager…* (Gestore file) nel menu APPS si apre l'applicazione di gestione dei file:

Questa operazione è equivalente alla sequenza di tasti ↰ FILES . Il File Manager è presentato nel Capitolo 2.

Matrix Writer...

Selezionando l'opzione *8. Matrix Writer…* nel menu APPS si aprirà il Matrix Writer:

Questa operazione è equivalente alla sequenza di tasti MTRW . Il Matrix Writer è presentato nel dettaglio nel Capitolo 10.

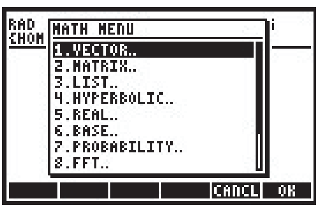
Text editor...

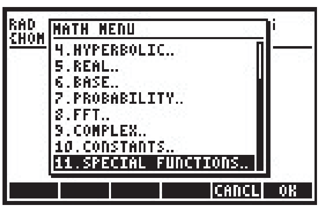
Selezionando l'opzione *9. Text editor…* (Editor di testo) nel menu APPS si aprirà il Line Editor:

L'editor di testo può essere avviato in molti casi premendo il tasto freccia giù . Se l'oggetto a display è un oggetto algebrico, premendo si aprirà l'Equation Writer (nella maggior parte dei casi). L'editor di testo è presentato nel Capitolo 2 ed è illustrato nel dettaglio nell'Appendice L.

Math menu...

Selezionando l'opzione *10. Math menu…* (Menu matematica) nel menu APPS si aprirà il menu MTH (matematica):

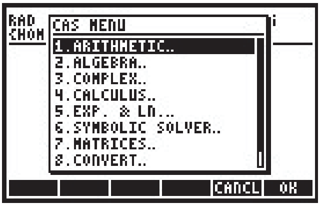


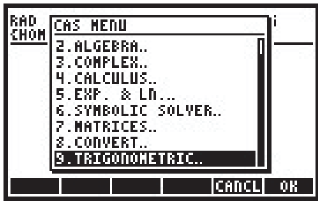


Questa operazione è equivalente alla sequenza di tasti ← MTH . Il menu MTH è presentato nel Capitolo 3 (per i numeri reali). Le altre funzioni del menu MTH sono presentate nel Capitolo 4 (numeri complessi), 8 (elenchi), 9 (vettori), 10 (creazione di matrici), 11 (operazioni con le matrici), 16 (trasformata di Fourier veloce), 17 (applicazioni di probabilità) e 19 (numeri in basi diverse).

CAS menu...

Selezionando l'opzione *11. CAS menu…* nel menu APPS si apre il menu CAS o il menu SYMBOLIC:

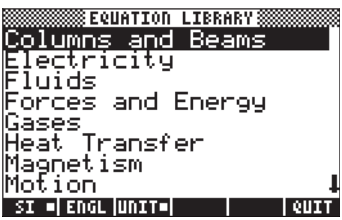


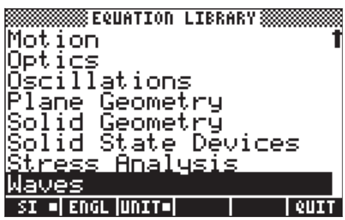


Tale menu è richiamabile anche premendo il tasto SYMB. Il menu CAS o SYMBOLIC è presentato nel Capitolo 5 (operazioni algebriche e aritmetiche). Altre funzioni del menu CAS sono presentate nei Capitoli 4 (numeri complessi), 6 (soluzione di equazioni), 10 (creazione di matrici), 11 (operazioni con le matrici), 13 (calcolo infinitesimale), 14 (calcolo multivariato) e 15 (analisi vettoriale).

Equation Library

Selezionando l'opzione *12. Equation Library* (Libreria equazioni) nel menu APPS viene visualizzato il MENU EQ LIBRARY. Da qui è possibile premere EXIT e quindi EXIT per aprire l'Equation Library:





Si noti che il flag -117 deve essere selezionato per usare l'Equation Library. Occorre inoltre ricordare che l'Equation Library verrà visualizzata nel menu APPS solo se i due file dell'Equation Library sono memorizzati sulla calcolatrice.

L'Equation Library viene descritta nel dettaglio nel Capitolo 27.

Appendice G
Tasti di scelta rapida

Di seguito vengono presentati i tasti di scelta rapida più usati della calcolatrice:

- Regolazione del contrasto del display: ON (tenere premuto) + o ON (tenere premuto) −

- Passaggio tra modalità RPN e ALG: MODE +/- OK o MODE +/- ENTER .

- Seleziona/deseleziona il flag di sistema 95 (ALG vs. RPN)

  MODE FLAGS ▲ ← ▲ ← ▲ ← ▲ CHK

  - In modalità ALG,
    CF(-95) seleziona la modalità RPN

  - In modalità RPN,
    95 +/- ENTER SF seleziona la modalità ALG

- Per passare rapidamente dalla modalità APPROX a quella EXACT e viceversa, tenere premuto il tasto shift destro e premere simultaneamente il tasto ENTER, ovvero, → (tenere premuto) ENTER .

- Seleziona/deseleziona il flag di sistema 105 (modalità EXACT vs. APPROX del CAS)

  MODE FLAGS ▲ ← ▲ ← ▲ ▲ ▲ CHK

  - In modalità ALG,
    SF(-105) seleziona la modalità CAS APPROX
    CF(-105) seleziona la modalità CAS EXACT

  - In modalità RPN,
    105 +/- ENTER SF seleziona la modalità CAS APPROX
    105 +/- ENTER CF seleziona la modalità CAS EXACT

- Seleziona/deseleziona il flag di sistema 117 (CHOOSE boxes [Riquadri di SELEZIONE] vs. SOFT menus [Menu FUNZIONE]):
  MODE FLAGS ▲ ← ▲ ▼ CHK

  - In modalità ALG,
    SF(-117) seleziona SOFT menus
    CF(-117) seleziona CHOOSE BOXES.

  - In modalità RPN,
    117 +/- ENTER SF seleziona SOFT menus
    117 +/- ENTER CF seleziona SOFT menus

- Modifica della misura angolare:
  - o In gradi: ALPHA ALPHA D E G ENTER
  - o In radianti: ALPHA ALPHA R A D ENTER

- Caratteri speciali:
  - o Simbolo dell'angolo (∠): ALPHA ↱ 6
  - o Simbolo fattoriale (!): ALPHA ↱ 2
  - o Simbolo dei gradi (°): ALPHA ↱ (tenere premuto) 6

- Blocca/sblocca la tastiera alfanumerica:
  - o Blocca la tastiera alfanumerica (maiuscolo): ALPHA ALPHA
  - o Sblocca la tastiera alfanumerica (maiuscolo): ALPHA
  - o Blocca la tastiera alfanumerica (minuscolo): ALPHA ALPHA ← ALPHA
  - o Sblocca la tastiera alfanumerica (minuscolo): ← ALPHA ALPHA

- Lettere greche

Alfa (α):	ALPHA ↱ A	Beta (β):	ALPHA ↱ B
DELTA (Δ):	ALPHA ↱ C	Delta (d):	ALPHA ↱ D
Epsilon (ε):	ALPHA ↱ E	Rho (ρ):	ALPHA ↱ F
Mu (μ):	ALPHA ↱ M	Lambda (λ):	ALPHA ↱ N
Pi greco (Π):	ALPHA ↱ P	Sigma (σ):	ALPHA ↱ S
Teta (θ):	ALPHA ↱ T	Tau (t):	ALPHA ↱ U
Omega (ω):	ALPHA ↱ V		

- Operazioni a livello di sistema (tenere premuto ON, rilasciarlo dopo la pressione del secondo o terzo tasto):

  - ON (tenere premuto) F1 F6 : Riavvio "a freddo" - cancellazione di tutta la memoria
  - ON (tenere premuto) F2 : Annulla la sequenza di tasti
  - ON (tenere premuto) F3 : Riavvio "a caldo" - memoria mantenuta
  - ON (tenere premuto) F4 : Avvio autodiagnosi interattiva
  - ON (tenere premuto) F5 : Avvio autodiagnosi continua
  - ON (tenere premuto) SPC : Arresto "deep-sleep" - timer off
  - ON (tenere premuto) F1 : Esegue il dump della schermata visualizzata
  - ON (tenere premuto) F4 : Annulla la successiva ripetizione dell'allarme

- Menu non accessibili da tastiera: in modalità RPN, inserire numero_menu, digitare MENU. In modalità ALG, digitare MENU(numero_menu). Il numero_Menu può essere uno dei seguenti:

  - Menu funzione STAT (Statistica): 96
  - Menu funzione PLOT (Grafico): 81
  - Menu funzione SOLVE (Risoluzione): 74 o utilizzare ↱ (tenere premuto) 7
  - Menu funzione UTILITY: 113

- Altri menu:

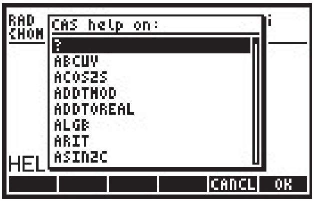
  - Menu MATHS (Matematica): ALPHA ALPHA M A T H S ENTER
  - Menu MAIN (Principale): ALPHA ALPHA M A I N ENTER

- Altri tasti di scelta rapida disponibili da tastiera:

  - ↱ (tenere premuto) 7 : Menu SOLVE (menu 74)
  - ↰ (tenere premuto) MODE : Menu PRG/MODES (Capitolo 21)
  - ↰ (tenere premuto) ▼ : Avvia l'editor di testo (Appendice L)
  - ↰ (tenere premuto) UPDIR : HOME(), va alla directory HOME
  - ↰ (tenere premuto) PREV : Torna all'ultimo menu attivo
  - ↱ (tenere premuto) ▼ : Elenca il contenuto delle variabili o delle opzioni dei menu
  - ↱ (tenere premuto) CHARS : Menu PRG/CHAR (Capitolo 21)
  - ALPHA ↱ ENTRY : Modifica la modalità di inserimento

Appendice H
Opzione Help del CAS

È possibile utilizzare l'opzione Help del CAS premendo la sequenza di tasti TOOL NXT HELP ENTER. La schermata seguente mostra la prima pagina dell'elenco dell'opzione Help del CAS.



I comandi sono elencati in ordine alfabetico. Utilizzare i tasti freccia su e giù per scorrere l'elenco. Di seguito sono illustrati alcuni suggerimenti per facilitare la navigazione:

- È possibile tenere premuto il tasto freccia giù fino a quando il comando cercato viene visualizzato sullo schermo. Quindi, rilasciare il tasto freccia giù. È probabile che a questo punto il comando cercato non sia selezionato (l'utente potrebbe averlo superato o non esserci ancora arrivato). Tuttavia, è possibile utilizzare i tasti freccia su e giù, e scorrere l'elenco voce per voce, per trovare il comando cercato e successivamente premere OK.
- Se, tenendo premuto il tasto freccia giù l'utente supera il comando cercato, utilizzare il tasto freccia su per ritornare sui propri passi. Perfezionare la ricerca scorrendo l'elenco una voce alla volta con i tasti freccia su e giù.
- È possibile digitare la prima lettera del comando cercato, quindi utilizzare il tasto freccia giù per trovarlo. Ad esempio, se l'utente cerca il comando DERIV, dopo aver attivato lo strumento aiuto (TOOL NXT HELP ENTER), deve digitare ALPHA D. Questa combinazione di tasti selezionerà il primo comando che inizia per D ovvero DEGREE. Per trovare DERIV, premere il tasto due volte. Per attivare il comando premere il tasto OK.

- È possibile digitare due o più lettere del comando cercato, attivando il blocco della tastiera alfabetica. Questa azione porterà l'utente al comando cercato o nelle sue vicinanze. Quindi, sbloccare la tastiera alfabetica e, se necessario, utilizzare i tasti freccia su e giù ▲ ▼ per trovare il comando. Premere OK per attivare il comando. Ad esempio, per trovare il comando PROPFRAC, è possibile utilizzare una delle seguenti sequenze di tasti:

TOOL NXT HELP ENTER ALPHA ALPHA P R ALPHA ▼ ▼ OK

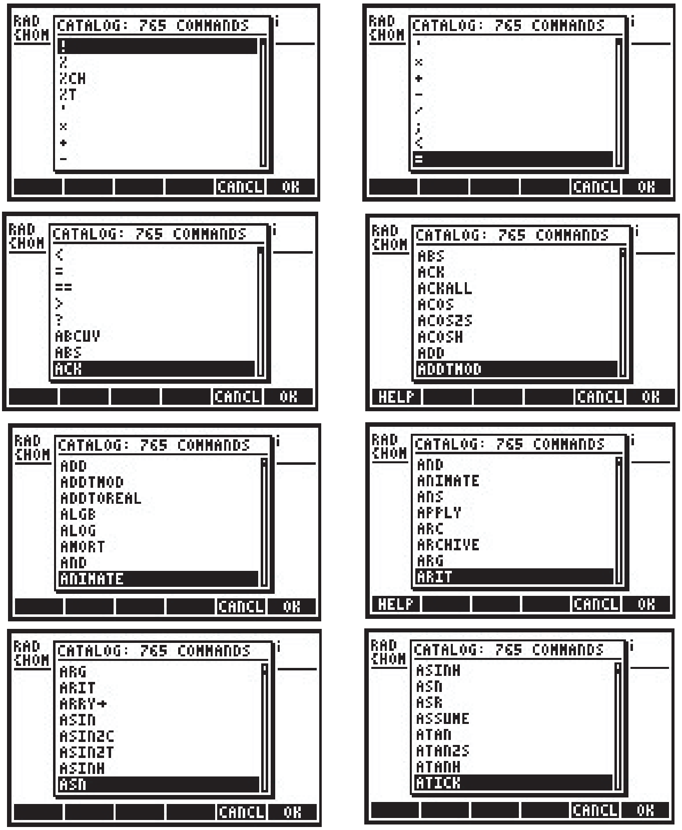
TOOL NXT HELP ENTER ALPHA ALPHA P R O ALPHA ▼ OK

TOOL NXT HELP ENTER ALPHA ALPHA P R O P ALPHA OK

Vedere l'Appendice C per ulteriori informazioni sul CAS (Computer Algebraic System). L'Appendice C include altri esempi d'utilizzo dell'opzione Help del CAS.

Appendice I
Elenco comandi del Command Catalog

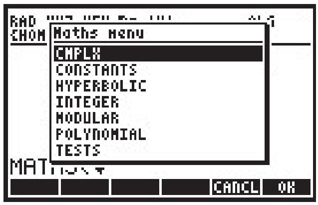
È un elenco di tutti i comandi disponibili nel Command Catalog (→ _CAT_). Tali comandi sono elencati anche nell'Appendice H. Per un dato comando è disponibile la relativa voce nell'opzione Help del CAS se, evidenziando tale comando, appare il tasto FUNZIONE HELP. Premere il tasto FUNZIONE per attivarne la relativa voce dell'opzione Help del CAS. Di seguito sono mostrate le prime schermate del catalogo:



Nell'elenco del Command Catalog appariranno anche i comandi della libreria utente, in corsivo. Nel caso tale libreria includesse uno strumento Help, evidenziando i comandi creati dall'utente saranno visualizzati i tasti FUNZIONE HELP.

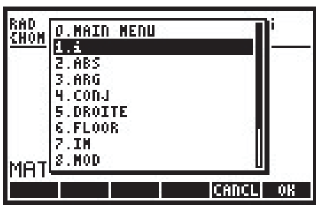
Appendice J
Menu MATHS

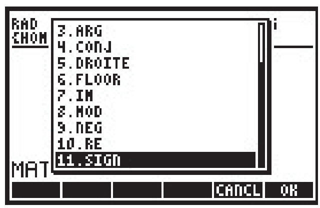
Il menu MATHS (Matematica), accessibile mediante il comando MATHS (all'interno del Catalog CAT), contiene i seguenti sottomenu:



Sottomenu CMPLX

Il sottomenu CMPLX contiene le funzioni relative alle operazioni con i numeri complessi:





Tali funzioni sono descritte nel Capitolo 4.

Sottomenu CONSTANTS

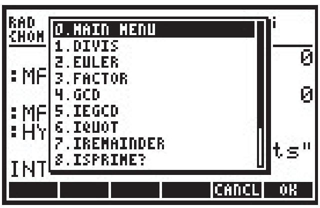
Il sottomenu CONSTANTS consente di accedere alle costanti matematiche della calcolatrice. Tali costanti sono descritte nel Capitolo 3:

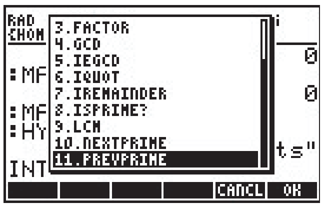
Sottomenu HYPERBOLIC

Il sottomenu HYPERBOLIC contiene le funzioni iperboliche e i rispettivi inversi. Tali funzioni sono descritte nel Capitolo 3.

Sottomenu INTEGER

Il sottomenu INTEGER contiene funzioni relative alla manipolazione dei numeri interi e di alcuni polinomi. Queste funzioni sono presentate nel Capitolo 5:



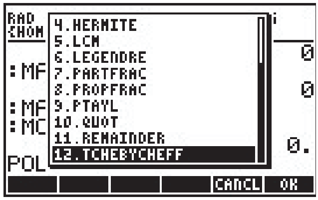


Sottomenu MODULAR

Il sottomenu MODULAR contiene funzioni relative all'aritmetica modulare con numeri e polinomi. Queste funzioni sono presentate nel Capitolo 5:

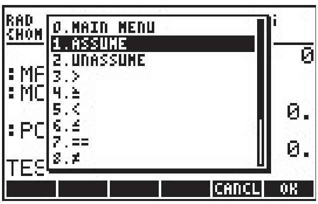
Sottomenu POLYNOMIAL

Il sottomenu POLYNOMIAL comprende le funzioni relative alla generazione e alla manipolazione di polinomi. Queste funzioni sono presentate nel Capitolo 5:



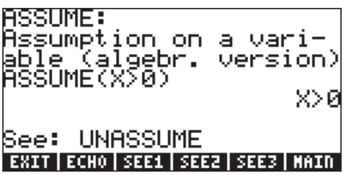
Sottomenu TESTS

Il sottomenu TESTS comprende gli operatori relazionali (ad esempio, ==, <, etc.), gli operatori logici (ad esempio, AND, OR, ecc.), la funzione IFTE e i comandi ASSUME e UNASSUME.

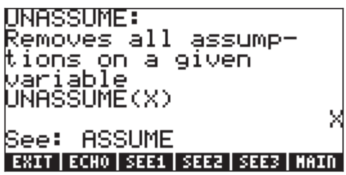


Gli operatori relazionali e logici sono presentati nel Capitolo 21 nel contesto della programmazione della calcolatrice nel linguaggio User-RPL. La funzione IFTE è presentata nel Capitolo 3. Le funzioni ASSUME e UNASSUME sono presentate di seguito utilizzando le voci dell'Help (Guida) del CAS (vedere l'Appendice C).

ASSUME

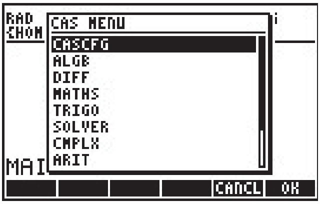


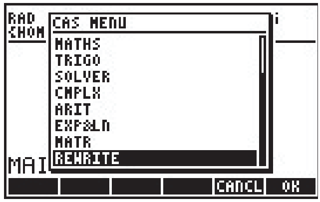
UNASSUME



Appendice K
Menu MAIN

Il menu MAIN (Principale) è disponibile nel Command Catalog. Questo menu comprende i seguenti sottomenu:



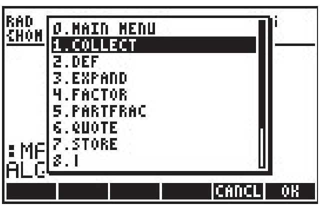


Comando CASCFG

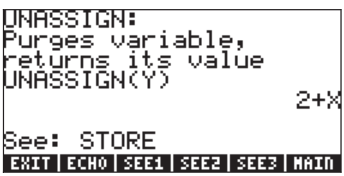
Questa è la prima opzione del menu MAIN. Tale comando consente di configurare il CAS. Per informazioni relative alla configurazione del CAS, vedere l'Appendice C.

Sottomenu ALGB

Il sottomenu ALGB comprende i seguenti comandi:

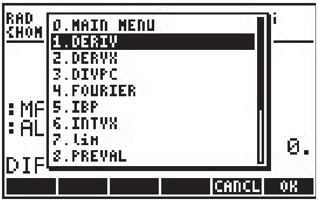


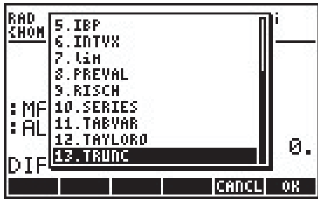
Queste funzioni, ad eccezione di 0.MAIN MENU e 11.UNASSIGN sono disponibili nel menu tastiera ALG (→ ALG). Nel Capitolo 5 viene presentata una descrizione dettagliata di queste funzioni. La funzione UNASSIGN è descritta nella seguente opzione del menu CAS:



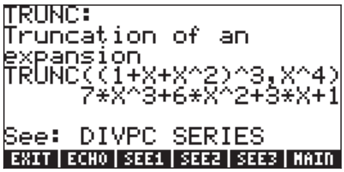
Sottomenu DIFF

Il sottomenu DIFF contiene le seguenti funzioni:





Queste funzioni sono disponibili mediante il sottomenu CALC/DIFF (si avvia con ← CALC). Queste funzioni sono descritte nei Capitoli 13, 14 e 15, ad eccezione della funzione TRUNC, che è descritta di seguito utilizzando la voce disponibile nell'Help del CAS:

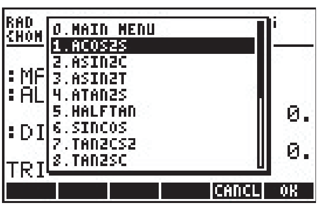


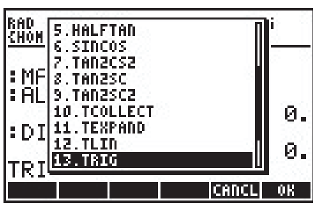
Sottomenu MATHS

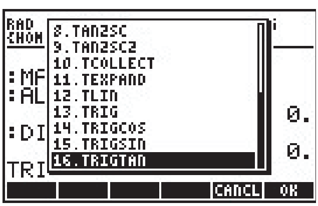
Il menu MATHS è descritto nel dettaglio nell'Appendice J.

Sottomenu TRIGO

Il menu TRIGO contiene le seguenti funzioni:







Queste funzioni sono inoltre disponibili nel menu TRIG (→ TRIG). Per una descrizione di queste funzioni, vedere il Capitolo 5.

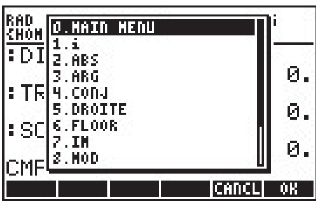
Sottomenu SOLVER

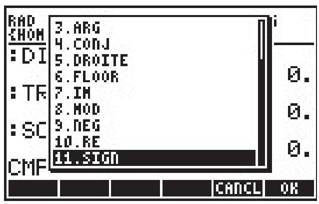
Il menu SOLVER comprende le seguenti funzioni:

Queste funzioni sono disponibili nel menu CALC/SOLVE (si avvia con ← CALC). Le funzioni sono descritte nei Capitoli 6, 11 e 16.

Sottomenu CMPLX

Il menu CMPLX comprende le seguenti funzioni:

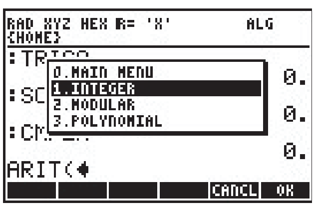




Il menu CMPLX è inoltre disponibile da tastiera (→ CMPLX). Alcune delle funzioni nel menu CMPLX sono disponibili nel menu MTH/COMPLEX (si avvia con ← MTH). Le funzioni relative ai numeri complessi sono presentate nel Capitolo 4.

Sottomenu ARIT

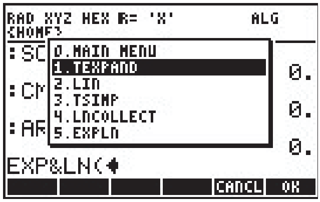
Il menu ARIT comprende i seguenti sottomenu



I sottomenu INTEGER, MODULAR e POLYNOMIAL sono presentati nel dettaglio nell'Appendice J.

Sottomenu EXP&LN

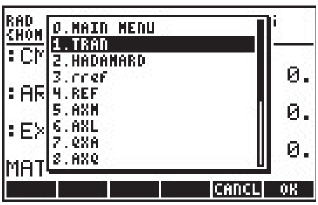
Il menu EXP&LN contiene le seguenti funzioni:



Questo menu è accessibile da tastiera utilizzando ← EXP&LN . Le funzioni di questo menu sono presentate nel Capitolo 5.

Sottomenu MATR

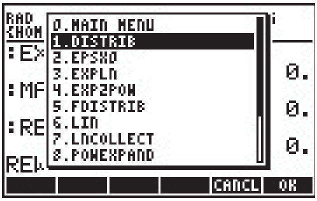
Il menu MATR contiene le seguenti funzioni:



Queste funzioni sono disponibili mediante il menu MATRICES nella tastiera (← MATRICES). Le funzioni sono descritte nei Capitoli 10 e 11.

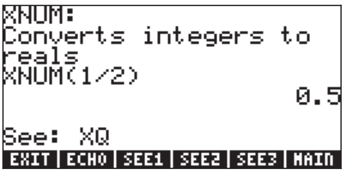
Sottomenu REWRITE

Il menu REWRITE contiene le seguenti funzioni:

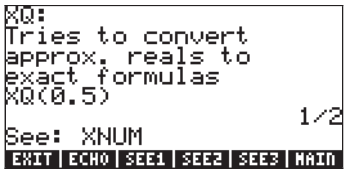


Queste funzioni sono disponibili mediante il menu CONVERT/REWRITE (si avvia con ← CONVERT). Le funzioni sono presentate nel Capitolo 5, ad eccezione delle funzioni XNUM e XQ, che sono descritte di seguito utilizzando le voci corrispondenti presenti nell'Help del CAS (TOOL NXT HELP):

XNUM

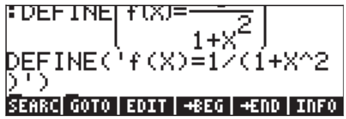


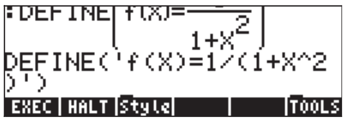
XQ



Appendice L
Comandi del Line Editor

Quando si attiva il Line Editor utilizzando ← ▼ nello stack in modalità RPN o in modalità ALG, sono disponibili le seguenti funzioni sotto forma di menu FUNZIONE (premere NXT per vedere le restanti funzioni):





Tali funzioni sono brevemente descritte di seguito:

←SKIP: Salta i caratteri fino all'inizio della parola.
SKIP→: Salta i caratteri fino alla fine della parola.
←DEL: Cancella i caratteri fino all'inizio della parola.
DEL→: Cancella i caratteri fino alla fine della parola.
DEL L: Cancella i caratteri nella riga.
INS: Quando viene selezionata, inserisce i caratteri nella posizione del cursore. Se non è selezionata, il cursore sostituisce (sovrascrive) i caratteri invece di inserirli.
EDIT: Modifica la selezione.
→BEG: Porta all'inizio della parola.
→END: Segna la fine della selezione.
INFO: Fornisce informazioni sul Line Editor, ad esempio,

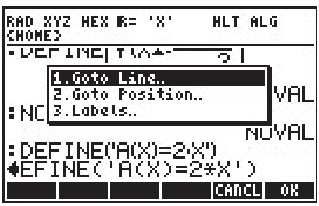
Le opzioni visualizzate in questa schermata si spiegano da sé. Ad esempio, le voci *Xposition* e Yposition (posizioni di X e Y) indicano la posizione sulla riga (X) e il numero di riga (Y). *Stk Size* si riferisce al numero di oggetti nella cronologia della modalità ALG o nello stack in modalità RPN. *Mem(KB)* si riferisce alla quantità di memoria libera. *Clip Size* indica il numero di caratteri negli Appunti. *Sel Size* rappresenta il numero di caratteri nella selezione corrente.

EXEC: Esegue il comando selezionato.
HALT: Interrompe il comando in esecuzione.

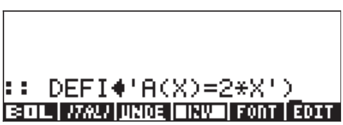
Il Line Editor fornisce inoltre i seguenti sottomenu:

SEARCH: Cerca i caratteri o le parole nella riga di comando. Comprende le seguenti funzioni:

GOTO: Porta alla posizione desiderata nella riga di comando. Comprende le seguenti funzioni:



Style: Stile di testo che può essere usato nella riga di comando:



Sottomenu SEARCH

Le funzioni del sottomenu SEARCH sono:

Find: utilizzare questa funzione per trovare una stringa nella riga di comando. Di seguito è mostrato il modulo di input fornito con questo comando:

Replace: utilizzare questo comando per trovare e sostituire una stringa. Di seguito è mostrato il modulo di input fornito per questo comando:

Find next...: Trova l'elemento cercato (definito in Find) successivo

Replace Selection: Sostituisce la selezione con l'elemento indicato nel comando Replace (Sostituisci).

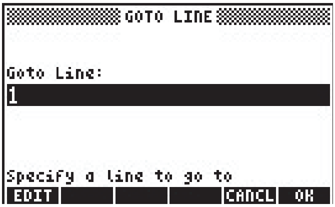
Replace/Find Next: Sostituisce un elemento e cerca un'altra occorrenza dello stesso elemento. L'elemento è definito in Replace.

Replace All: Sostituisce tutte le occorrenze di un dato elemento. Questo comando richiede all'utente di confermare prima di eseguire la sostituzione.

Fast Replace All: Sostituisce tutte le occorrenze di un certo elemento senza chiedere una conferma all'utente.

Sottomenu GOTO

Le funzioni nel sottomenu GOTO sono le seguenti:
Goto Line: per spostarsi in una riga specificata. Di seguito è mostrato il modulo di input fornito con questo comando:



Goto Position: porta a una posizione specifica nella riga di comando. Di seguito è mostrato il modulo di input fornito per questo comando:

Labels: porta a un'etichetta specifica nella riga di comando.

Sottomenu Style

Il sottomenu Style (Stile) comprende i seguenti stili:

BOL: Neretto

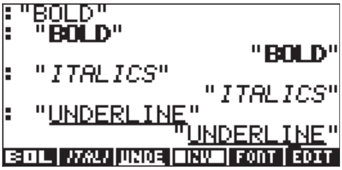
ITALI: Corsivo

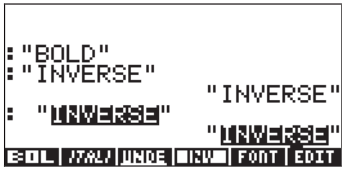
UNDE: Carattere di sottolineatura

INV : Inverso

Il comando FONT consente all'utente di selezionare il carattere desiderato per il Command Editor.

Di seguito sono presentati alcuni esempi di stili diversi:





Appendice M
Tabella delle equazioni incluse nell'Equation Library

L'Equation Library è composta da 15 soggetti che corrispondono alle sezioni della tabella in basso e da oltre 100 titoli. I numeri tra parentesi indicano il numero di equazioni e il numero di variabili disponibili nel gruppo. Sono disponibili 315 equazioni che utilizzano un totale di 396 variabili.

Soggetti e titoli

1: Colonne e Travi (14, 20)	
1: Deformazione elastica (4, 8)	6: Deviazione semplice (1,7)
2: Colonne eccentriche (2, 11)	7: Inflessione di trave a sbalzo (1, 10)
3: Inflessione semplice (1, 9)	8: Pendenza di trave a sbalzo (1, 10)
4: Pendenza semplice (1, 10)	9: Momento di trave a sbalzo (1, 8)
5: Momento semplice (1, 8)	10: Deviazione di trave a sbalzo (1, 6)
2: Elettricità (42, 56)	
1: Legge di Coulomb (1, 5)	13: Carica condensatore (1, 3)
2: Legge di Ohm e potenza (4, 4)	14: Tensione induttore CC (3, 8)
3: Partitore di tensione (1, 4)	15: RC transitoria (1, 6)
4: Partitore di corrente (1, 4)	16: RL transitoria (1, 6)
5: Resistenza in un cavo (1, 4)	17: Frequenza di risonanza (4, 7)
6: Serie e parallelo R (2, 4)	18: Condensatore a piastre (1, 4)
7: Serie e parallelo C (2, 4)	19: Condensatore cilindrico (1, 5)
8: Serie e parallelo L (2, 4)	20: Induttanza di un solenoide (1, 5)
9: Energia di capacitanza (1, 3)	21: Induttanza di un toroide (1, 6)
10: Energia di induttanza (1, 3)	22: Tensione sinusoidale (2, 6)
11: Ritardo di corrente RLC (5, 9)	23: Corrente sinusoidale (2, 6)
12: Corrente condensatore CC (3, 8)	

3: Fluidi (29, 29)	
1: Pressione in profondità (1, 4)	3: Perdite di carico (10, 17)
2: Equazione di Bernoulli (10, 15)	4: Portata in tubi pieni (8, 19)
4: Forze ed energia (31, 36)	
1: Meccanica lineare (8, 11)	5: Urto elastico ID (2, 5)
2: Meccanica angolare (12, 15)	6: Forza resistente viscosa (1, 5)
3: Forza centripeta (4, 7)	7: Legge di gravitazione (1, 4)
4: Legge di Hooke (2, 4)	8: Relazione massa-energia (4, 9)
5: Gas (18, 26)	
1: Legge dei gas perfetti (2, 6)	5: Flusso isentropico (4, 10)
2: Cambiamento di stato dei gas perfetti (1, 6)	6: Legge dei gas reali (2, 8)
3: Espansione isotermica (2, 7)	7: Cambiamento di stato dei gas reali (1, 8)
4: Processi politropici (2, 7)	8: Teoria cinetica (4,9)
6: Scambio termico (17, 31)	
1: Capacità termica (2, 6)	5: Conduzione e convezione (4, 14)
2: Dilatazione termica (2, 6)	6: Radiazione di corpo nero (5, 9)
3: Conduzione (2, 7)	
4: Convezione (2, 6)	
7: Magnetismo (4, 14)	
1: Cavo diritto (1, 5)	3: Campo magnetico B in un solenoide (1, 4)
2: Forza magnetica tra cavi (1, 6)	4: Campo magnetico in un toroide (1, 6)
8: Moto (22, 24)	
1: Moto lineare (4, 6)	5: Moto circolare (3, 5)
2: Caduta libera (4, 5)	6: Velocità limite assoluta (1, 5)
3: Moto di un proiettile (5, 10)	7: Velocità di fuga (1, 14)
4: Spostamento angolare (4, 6)	

9: Ottica (11, 14)	
1: Legge della rifrazione (1, 4)	4: Riflessione sferica (3, 5)
2: Angolo limite (1, 3)	5: Rifrazione sferica (1, 5)
3: Legge di Brewster (2, 4)	6: Lenti sottili (3, 7)
10: Oscillazione (17, 17)	
1: Sistemi mass-spring (1, 4)	4: Pendolo torsionale (3, 7)
2: Pendolo semplice (3, 4)	5: Armonica semplice (4, 8)
3: Pendolo conico (4, 6)	
11: Geometria piana (31, 21)	
1: Cerchio (5, 7)	4: Poligono regolare (6, 8)
2: Ellisse (5, 8)	5: Corona circolare (4, 7)
3: Rettangolo (5, 8)	6: Triangolo (6, 107)
12: Geometria solida (18, 12)	
1: Cono (5, 9)	3: Parallelepipedo (8, 14)
2: Cilindro (5, 9)	4: Sfera (4, 7)
13: Dispositivi a stato solido (33, 53)	
1: Giunzioni PN (8, 19)	3: Transistor bipolari (8, 14)
2: Transistor NMOS (10, 23)	4: JFET (7, 15)
14: Analisi delle sollecitazioni (16, 28)	
1: Sollecitazioni normali (3, 7)	3: Sollecitazione di un elemento (3, 7)
2: Sforzo di taglio (3, 8)	4: Cerchio di Mohr (7, 10)
15: Onde (12, 15)	
1: Onde trasversali (4, 9)	3: Onde sonore (4, 8)
2: Onde longitudinali (4, 9)	

Appendice N
Sommario

A

D

E

F

G

H

I

J

K

N

O

P

Q

R

S

T

Y

Z

Simboli

Garanzia limitata

Calcolatrice grafica HP 50g; durata della garanzia: 12 mesi

1. HP garantisce all'utente finale che l'hardware HP, gli accessori e le forniture saranno privi di difetti sia a livello di materiali che della qualità di lavorazione a partire dalla data di acquisto, per il periodo specificato sopra. Se HP viene informata della presenza di tali difetti durante il periodo di garanzia, HP deciderà, a sua discrezione, di riparare o sostituire il prodotto reputato difettoso. I prodotti di sostituzione saranno nuovi o come nuovi.
2. HP garantisce che il software HP eseguirà perfettamente le istruzioni di programmazione a partire dalla data di acquisto e per il periodo specificato sopra, in mancanza di difetti inerenti al materiale e alla qualità di lavorazione e in caso di corretta installazione e utilizzo. Se HP viene informata della presenza di tali difetti durante il periodo di garanzia, HP sostituirà il supporto software che non esegue le istruzioni di programmazione a causa di tali difetti.
3. HP non garantisce che il funzionamento dei prodotti HP non verrà interrotto o sia privo di errori. Se HP non è in grado, entro un periodo ragionevole, di riparare o sostituire tutti i prodotti nelle condizioni garantite, si è in diritto di richiedere il rimborso del prezzo acquistato in seguito alla restituzione del prodotto con relativa prova di acquisto.
4. I prodotti HP possono contenere parti rifabbricate equivalenti ai pezzi nuovi in termini di prestazioni o possono essere soggetti a utilizzo incidentale.
5. La garanzia non viene applicata ai difetti risultanti da (a) una manutenzione o calibrazione non corretta o inadeguata, (b) software, interfaccia, parti o forniture non HP, (c) modifiche non autorizzate o un utilizzo non corretto, (d) un funzionamento al di fuori delle specifiche ambientali pubblicate per il prodotto o (e) una preparazione o manutenzione inappropriata del sito.
6. HP NON OFFRE NESSUN'ALTRA GARANZIA O CONDIZIONE ESPRESSA, SCRITTA O ORALE. NEI LIMITI CONSENTITI DALLA LEGGE LOCALE, QUALSIASI GARANZIA O CONDIZIONE IMPLICITA DI COMMERCIABILITÀ, QUALITÀ SODDISFACENTE O IDONEITÀ PER UNO SCOPO PARTICOLARE È LIMITATA ALLA DURATA DELLA GARANZIA ESPRESSA MENZIONATA SOPRA. Alcuni paesi, stati o province non autorizzano le limitazioni sulla durata della garanzia implicita, dunque è possibile che la limitazione o l'esclusione sopra riportata non sia applicabile. La garanzia fornisce diritti legali specifici ed è possibile avere anche altri diritti che variano in funzione del paese, dello stato o della provincia.
7. NEI LIMITI AUTORIZZATI DALLA LEGGE LOCALE, I RIMEDI IN QUESTA DICHIARAZIONE DI GARANZIA SONO A SOLA ED ESCLUSIVA DISCREZIONE DELL'UTENTE. ECCETTO CHE NEL CASO SPECIFICATO

SOPRA, HP O I RELATIVI FORNITORI NON SARANNO IN NESSUN CASO RESPONSABILI PER LA PERDITA DI DATI O PER I DANNI DIRETTI, SPECIALI, INCIDENTALI, CONSEQUENZIALI (INCLUSA LA PERDITA DI DATI O DI PROFITTI) O PER ALTRI DANNI, SE BASATI SU UN CONTRATTO, UN PREGIUDIZIO O ALTRO. Alcuni paesi, stati o province non autorizzano le esclusioni o le limitazioni dei danni incidentali o consequenziali, dunque è possibile che la limitazione o l'esclusione sopra indicata non sia applicabile.

8. Le uniche garanzie per i servizi e i prodotti HP sono indicate nelle condizioni di garanzia espresse che accompagnano tali prodotti e servizi. HP non è responsabile per eventuali omissioni ed errori tecnici o editoriali qui contenuti.

PER LE TRANSAZIONI EFFETTUATE IN AUSTRALIA E IN NUOVA ZELANDA: I TERMINI DI GARANZIA CONTENUTI NELLA PRESENTE DICHIARAZIONE, SALVO NEI LIMITI PERMESSI DALLA LEGGE, NON VENGONO ESCLUSI, LIMITATI O MODIFICATI E SI AGGIUNGONO AI DIRITTI OBBLIGATORI PREVISTI DALLA LEGGE APPLICABILI ALLA VENDITA DI QUESTO PRODOTTO.

Assistenza

Europa

Paese:	Numeri di telefono
Austria	+43-1-3602771203
Belgio	+32-2-7126219
Danimarca	+45-8-2332844
Paesi dell'Europa orientale	+420-5-41422523
Finlandia	+35-89640009
Francia	+33-1-49939006
Germania	+49-69-95307103
Grecia	+420-5-41422523
Olanda	+31-2-06545301
Italia	+39-02-75419782
Norvegia	+47-63849309
Portogallo	+351-229570200
Spagna	+34-915-642095
Svezia	+46-851992065
Svizzera	+41-1-4395358 (Tedesco) +41-22-8278780 (Francese) +39-02-75419782 (Italiano)

Turchia	+420-5-41422523
Regno Unito	+44-207-4580161
Repubblica Ceca	+420-5-41422523
Sud Africa	+27-11-2376200
Lussemburgo	+32-2-7126219
Altri paesi europei	+420-5-41422523

Asia del Pacifico

Paese:	Numeri di telefono
Australia	+61-3-9841-5211
Singapore	+61-3-9841-5211

America del Sud

Paese:	Numeri di telefono
Argentina	0-810-555-5520
Brasile	Sao Paulo 3747-7799; ROTC 0-800-157751
Messico	Mx City 5258-9922; ROTC 01-800-472-6684
Venezuela	0800-4746-8368
Cile	800-360999
Colombia	9-800-114726
Perù	0-800-10111
America centrale e Carabi	1-800-711-2884
Guatemala	1-800-999-5105
Portorico	1-877-232-0589
Costa Rica	0-800-011-0524

America del Nord

Paese:	Numeri di telefono
USA	1800-HP INVENT
Canada	(905) 206-4663 o 800-HP INVENT

ROTC = Altri paesi

Accedere al sito http://www.hp.com per informazioni sui servizi e i supporti più recenti.

Regulatory information

Federal Communications Commission Notice

This equipment has been tested and found to comply with the limits for a Class B digital device, pursuant to Part 15 of the FCC Rules. These limits are designed to provide reasonable protection against harmful interference in a residential installation. This equipment generates, uses, and can radiate radio frequency energy and, if not installed and used in accordance with the instructions, may cause harmful interference to radio communications. However, there is no guarantee that interference will not occur in a particular installation. If this equipment does cause harmful interference to radio or television reception, which can be determined by turning the equipment off and on, the user is encouraged to try to correct the interference by one or more of the following measures:

- Reorient or relocate the receiving antenna.
- Increase the separation between the equipment and the receiver.
- Connect the equipment into an outlet on a circuit different from that to which the receiver is connected.
- Consult the dealer or an experienced radio or television technician for help.

Modifications

The FCC requires the user to be notified that any changes or modifications made to this device that are not expressly approved by Hewlett-Packard Company may void the user's authority to operate the equipment.

Cables

Connections to this device must be made with shielded cables with metallic RFI/ EMI connector hoods to maintain compliance with FCC rules and regulations.

Declaration of Conformity for Products Marked with FCC Logo, United States Only

This device complies with Part 15 of the FCC Rules. Operation is subject to the following two conditions: (1) this device may not cause harmful interference,

and (2) this device must accept any interference received, including interference that may cause undesired operation.
For questions regarding your product, contact:
Hewlett-Packard Company
P. O. Box 692000, Mail Stop 530113
Houston, Texas 77269-2000
Or, call
1-800-474-6836
For questions regarding this FCC declaration, contact:
Hewlett-Packard Company
P. O. Box 692000, Mail Stop 510101
Houston, Texas 77269-2000
Or, call
1-281-514-3333
To identify this product, refer to the part, series, or model number found on the product.

Canadian Notice

This Class B digital apparatus meets all requirements of the Canadian Interference-Causing Equipment Regulations.

Avis Canadien

Cet appareil numérique de la classe B respecte toutes les exigences du Règlement sur le matériel brouilleur du Canada.

European Union Regulatory Notice

This product complies with the following EU Directives:

- Low Voltage Directive 73/23/EEC
- EMC Directive 89/336/EEC

Compliance with these directives implies conformity to applicable harmonized European standards (European Norms) which are listed on the EU Declaration of Conformity issued by Hewlett-Packard for this product or product family. This compliance is indicated by the following conformity marking placed on the product:

This marking is valid for non-Telecom prodcts and EU harmonized Telecom products (e.g. Bluetooth).	xxxx* This marking is valid for EU non-harmonized Telecom products. *Notified body number (used only if applicable - refer to the product label)

Japanese Notice

この装置は、情報処理装置等電波障害自主規制協議会 (VCCI) の基準に基づく第二情報技術装置です。この装置は、家庭環境で使用することを目的としていますが、この装置がラジオやテレビジョン受信機に近接して使用されると、受信障害を引き起こすことがあります。
取扱説明書に従って正しい取り扱いをしてください。

Korean Notice

B급 기기 (가정용 정보통신기기)

이 기기는 가정용으로 전자파적합등록을 한 기기로서
주거지역에서는 물론 모든지역에서 사용할 수 있습니다.

Eliminazione delle apparecchiture da parte dei privati nell'Unione Europea

Questo simbolo sul prodotto o sul relativo imballaggio indica che questo prodotto non deve essere eliminato inseme agli altri rifiuti domestici.E' vostra responsabilita' eliminare il vostro apparecchio portandolo personalmente al punto di raccolta indicato per il riciclaggio delle apparecchiature elettrice ed elettroniche. La raccolta differenziata e il riciclaggio del vostro apparecchio al momento della sua eliminazione aiutera' a conservare le risorse naturali e fara' si che esso sia riciclato in modo da poteggere la salute umana e l'ambiente. Per maggiori informazioni su dove potete portare il vostro apparecchio da eliminare per il riciclo, contattare l'ufficio locale, il servizio eliminazione rifiuti oppure il negozio dove avete comprato il prodotto.